UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ingeniería

División de Ingeniería civil y geomática

INGENIERIA DE SISTEMAS

DR. JUAN ANTONIO DEL VALLE FLORES

Baltazar Monjaras Ivan

Grupo: 04 Salón: A209

SEMESTRE 2016-2

Índice

Introducción

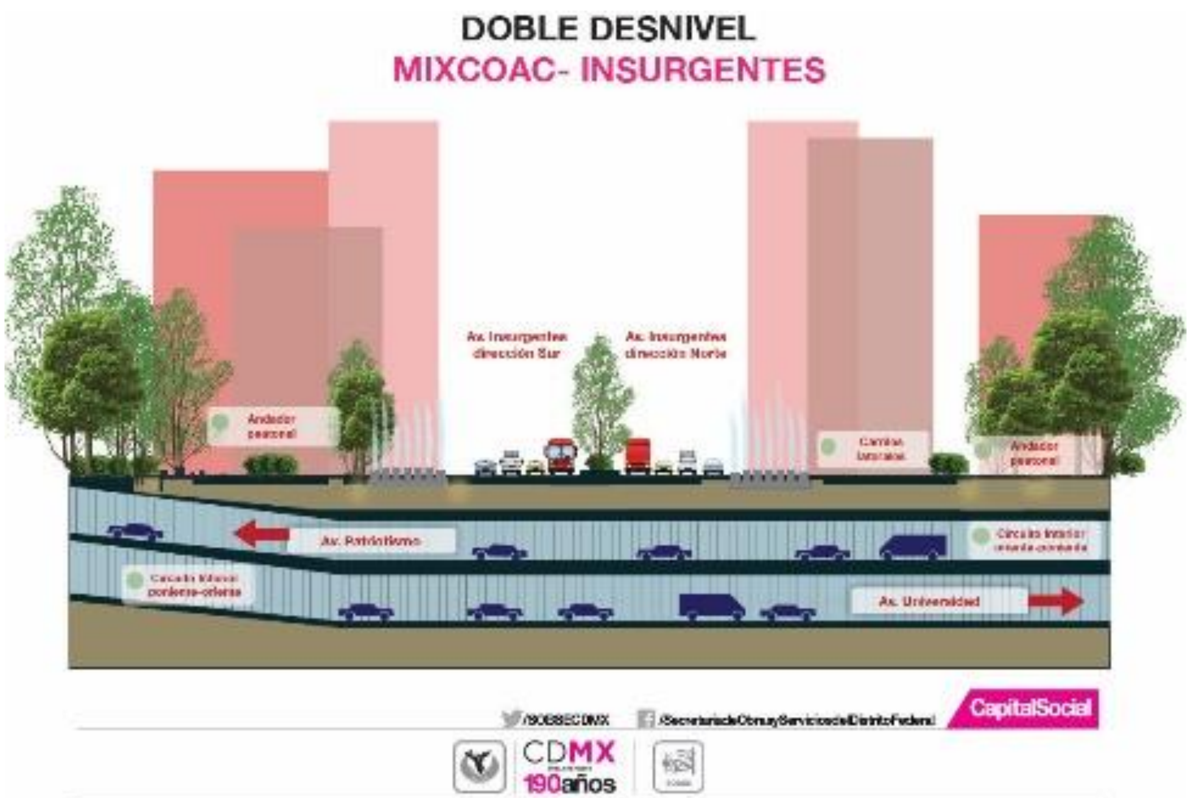
Para el caso de estudio se tomara como referencia la obra desnivel Mixcoac-Insurgentes, la cual se encuentra en marcha y tiene las siguientes características:

La construcción del desnivel Mixcoac-Insurgentes se realiza de tal manera que interfiera lo menos posible con la dinámica que tiene la Avenida Río Mixcoac (Circuito Interior) y vialidades que atraviesa, y con ello realizar los trabajos en el menor tiempo posible y causar las menores afectaciones a la población.

Esta obra se realizará en un periodo estimado de 22 meses y se abrirán paulatinamente siete frentes de obra para atender los diferentes puntos del proyecto. Actualmente se trabaja en cinco frentes de obra sobre, tanto el camellón de Río Mixcoac, como en Av. de los Insurgentes y Barranca del Muerto.

Los trabajos que se hagan a nivel de vialidad serán únicamente durante los primeros 10 meses, esto quiere decir que los ciudadanos verán obra durante este tiempo y luego la circulación seguirá operando como lo hace actualmente; por debajo de las avenidas se continuarán realizando los trabajos las 24 horas para la edificación de este doble desnivel.

El proyecto para resolver el embudo vial que se genera en el cruce de Circuito Interior y Avenida de los Insurgentes también contempla el reordenamiento de esta intersección, así como la incorporación de un nuevo parque lineal en el camellón central de Río Mixcoac con cruceros seguros para personas con discapacidad, peatones y ciclistas.



Ahora, para efectos de este proyecto, se supondrá que nos encontramos en una situación previa a la toma de la decisión sobre cuál podría ser el mejor proyecto para mejorar la vialidad en esta zona, para ello es necesario estipular alternativas que satisfagan las demandas del proyecto. Para este caso, se supondrá que se cuenta con tres alternativas de estudio, que son:

Alternativa 1 – Segundo piso (A1)

Se ha planteado construir un segundo piso que ayudara a distribuir el tráfico y de esa manera disminuir la carga vehicular sobre las avenidas, lo que se traduce en mayor movilidad y menores tiempos de transporte.

Alternativa 2 – Deprimido (A2)

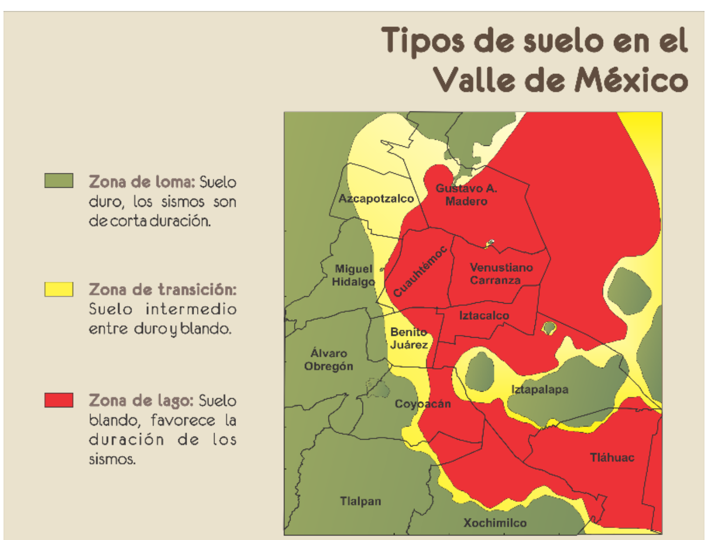
Con la misma intención, se ha propuesto que se construya un deprimido que permita distribuir el flujo vehicular dependiendo del destino al que se quieran dirigir y que de esa manera se evita la congestión de dicha vía.

Alternativa 3 – Reestructuración de la glorieta

Se pretende que implementando una reestructuración aunada a la implementación de un sistema de señalamientos inteligente se pueda re direccionar y agilizar el tránsito de manera que se reduzcan los tiempos de transporte, al tiempo que se mejora la imagen y se favorece el control sobre la zona.

Estados de la naturaleza

Ante estas alternativas, conviene establecer un enfoque para el cual se pueda discriminar cuales son los **estados de la naturaleza** que nos son de interés y que pudieran afectar nuestra toma de decisiones. Para este proyecto se pretende que seremos la empresa encargada de la construcción, y que para ello, necesitaríamos saber el tipo de suelo que tratamos pues dependiendo de ello una obra podría ser más factible que otra y debido a que la obra se encuentra en una zona de transición, es posible que el tipo de suelo varíe.



Es por ello que nuestros estados de la naturaleza quedan definidos como:

- Estado 1 (E1): Suelo blando
- Estado 2 (E2): Suelo intermedio
- Estado 3 (E3): Suelo duro

3. Toma de decisiones

Modelo matricial

Dados los elementos del problema, se puede definir una matriz que nos permita visualizar cual sería el precio de cada obra dependiendo de la condición que se presente al momento de iniciar la obra, por ejemplo, un suelo blando resultaría desfavorable para un segundo piso, pues sería necesario emplear pilotes de cimentación profunda, lo cual elevaría el precio de la obra; de manera similar, un suelo duro dificultaría y elevaría el costo de un deprimido.

Por esas razones, la matriz queda planteada como:

	E1	**E2**	**E3**
A1	-10	50	100
A2	120	70	-30
A3	30	10	40

-Los valores mostrados en millones de pesos (supuesto)

Se puede constatar que no existe dominancia de ninguna de las alternativas. - **Error**

Actualización importante:

Parece ser que me he equivocado al momento de plantear la dominancia, pues no me había dado cuenta que en ningún momento la alternativa 3 (A3) resulta ser la mejor opción bajo ninguno de los estados que pudieran presentarse, la razón por la cual esto resulto así se debe a que trate de darle congruencia al problema con una situación real, y dado a que esta alternativa tenía como principio resultar la de menor costo y riesgo (lo que se comprueba al momento de calcular la varianza) no pensé en asignarle ganancias extraordinarias sobre las otras dos, lo cual me impidió ver que al hacer esto estaba descartándola como mejor alternativa, lo que se traduce como dominancia de las otras dos sobre ella.

Lamentablemente ya no dispongo de tiempo suficiente para poder corregir el error, por lo cual espero sea comprensible que a pesar de que existe este error de dominancia, los procedimientos y conclusiones se hicieron de manera correcta.

Modelo gráfico

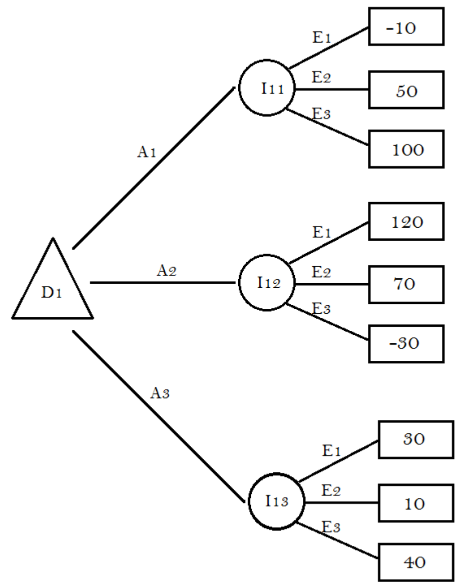


Ilustración 1- Modelo gráfico

4. Decisiones bajo incertidumbre

Existen diferentes metodologías que se pueden emplear cuando se desconoce la probabilidad de un estado de la naturaleza, tales como;

Principio Maxi-min.

Se trata de un método pesimista, en él se eligen los valores más desfavorables que hay en cada alternativa y se escoge la menos desfavorable

A1=-10

A2=-50

A3=10

Como **A3** fue la que menor perdida representa, esta sería la alternativa a elegir bajo esta metodología

Principio Maxi-max.

A diferencia del Maxi-min, este método es más optimista, en él se eligen los mejores valores de cada alternativa y se escoge el mejor.

A1=100

A2=120

A3=40

Con este método la alternativa a elegir sería la **A2.**

Criterio de Laplace.

Laplace propone que al no tener conocimiento de las probabilidades de cada evento, estas se podrían suponer sin mayor percance, por ello se define la probabilidad de todos los estados como $P(E) = \frac{1}{n}$; donde n es el número de estados naturales.

En este caso $P(E) = \frac{1}{3} = 0.333$

Valores Esperados

V(A1) (-10)(0.333) + (50)(0.333) + (100)(0.333) = 46.67

V(A2) (120)(0.333) + (70)(0.333) + (-30)(0.333) = **53.33**

V(A3) (30)(0.333) + (10)(0.333) + (40)(0.333) = 26.67

De este procedimiento se obtiene que la mejor alternativa sería la **A2**

Principio de Hurwics.

Con este criterio se eligen los resultados máximos y mínimos posibles de cada alternativa; hecho esto aplica el factor de ponderación ß llamado "índice de optimismo relativo", para llegar a la decisión mediante el cálculo de utilidades esperadas.

Tenemos que:

$A1_{max}$= 100, $A1_{min}$=-10

$A2_{max}$= 120, $A2_{min}$=-30

$A3_{max}$= 40, $A3_{min}$=10

Considerando un índice de optimismo relativo **ß=0.75**

V(A1)=(0.75)(100)+(0.25)(-10)= 72.5

V(A2)=(0.75)(120)+(0.25)(-30)= **82.5**

V(A3)=(0.75)(40)+(0.25)(10)= 32.5

De dónde apreciamos que la mejor opción sería **A2**

Criterio de Savage, modelo de arrepentimiento.

Una vez tomada la decisión y producido el estado natural se obtiene un resultado; Savage argumenta que después de conocer el resultado, el decisor puede arrepentirse de haber seleccionado una alternativa dada. Savage sostiene que el decisor debe tratar de que ese arrepentimiento se reduzca al mínimo.

Para ello, de cada columna se ubica el mejor resultado posible

	E1	E2	E3
A1	-10	50	100
A2	120	70	-30
A3	30	10	40

Y se convierte en cero, significando esto que al ser la mejor decisión no se generará arrepentimiento, por ello también se procede a sustraer este valor de las demás valores para así generar una idea de arrepentimiento:

	E1	E2	E3
A1	-10-(120)	50-(70)	0
A2	0	0	-30-(100)
A3	30-(120)	10-(70)	40-(100)

Con esto se obtiene la matriz de arrepentimientos, de costos de oportunidad o pérdida de oportunidad, con la cual tomaremos los valores más altos para formar el vector de arrepentimientos máximos.

	E1	E2	E3
A1	130	20	0
A2	0	0	130
A3	90	60	140

A1	130
A2	130
A3	140

Lo cual nos dice que tanto **A1** como **A2** nos generaran el mismo arrepentimiento mínimo.

Conclusión

En la vida real se presentan diversas situaciones en las cuales impera la incertidumbre, siendo sinceros hasta la fecha mis tomas de decisiones bajo estas circunstancias se han regido principalmente bajo un principio similar al Maximin, no obstante empiezo a darme cuenta de que existen alternativas un poco más estructuradas que pueden dar resultados mas convincentes, en este caso yo considero que tomando en cuenta el **Criterio de Savage** y complementándolo con el **Criterio de Laplace** se puede llegar a muy buenas conclusiones, por ello para este proyecto la mejor alternativa bajo incertidumbre sería **Alternativa 2 – Deprimido (A2)**

5. Decisiones bajo condiciones de riesgo

Existen ocasiones donde se cuenta con datos que permiten determinar probabilidades para los eventos de la naturaleza, esto permite que se puedan aplicar algunos criterios que pueden ayudar para la toma de decisiones.

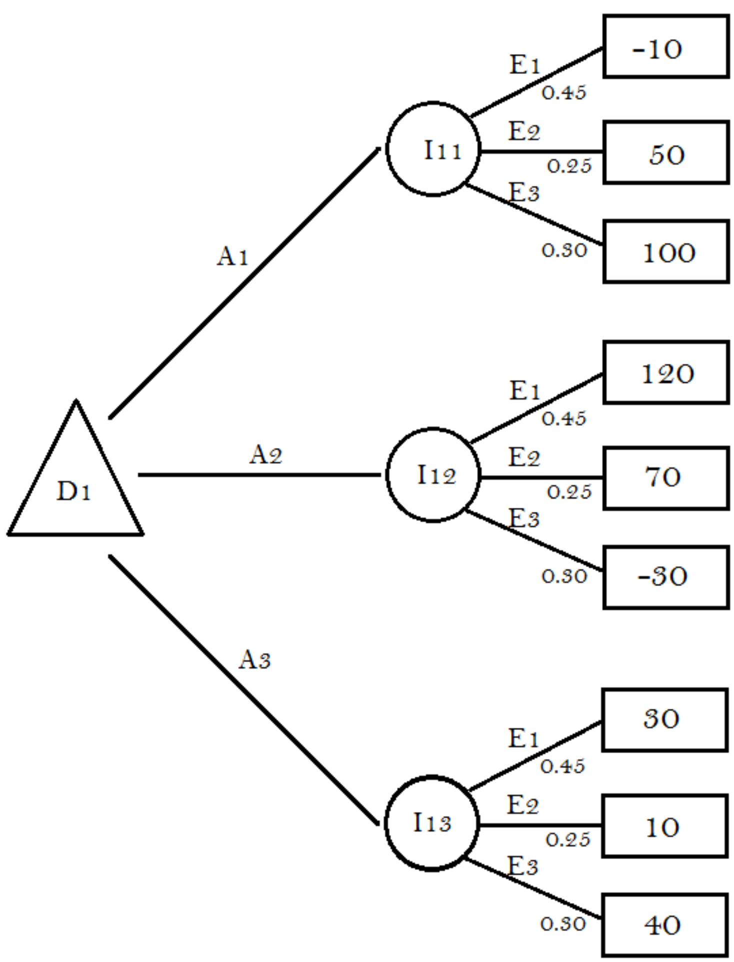
Para este proyecto supondremos que gracias a experiencias de construcción previa existe una probabilidad estimada para nuestros estados de la naturaleza, de forma que;

- Para el Estado 1 **P(E1)=0.45**
- Para el Estado 2 **P(E2)=0.25**
- Para el Estado 3 **P (E3)=0.30**

Ahora nuestro modelo matricial es

	E1 (0.45)	**E2 (0.25)**	**E3 (0.30)**
A1	-10	50	100
A2	120	70	-30
A3	30	10	40

Y el modelo gráfico



Criterio de Maximización o minimización del valor esperado y varianza

Este es el criterio que se utiliza en el tratamiento formal de los problemas de decisión bajo riesgo; el valor esperado debe entenderse como un criterio de toma de decisión.

Valor esperado

Se define el valor esperado como

$E(X) = S\ X_1\ P(X_1)$

Calculando el valor esperado de cada alternativa

E(A1) = (-10)(0.45) + 50(0.25) + 100(0.30) = 38.00

E(A2) = 120(0.45) + 70(0.25) + (-30)(0.30) = **62.50**

E(A3) = 30(0.45) + 10(0.25) + 40(0.30) = 28.00

En el caso de empate entre los valores esperados de dos o más alternativas, la varianza mínima deberá ser un criterio de decisión secundario; el argumento para este criterio de decisión es que a mayor varianza mayor riesgo.

La varianza se calcula como:

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}$$

$$\overline{X_1} = \frac{-10+50+100}{3} = \mathbf{46.667,}\ \overline{X_2} = \frac{120+70-30}{3} = \mathbf{53.333,}\ \overline{X_1} = \frac{30+10+40}{3} = \mathbf{26.667}$$

$$S^2{}_{A1} = \frac{[(-10-46.667)^2+(50-46.667)^2+(100-46.667)^2}{3-1} = 3033.333$$

$$S^2{}_{A2} = \frac{[(120-53.333)^2+(70-53.333)^2+(-30-53.333)^2}{3-1} = 5833.333$$

$$S^2{}_{A3} = \frac{[(30-28.00)^2+(10-28.00)^2+(40-28.00)^2}{3-1} = \mathbf{236}$$

De donde se observa que en caso de que los valores esperados hubiesen resultado similares, la mejor alternativa sería la **A3**, pues es la que conlleva menor riesgo.

Principio del más probable futuro

En una decisión bajo riesgo, un estado de la naturaleza puede tener una probabilidad de ocurrencia considerablemente mayor a los otros estados, por lo cual se puede estimar conveniente eliminar a todos los demás estados de la naturaleza y considerar el problema como determinístico, bajo certeza.

De esta manera, el estado con mayor probabilidad es E2

	$P(E_2)=1$
A_1	-10
A_2	120
A_3	30

De la cual se deduciría que la mejor opción es **A2**. No obstante, se debe tener presente que la probabilidad (0.45) no es del todo predominante, y por ello este principio debe ser empleado con reserva.

Principio del nivel esperado

En muchas situaciones, no basta solo con obtener ganancias, es necesario que estas estén dentro de un margen previamente establecido.

En el proyecto se busca que la utilidad sea igual o mayor a 40 millones de pesos, por ello

- Para A1- P(utilidad >=40) = P(E2) + P(E3) = 0.25 + 0.30 = 0.55
- Para A2- P(utilidad >= 40) = P(E1) + P(E2) = 0.45 + 0.25 = **0.70**
- Para A3- P(utilidad >= 40) = P(E3) = 0.30 = 0.30

Por lo que la mejor alternativa sería **A2**, pues es la que tiene mayor probabilidad de cumplir con el nivel esperado.

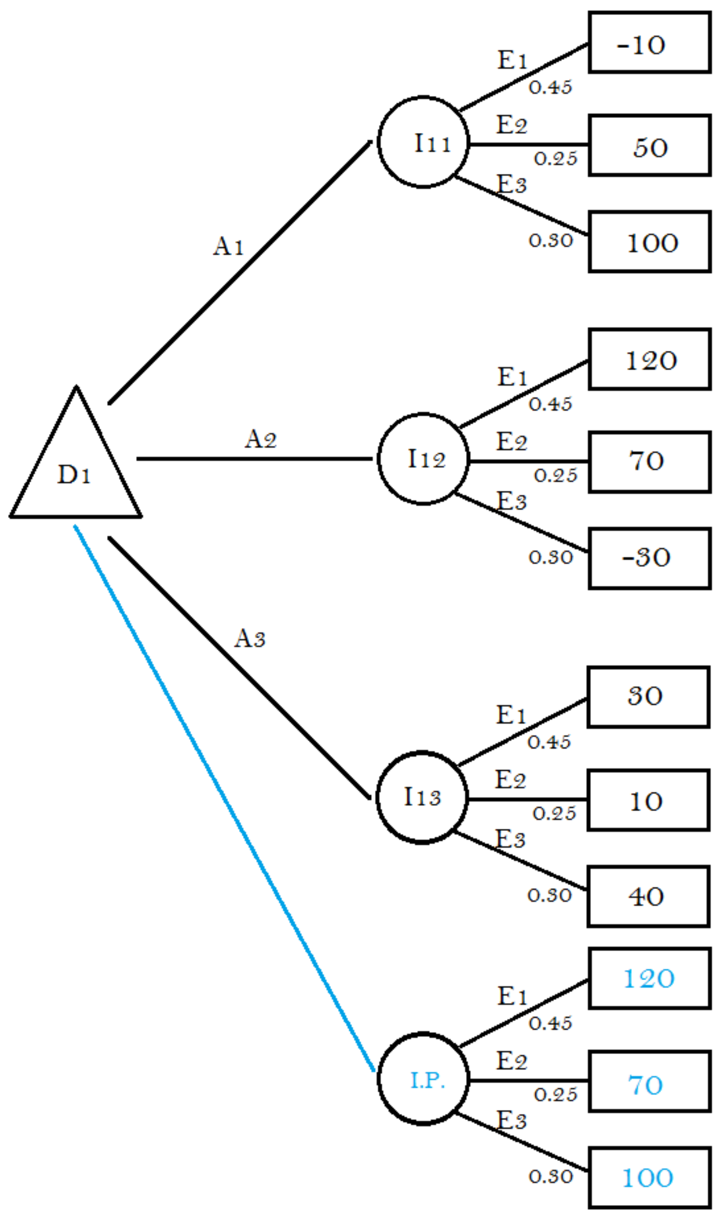
6. Valor de la información

Existen algunos problemas de decisiones bajo riesgo que son susceptibles de agregarles información útil que describa mejor el problema y haga posible calcular con mayor confianza las probabilidades de los resultados. Una decisión deberá hacer uso de toda la información disponible y relevante al problema.

Información perfecta

Con objeto de contar primero con una idea del valor más alto que podría pagarse por esa información adicional, es conveniente evaluar el problema de decisión bajo la suposición que una predicción perfecta o infalible, fuera hecha.

De esta manera el árbol de decisiones sería



De esta hipotética información perfecta podremos obtener un valor esperado, que sería

E(I.P.)= 120(0.45) + 70(0.25) + 100(0.30) = **101.5**

Como ya sabemos que aun sin la información podemos aspirar a un valor esperado máximo, que en esta caso sería E(A2) = 120(0.45) + 70(0.25) + (-30)(0.30) = **62.50**

El costo de la información perfecta queda definido como C(I.P.)= VE(IP)- VE(A2)

C(I.P.)= 101.5 - 62.50 **= 39.00**

Que se entiende como que 39 millones es el precio máximo que se podría pagar por la información perfecta, dado que esto no es posible ahora nos enfocaremos a la obtención del valor de la información que si podemos adquirir, que es la información imperfecta.

Información imperfecta

Este tipo de información es la que se obtiene en base a muestreos y pruebas estadísticas, como es de suponer no es infalible y la calidad de los datos dependerá de la rigurosidad con la que se planteen los estudios así como la experiencia de quien realice el trabajo.

Para nuestro caso, supondremos que hemos contactado con una empresa que se dedica a realizar estudios geotécnicos, que cuenta con experiencia y ha participado en otras obras por la zona. Gracias a esto, sabemos qué podríamos pedirles que realicen un estudio de la zona que sabemos tendría un costo de 5 millones de pesos y que podría darnos los siguientes resultados;

S1- Suelo blando
S2-Suelo intermedio
S3-Suelo duro

Pero como sabemos, es imposible que la información se exacta, por lo que existe probabilidades condicionales mostradas a continuación:

P (E1/S1) = 0.7	P (E1 /S2) =0.1	P (E1 /S3) =0.05
P (E2/S1) = 0.2	P (E2 /S2) =0.8	P (E2 /S3) =0.05
P (E3/S1) =0.1	P (E3 /S2) =0.1	P (E3 /S3) =0.9

Recordemos que:

- Para el Estado 1 **P(E1)=0.45**
- Para el Estado 2 **P(E2)=0.25**
- Para el Estado 3 **P (E3)=0.30**

A raíz de estas consideraciones, se puede calcular las probabilidades de cada evento

P (E1) = P(E1/S1) P(E1) + P(E1/S2) P(E2) +P(E1/S3) P(E3)
P (E1) = (0.7 x 0.45)+(0.1 x 0.25)+(0.05 x 0.30)
P (E1) =0.355

P(E2) = P(E2/S1) P(E1) + P(E2/S2) P(E2) + P(E2/S3) P(E3)
P (E2) = (0.2 x 0.45)+(0.8 x 0.25)+(0.05 x 0.30)
P (E2) =0.305

P(E3) = P(E3/S1) P(E1) + P(E3/S2) P(E2) + P(E2/S3) P(E3)
P (E3) = (0.1 x 0.45)+(0.1 x 0.25)+(0.9 x 0.30)
P (E3) =0.340

Ahora podemos calcular las probabilidades condicionales

P(S1/E1) = [P(E1/S1) P(E1)]/ P(E1)
P(S1/E1) =(0.7 x 0.45)/0.355
P(S1/E1) =0.8873

P(S1/E2) = [P(E2/S1) P(E1)]/ P(E2)
P(S1/E2) =(0.2 x 0.45)/0.305
P(S1/E2) =0.2951

P(S1/E3) = [P(E3/S1) P(E1)]/ P(E3)
P(S1/E3) =(0.1 x 045)/0.340
P(S1/E3) =0.1324

P(S2/E1) = [P(E1/S2) P(E2)]/ P(E1)
P(S2/E1) =(0.1 x 0.25)/0.355
P(S2/E1) =0.0704

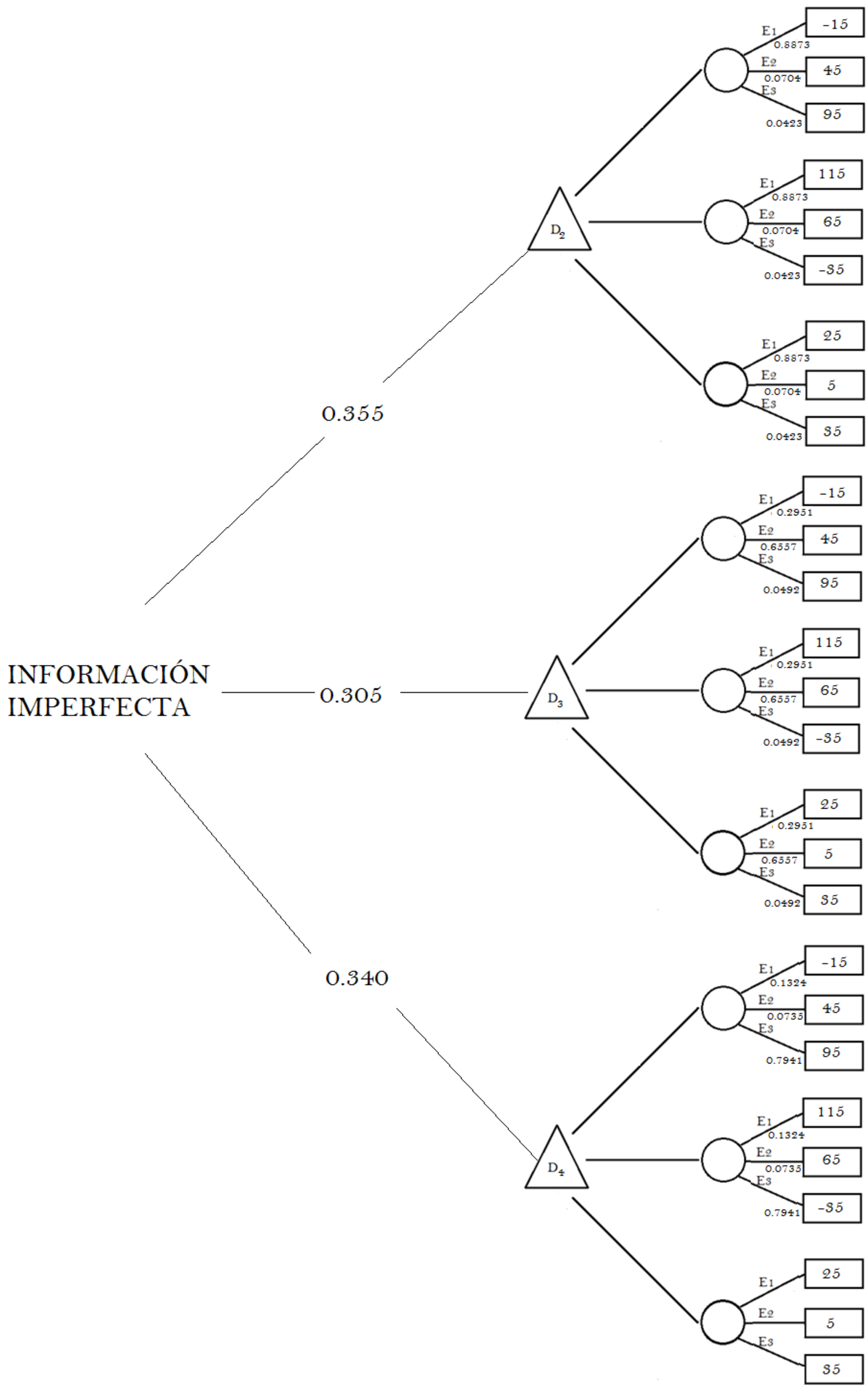
P(S2/E2) = [P(E2/S2) P(E2)]/ P(E2)
P(S2/E2) =(0.8 x 0.25)/0.305
P(S2/E2) =0.6557

P(S2/E3) = [P(E3/S2) P(E2)]/ P(E3)
P(S2/E3) =(0.1 x 0.25)/0.340
P(S2/E3) =0.0735

P(S3/E1) = [P(E1/S3) P(E3)]/ P(E1)
P(S3/E1) =(0.05 x 0.30)/0.355
P(S3/E1) =0.0423

P(S3/E2) = [P(E2/S3) P(E3)]/ P(E2)
P(S3/E2) =(0.05 x 0.30)/0.305
P(S3/E2) =0.0492

P(S3/E3) = [P(E3/S3) P(E3)]/ P(E3)
P(S3/E3) =(0.9 x 0.30)/0.340
P(S3/E3) =0.7941


INFORMACIÓN IMPERFECTA
0.355
0.305
0.340
D2
D3
D4
E1
E2
E3
0.8873
0.0704
0.0423
0.2951
0.6557
0.0492
0.1324
0.0735
0.7941
-15
45
95
115
65
-35
25
5
35

- Para el nodo D2 se tiene:
  VE (A1) = (-15x0.8873) + (45x0.0704) + (95x0.0423)= -6.123
  VE (A2) = (115x0.8873) + (65x0.0704) + (-35x0.0423)= **105.135**
  VE (A3) = (25x0.8873) + (5x0.0704) + (35x0.0423)= 24.015

- Para el nodo D3 se tiene:
  VE (A1) = (-15x0.2951) + (45x0.6557) + (95x0.0492)= 29.754
  VE (A2) = (115x0.2951) + (65x0.6557) + (-35x0.0492)= **74.835**
  VE (A3) = (25x0.2951) + (5x0.6557) + (35x0.0492)= 12.378

- Para el nodo D4 se tiene:
  VE (A1) = (-15x0.1324) + (45x0.0735) + (95x0.7941)= **76.761**
  VE (A2) = (115x0.1324) + (65x0.0735) + (-35x0.7941)= -7.79
  VE (A3) = (25x0.1324) + (5x0.0735) + (35x0.7941)= 31.471

Finalmente para obtener la información perfecta

- VE (I.I.) = (105.135 x 0.355) + (74.835 x 0.305) + (76.761 x 0.340)
  VE(I.I.)= 86.246

Por lo tanto, se justifica el precio de dicha información.

7. Enfoque de la utilidad en las decisiones

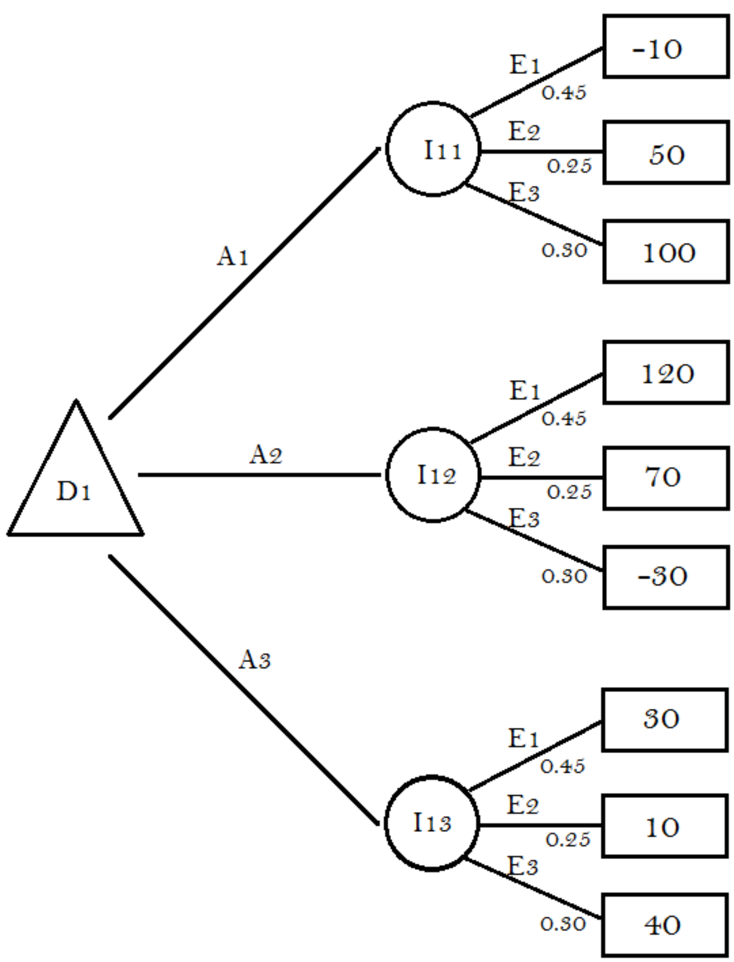
Para aplicar el enfoque utilitario a los problemas de decisión, es necesario contar con una función o con una gráfica que nos relacione las cantidades de dinero con la utilidad que asignamos a cada una de ellas.

Construcción de Curvas de Utilidad

Para aplicar el enfoque utilitario a los problemas de decisión, es necesario contar con una función o al menos con una gráfica que nos relacione las cantidades de dinero (o de unidades del atributo de interés) con la utilidad que asignamos a cada una de ellas.

Del proyecto tenemos que

A1		A2		A3	
Ganancia	**Probabilidad**	**Ganancia**	**Probabilidad**	**Ganancia**	**Probabilidad**
-10	0.45	120	0.45	30	0.45
50	0.25	70	0.25	10	0.25
100	0.30	-30	0.30	40	0.30



El conjunto de resultados posibles en orden de preferencia es:

X= {120, 100, 70, 50, 40, 30, 10, -10, -30}

De donde observamos que el mejor resultado es X* = 120. El peor resultado es X° = -30.

Aplicando el método cuestionando probabilidades:

u (120) = 1.0   u (-30) = 0.0

Para Xi =100 se debe encontrar un valor de P tal que haya las dos ramas del siguiente árbol equivalentes:

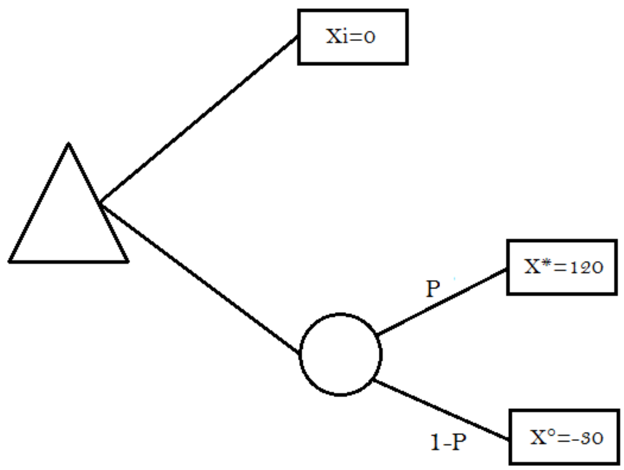


Ilustración 2 Indiferencia en el árbol de decisiones

En este caso, como responsables del proyecto y tomando en cuenta diferentes factores de este, se acordó que para Xi=100 la probabilidad P=0.90, entonces

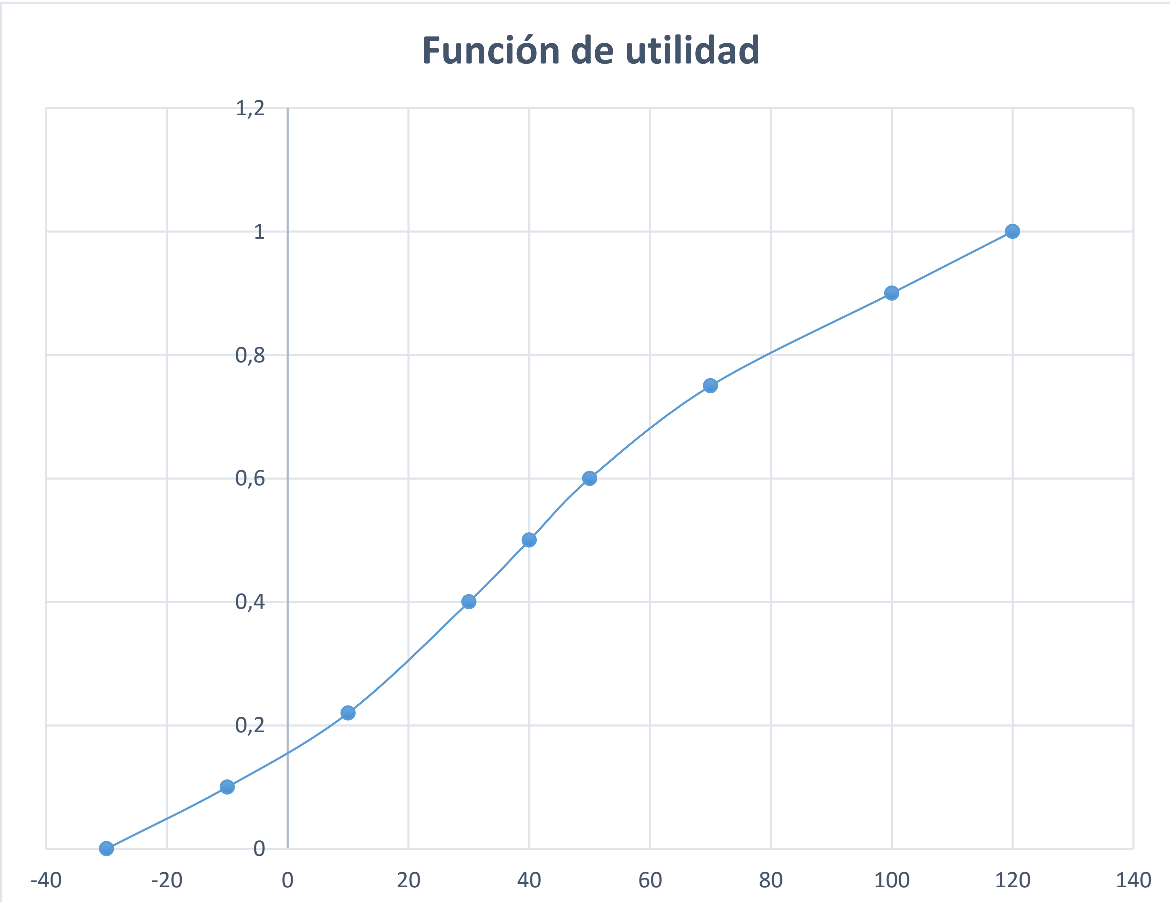
u(100) = 0.90(1) + 0.10(0)

Por lo tanto u(100) = 0.90

Repitiendo este procedimiento, obtenemos;

u(70) = 0.75
u(50) = 0.60
u(40) = 0.50
u(30) = 0.40
u(10) = 0.22
u(-10) =0.10

Este conjunto de valores es la función utilidad generada a partir de nuestros pronósticos, que queda graficada de la siguiente manera:



Valor unitario esperado

Con los datos de la función, podemos calcular el valor unitario esperado de cada alternativa;

VUE(A1)= (0.45)(0.1) + (0.25)(0.6) + (0.30)(0.9) = 0.465

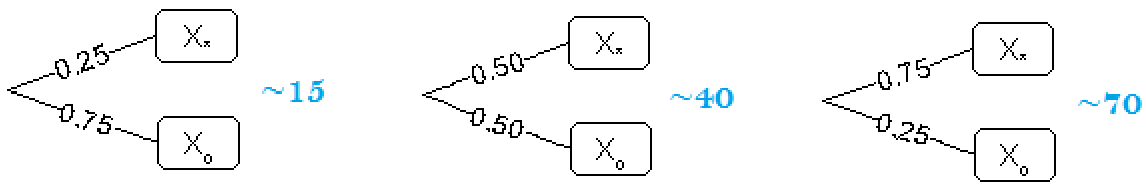
VUE(A2)= (0.45)(1) + (0.25)(0.75) + (0.30)(0.0) = **0.6375**

VUE(A3)= (0.45)(0.4) + (0.25)(0.1) + (0.30)(0.5) = 0.355

De dónde observamos que **A2** es la que nos ofrece mayor valor utilitario.

Método Cuestionando Equivalentes Bajo Certeza

Un método diferente para evaluar las curvas de utilidad es utilizando declaraciones de equivalentes bajo certeza a un conjunto de loterías. Entre estos métodos se encuentra el del Tetraedro, el cual consiste en pronosticar la cara que queda contra el piso.



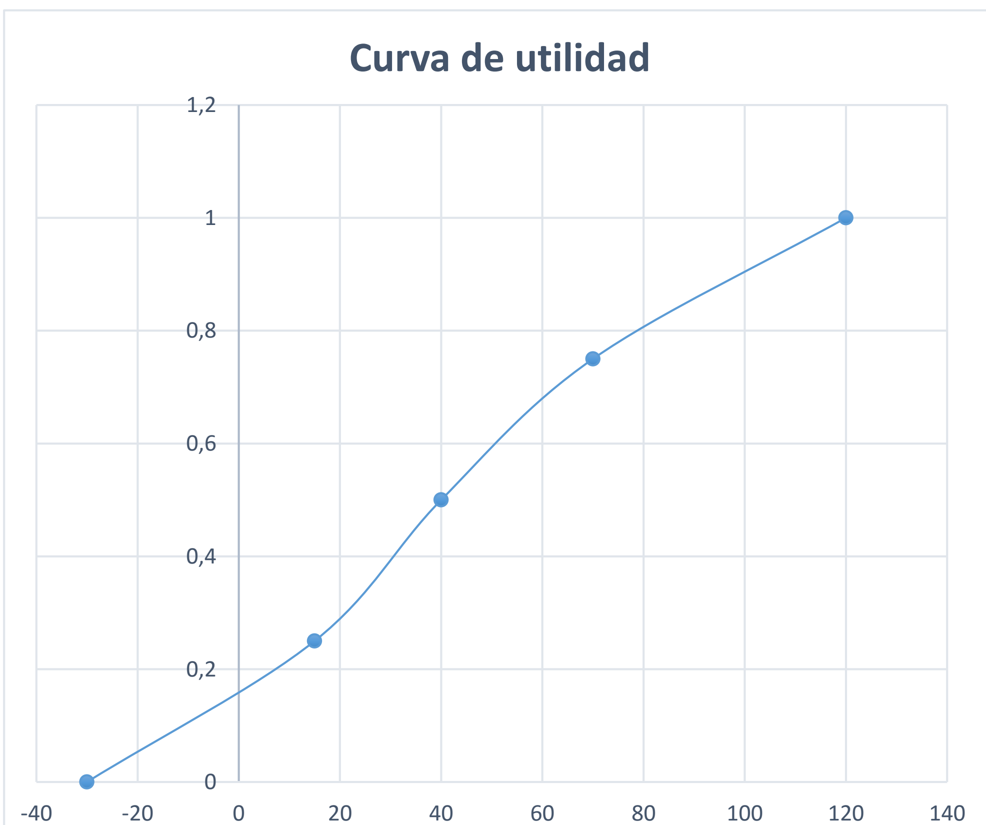
Evaluando las utilidades para los equivalentes bajo certeza se tienen los siguientes resultados:

u(EBC) = 0.25X* + 0.75X° = 0.25

u(EBC) = 0.50X* + 0.50X° = 0.50

u(EBC) = 0.75X* + 0.25X° = 0.75

Con estos tres puntos y los dos supuestos (X*=1 y X°=0) se tienen cinco puntos, cantidad mínima acostumbrada para trazar la curva:



Análisis de las Actitudes del Decisor

El análisis de la curva de utilidad de un decisor permite identificar su actitud hacia el riesgo, siendo posible detectar la aversión, la indiferencia y la propensión.

-Prima de Riesgo:

Este concepto es de utilidad para calificar la actitud hacia el riesgo y se define como la diferencia entre el valor monetario esperado y el equivalente bajo certeza.

PR = VME – EBC
PR= 62.5 – 60 = **2.5**

El signo positivo de la prima de riesgo significará que el EBC se sitúa en la gráfica de la curva a la izquierda del VME y la forma de la curva es de tipo cóncava la prima de riesgo en este caso representa la cantidad que el decisor está dejando de ganar por su aversión al riesgo.

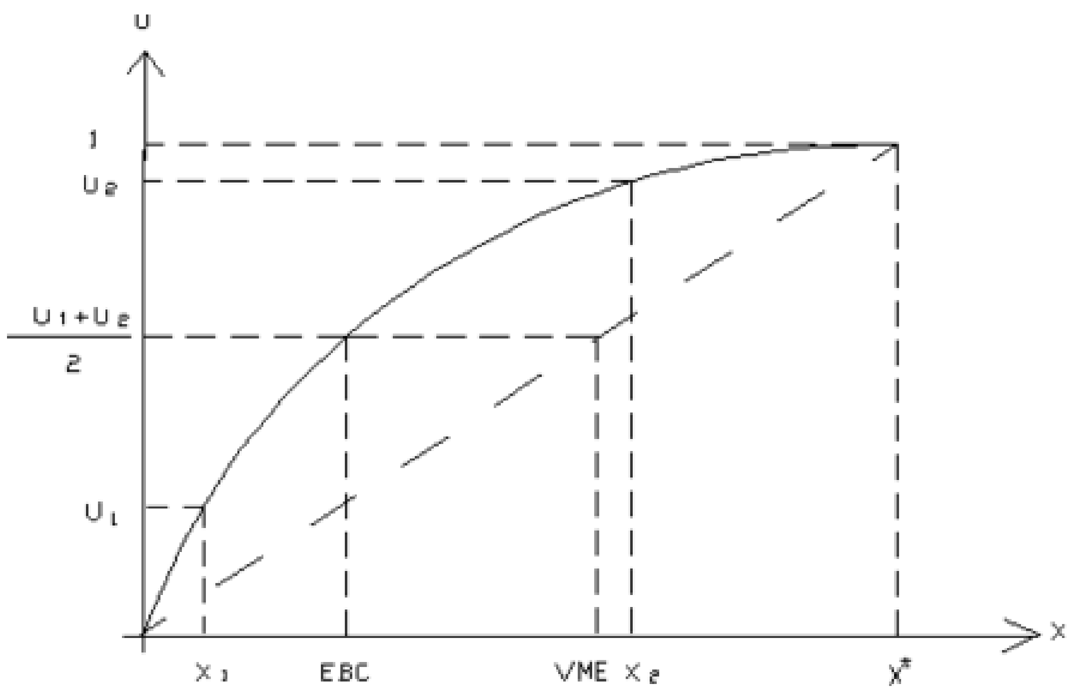


Fig. 4.4.2 Curva concava de aversión al riesgo.

8. Decisiones con objetivos múltiples

Las personas en lo particular y cuando actúan como responsables de la dirección de organizaciones, regularmente esperan tomar decisiones que cumplan con varios objetivos y tratan de evaluar sus alternativas tomando en cuenta estos diferentes criterios.

Objetivos

Los objetivos que se plantean cubrir en este proyecto serán

- Dinero – (X1)
- Tiempo – (X2)
- Imagen – (X3)

Las medidas de efectividad correspondientes a cada uno de estos objetivos son:

- El menor costo posible
- El menor tiempo posible
- La mayor cantidad de visitas

Independencia entre objetivos

Es importante que dichos objetivos sean independientes entre sí, por lo que para efectos de este proyecto así serán considerados.

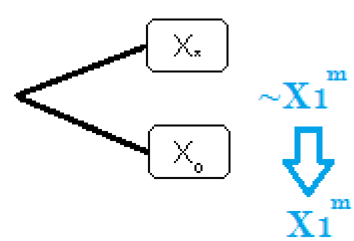
- Independencia Preferencial Mutua.

Un atributo X1 es preferencialmente independiente de otro atributo X2 si las preferencias para valores específicos de resultados de X1 no dependen de los valores que tome X2.

-Independencia Mutua de Utilidades.

Un atributo X1 es considerado utilitariamente independiente de X2 si las preferencias para inciertos escenarios que implican diferentes niveles de X1 son independientes de los niveles a que se fije X2. Si el equivalente bajo certeza de una lotería con premios del mejor y el peor valor de X1 con iguales posibilidades, es calculado para algún nivel fijo de X2 y se encuentra que este equivalente es el mismo para cualquier otro nivel de X2, entonces X1 es utilitariamente independiente de X2. Si X2 fuera también utilitariamente independiente de X1 entonces existiría independencia mutua de utilidades.

En general se considera que en un conjunto de atributos X existe independencia utilitaria mutua si existe independencia utilitaria entre un subconjunto X cualquiera y su complemento X'.



En este caso $X_1^m = X_1^m$ por lo tanto es **utilitariamente independiente**

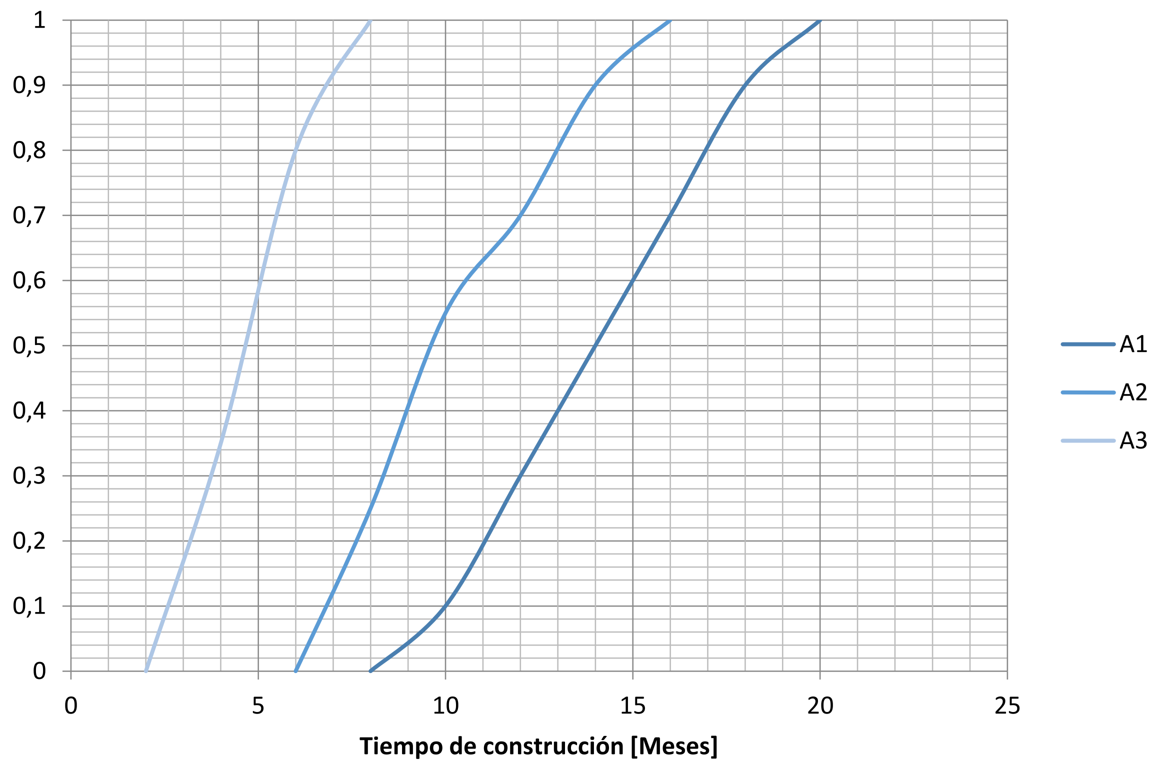
Las preferencias sobre los resultados se efectuarán a través de una función de U(X1,X2,X3) y con objeto simplificar el probar la separabilidad de esta función de utilidad conjunta se puede emplear el teorema para la condición de mutua independencia de utilidad en la cual seleccionando un objetivo al azar se debe comprobar que es equivalente bajo certeza de lotería, que esta resulte ser independiente mutuamente utilitario y de esta manera las posteriores demostraciones serán solo para independencia preferencia mutua con lo que se comprobaría que la función U(X1,X2,X3) puede ser separada de forma multiplicativa o aditiva.

Para el proyecto se usara la función utilitaria multiplicativa, pues se considera que los objetivos están relacionados de alguna manera ya que la distribución de probabilidad es conjunta y a causa de ello no puede ser aditiva, por eso;

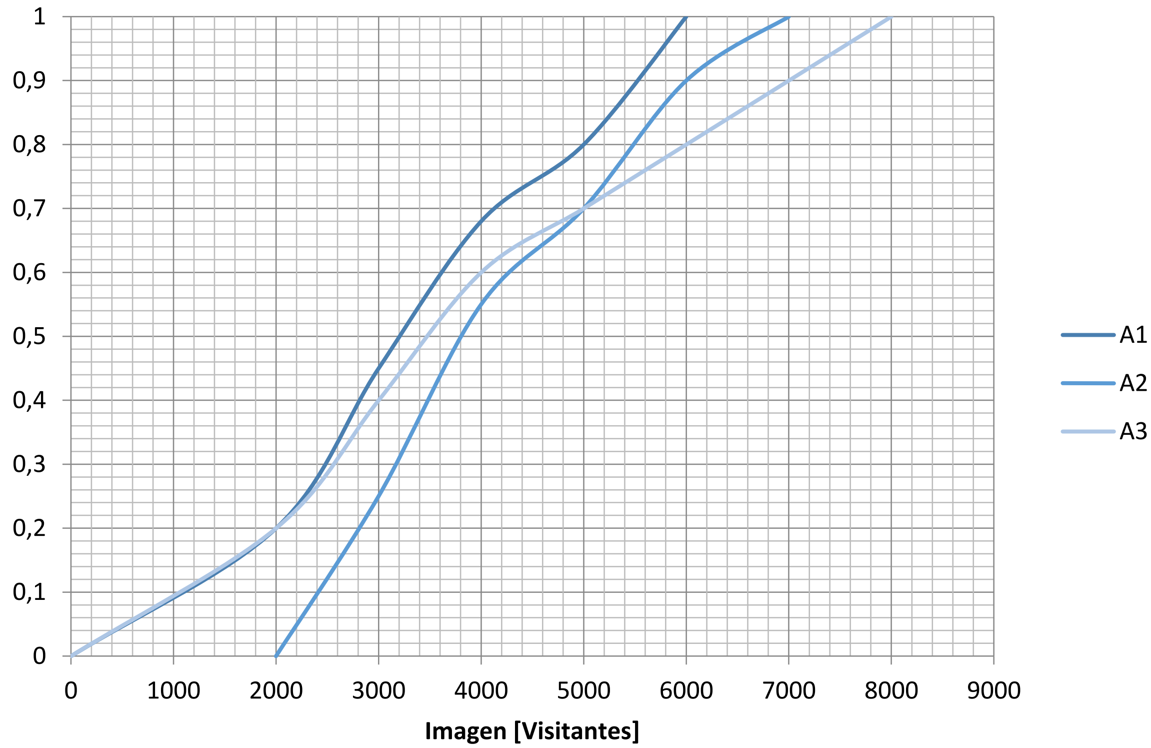
$$\mathbf{U(X_1,X_2,X_3)= \pi_1^4\ [1 + K\ k_iU_i(X_i)] - 1\ /\ K}$$

Para realizar esto necesitamos conocer las distribuciones de probabilidad de cada alternativa para los diferentes objetivos

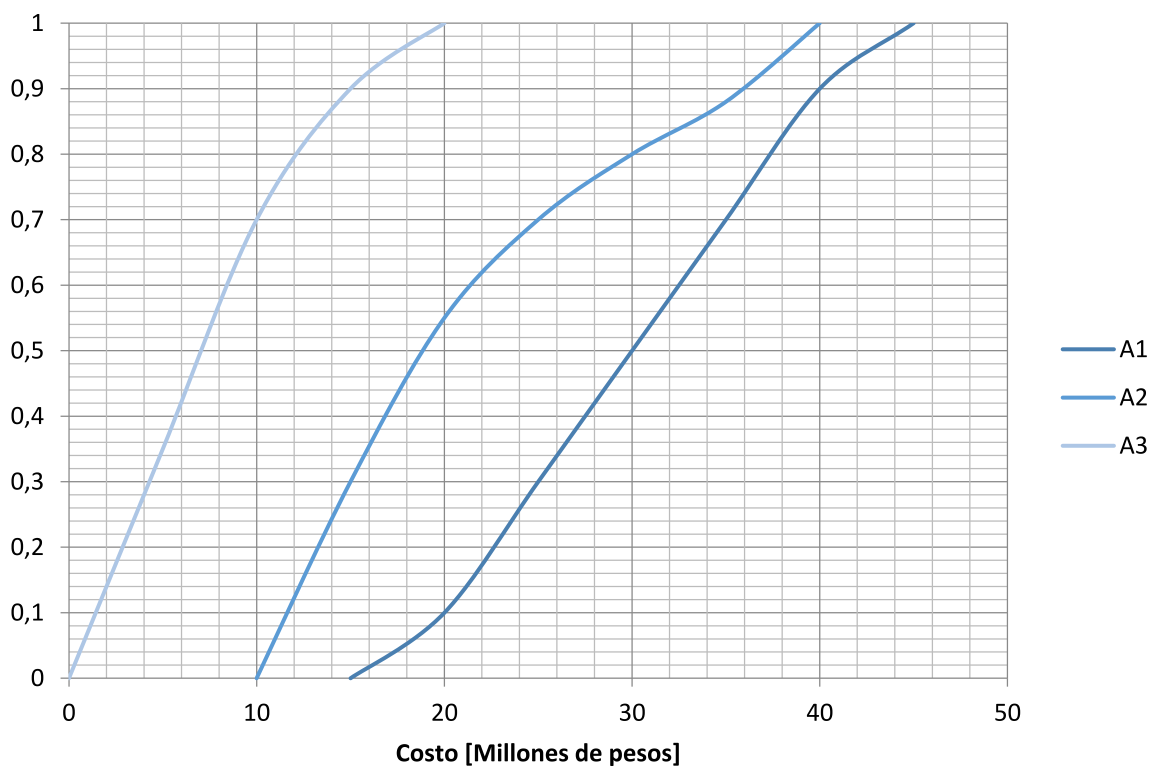
Tiempo:



- Imagen pública:

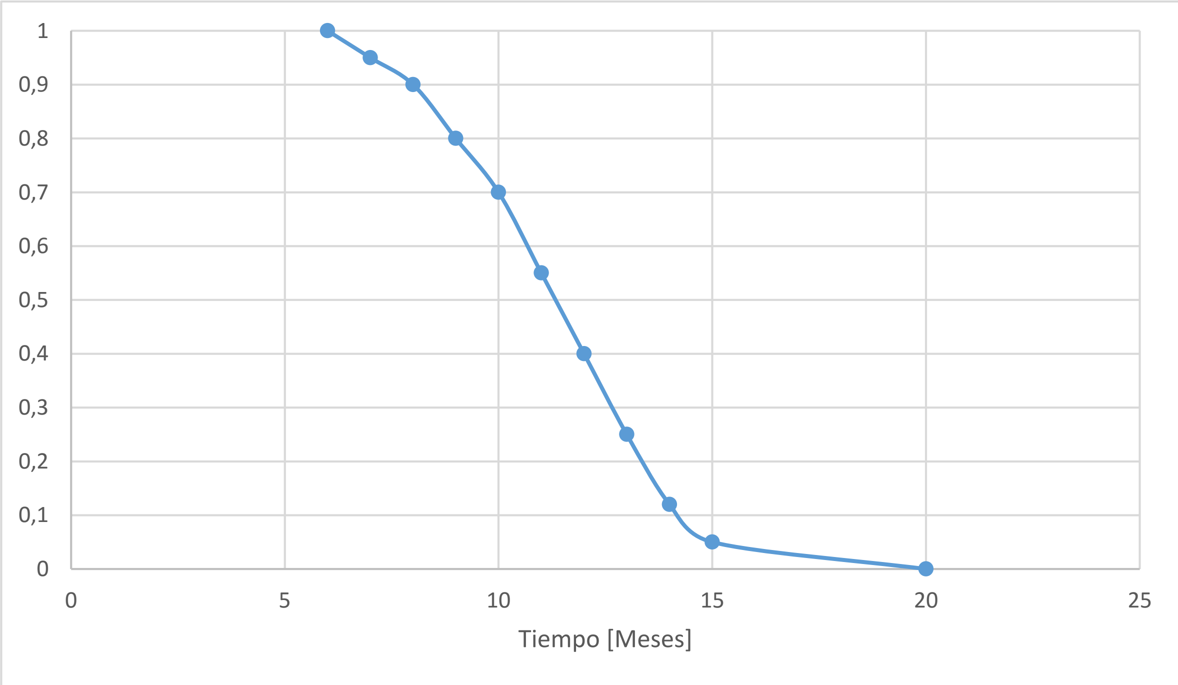


- Costo:

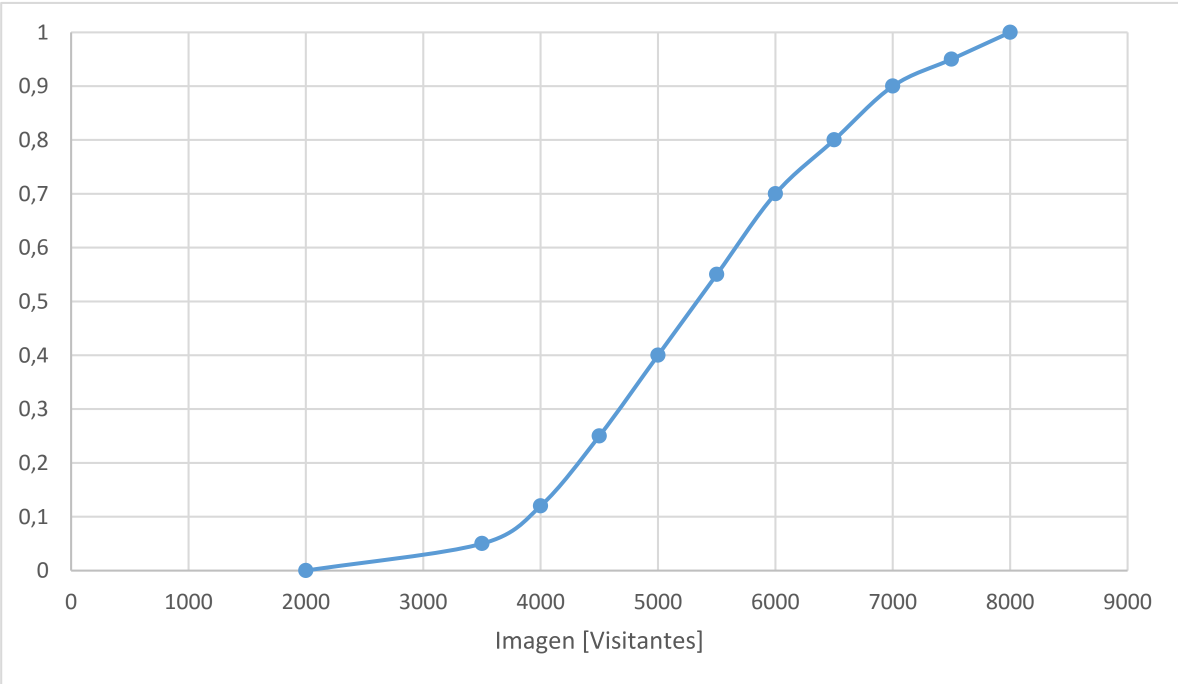


Ahora, para calcular $\mathbf{U_i(X_i)}$ necesitamos las funciones de preferencia para un solo atributo, las cuales estarán definidas como

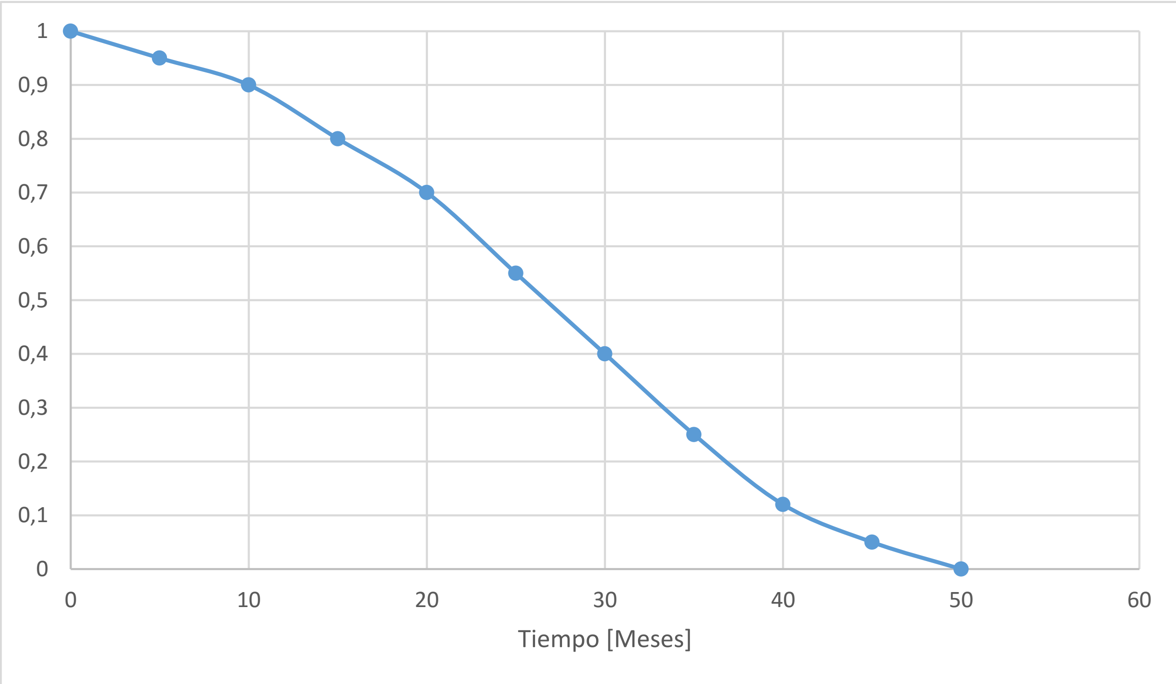
- Tiempo



- Imagen



- Costo



De dónde obtenemos que

k_1 = 0.45

k_2 = 0.6

k_3 = 0.5

Con lo que tendríamos que U(X1*,X2*,X3*,X4*) = S [1 + K kiUi(Xi)] - 1 /K, pero como X*=1

Solo tenemos que resolver:

$$K = (1+0.45K)\ (1+0.6K)\ (1+0.5K) - 1$$

$\underline{K= 0.5}$

Con lo que finalmente tenemos que la función multi objetivo es

$$\mathbf{U(X_1,X_2,X_3) = [1+0.225U_1(X_1)][1+0.3U_2(X_2)][1+0.25U_3(X_3)] - 1 /0.5}$$

Evaluación de alternativas

Con esta función se puede determinar cuál sería la mejor alternativa del proyecto dado un escenario dado:

Alternativa	X1*1	X2*2	X3*3
A1	u(30) = 0.5	u(18) = 0.3	u(5000) = 0.8
A2	u(80) = 0.9	u(12) = 0.6	u(4000) = 0.5
A3	u(10) = 0.2	u(8) = 0.8	u(4500) = 0.6

Alternativa 1.

(0.5) U(X1,X2,X3) = [1+0.225U1(30)][1+0.3U2(18)][1+0.25U3(5000)] - 1

U(X1,X2,X3) = [[1+0.225(0.5)][1+0.3(0.3)][1+0.25(0.8)] - 1] /0.5

U(X1,X2,X3) = 0.455/0.5 = 0.9103

Alternativa 2.

(0.5) U(X1,X2,X3) = [1+0.225U1(80)][1+0.3U2(12)][1+0.25U3(4000)] - 1

U(X1,X2,X3) = [[1+0.225(0.9)][1+0.3(0.6)][1+0.25(0.5)] - 1] /0.5

U(X1,X2,X3) = 0.596/0.5 = **1.193**

Alternativa 3.

(0.5) U(X1,X2,X3) = [1+0.225U1(10)][1+0.3U2(8)][1+0.25U3(4500)] - 1

U(X1,X2,X3) = [[1+0.225(0.2)][1+0.3(0.8)][1+0.25(0.6)] - 1] /0.5

U(X1,X2,X3) = 0.490/0.5 = 0.980

Con lo cual se deduce que la mejor alternativa es la **A2**