ANÁLISIS PARA LA TOMA DE DECISIONES
(INGENIERÍA DE SISTEMAS)

PROYECTO TÚNEL

Río Mixcoac - Insurgentes Sur

Alex Germán Jiménez Hernández
Jorge Alberto Cárdenas Palacios

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

División de Ingeniería Civil y Geomática

Proyecto Túnel:

Río Mixcoac – Insurgentes Sur

Profesor: Dr. Juan Antonio Del Valle Flores

Grupo: 04

Semestre 2016-2

Integrantes:

Jiménez Hernández Alex Germán

Cárdenas Palacios Jorge Alberto

aleks-2404@hotmail.com

ÍNDICE

Introducción.

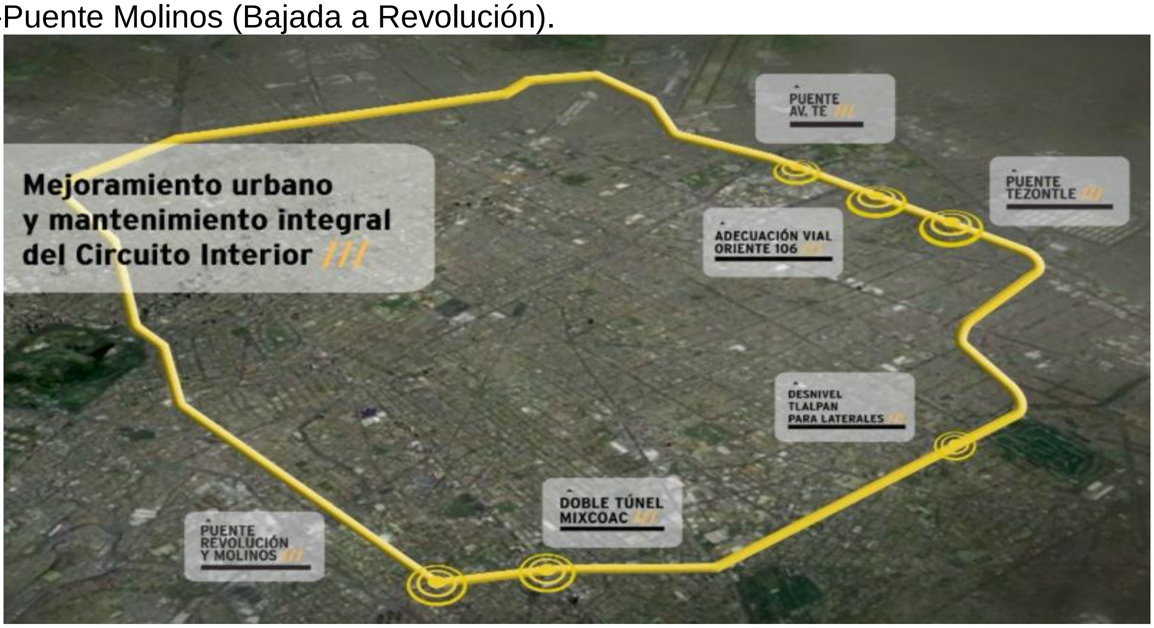
PROGRAMA DE MEJORAMIENTO URBANO Y MANTENIMIENTO INTEGRAL DEL CIRCUITO INTERIOR

La Rehabilitación Integral del Circuito Interior que realiza el Gobierno del Distrito Federal, a través de la Secretaría de Obras y Servicios, se divide en dos partes:
1.La intervención de seis puntos del Circuito Interior, para hacer continuo el paso de vehículos por los carriles centrales a lo largo de 34 kilómetros de la vialidad, de Mixcoac a Juanacatlán.

2. El mantenimiento constante y cíclico de los 42 kilómetros que conforman la vialidad, a fin de garantizar condiciones óptimas de operación.

Inversión total:
6 Intersecciones mejoradas
Concluidos y en operación:
-Puente Circuito Interior y Plutarco Elías Calles (Av. Te).
-Puente Circuito Interior y Av. Tezontle.
-Adecuación vial en Circuito Interior y Av. Oriente 106.
En proceso:
-Construcción de carriles laterales en el Circuito Interior y Calzada de Tlalpan.
-Desnivel Circuito Interior (Río Mixcoac) e Insurgentes.
-Puente Molinos (Bajada a Revolución).

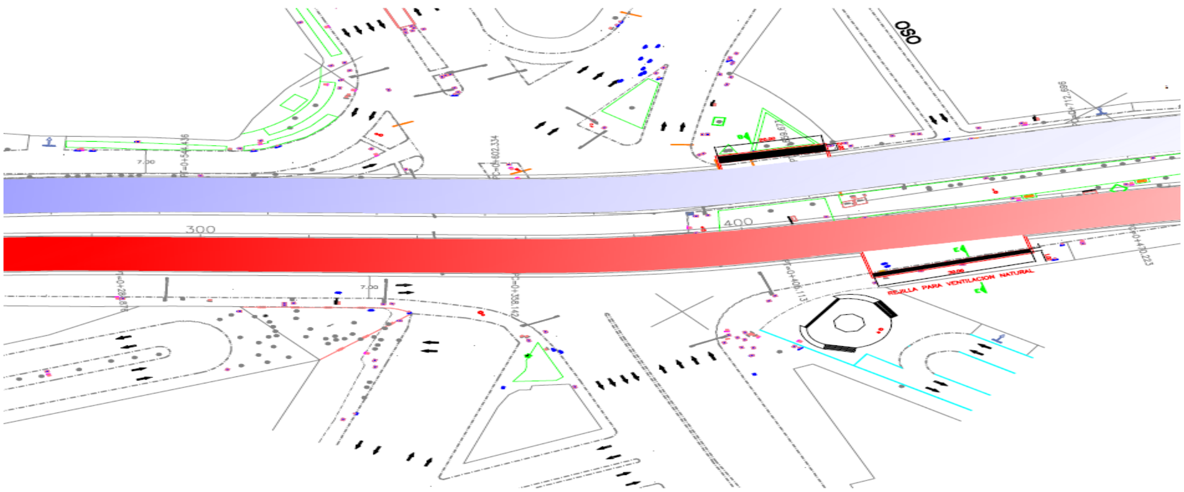
6 mil 500 MDP (diferidos al año 2025)
Mantenimiento por 12 años de:
-64 puentes peatonales.
-432 mil metros cuadrados de áreas verdes.
-105 mil m2 de superficie de rodamiento.
-5 mil 540 luminarias.
-41 puentes vehiculares y pasos a desnivel.
-259 mil metros cuadrados de banquetas.
-42 kilómetros de vialidad barrida, balizada y señalizada.

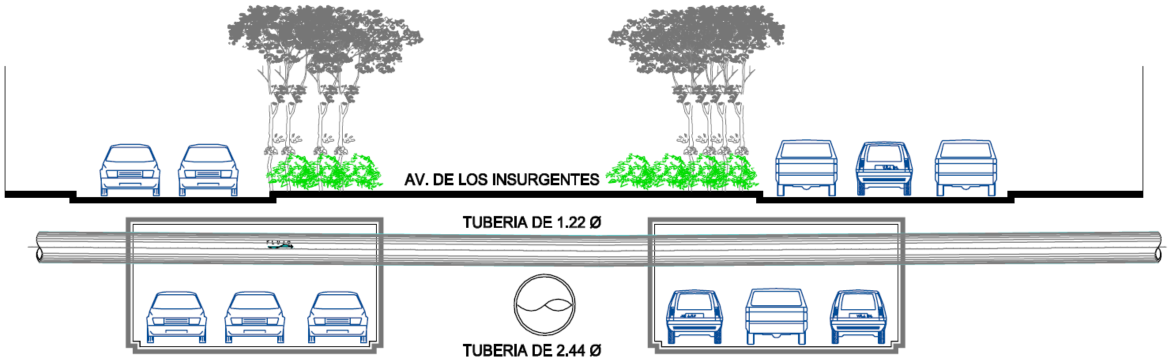


Punto de ubicación de la obra:

Desnivel Mixcoac-Insurgentes

Una de las opciones es la construcción de dos túneles como se muestra en la imagen:





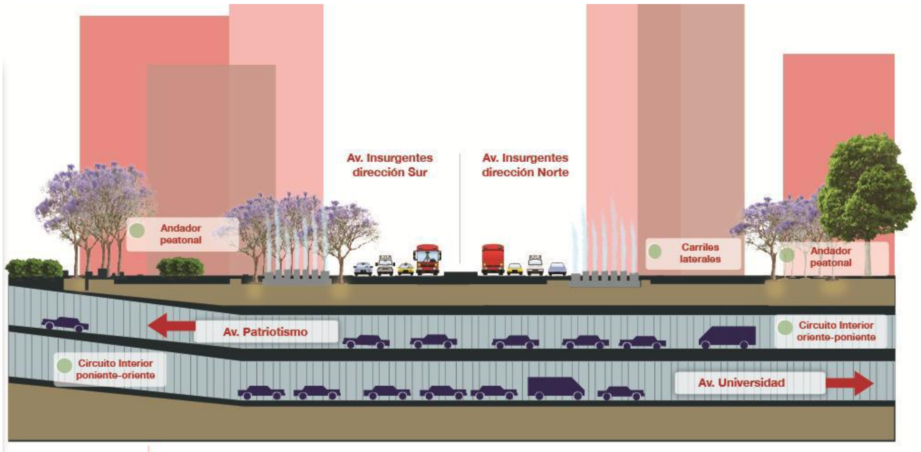
El trazo que describe el colector de 2.44 m (Río Churubusco) y su conexión con los colectores de Barranca del Muerto e Insurgentes se interceptan con la trayectoria de los cajones gemelos propuestos, dando como resultado el hacer el desvío del colector de 2.44 m, aproximadamente 5 m de profundidad y una excavación a cielo abierto de 6 m de ancho. Siendo una solución inviable económica y alargando el periodo de ejecución de los trabajos.

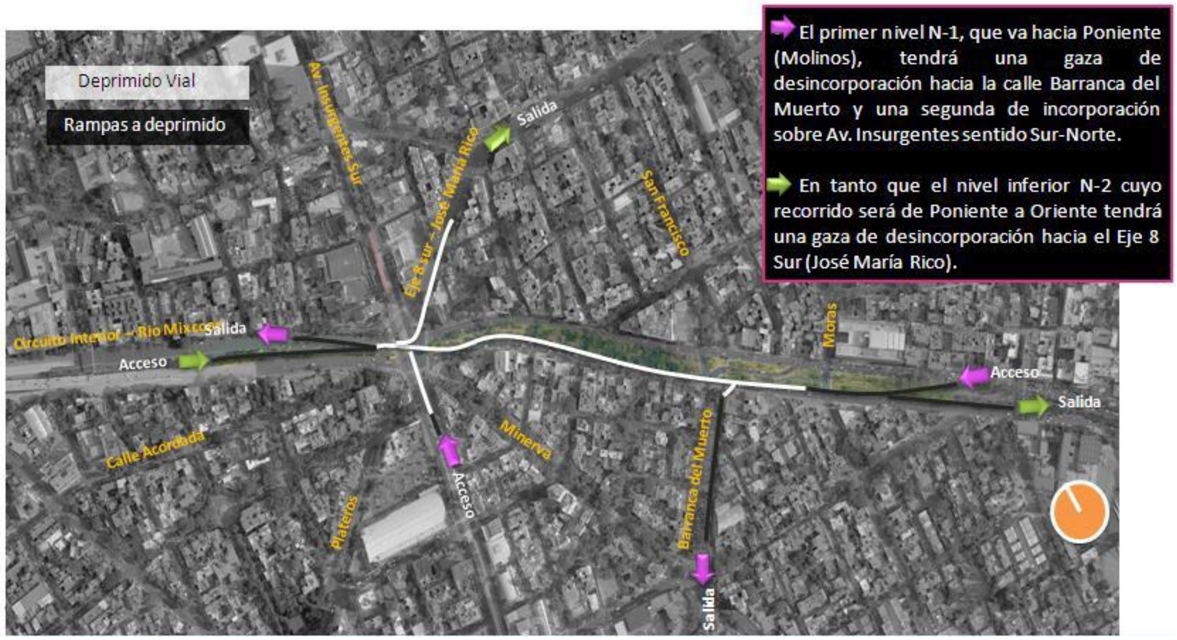
Esta solución generaría el cierre completo a la circulación vehicular sobre Circuito Interior, lo cual causaría un caos vial en las colonias aledañas y zona sur poniente de la Ciudad.
La trayectoria propuesta afectaría a ambos lados del camellón central con lo que de igual forma se afectaría el área verde involucrada e individuos arbóreos en mayor cantidad.

El tiempo del proyecto es de 22 meses aproximadamente.

La afectación de las áreas verdes será de entre 14000 y 22000 m^2, aproximadamente, dependiendo de la alternativa.

También se propuso dentro de los proyectos conceptuales el túnel de dos niveles:





Esto permitirá que el flujo vehicular sobre Circuito Interior sea de manera continua y exclusiva, ya que contara con dos niveles. El nivel N-1 cuyo sentido será de Oriente a Poniente y el nivel N-2 por consiguiente será de sentido Poniente a Oriente.

Una vez concluidos el desnivel el tránsito vehicular sobre Circuito Interior fluirá de manera subterránea, lo cual permitirá que a nivel superficial se rescate el espacio público con la construcción de un nuevo parque lineal y una nueva glorieta al cruce de Río Mixcoac e Insurgentes.

No habrá ningún cierre total sobre las vialidades.

Para el caso de la tercera opción, se considera el mismo túnel de dos niveles como en el proyecto anterior, con la diferencia de que se elimina la glorieta para implementar un paso más directo en el cruce de las avenidas para los peatones, brindándoles una mejor movilidad, además de que se recuperan más espacios de áreas verdes y se reduce de esta manera el impacto ambiental.

Capítulo 1.

MODELOS DE PROBLEMA DE TOMA DE DECISIONES

La situación es sobre la Rehabilitación Integral del Circuito Interior por el Gobierno del Distrito Federal, específicamente en el cruce de Río Mixcoac e Insurgentes Sur donde se realiza una obra, la cual consta de un túnel que servirá como desnivel para generar menos tráfico. La principal situación de Riesgo será la demanda de las vías públicas durante el proceso de la construcción, lo cual afectará directamente en los costos de la obra y nos llevará a realizar un análisis o estudio de las diferentes alternativas para construir el túnel.

Alternativas.

1. Primera propuesta de obra (A1): En esta alternativa se realizarán dos túneles en direcciones contrarias sobre el circuito, además de una glorieta para el cruce sobre insurgentes sur, tanto vehicular como peatonal.

2. Segunda propuesta de obra (A2): Se contempla un solo túnel de dos niveles para cada uno de los sentidos, con la misma glorieta que en la primera propuesta para el cruce del circuito.

3. Tercera propuesta (A3): Túnel de dos niveles con cruce directo sobre el circuito para insurgentes sur, pero con diferencia de que ésta dará preferencia a los peatones a diferencia de la glorieta, además de áreas verdes más amplias.

Estados de la naturaleza.

1. Estado de la naturaleza 1 (E1): Alta demanda tanto vehicular, como peatonal en el punto de cruce Mixcoac- Insurgentes Sur (Probabilidad 0.65).

2. Estado de la naturaleza 2 (E2): Demanda moderada tanto vehicular, como peatonal en el punto de cruce Mixcoac- Insurgentes Sur (Probabilidad 0.25).

1. Estado de la naturaleza 3 (E3): Baja demanda tanto vehicular, como peatonal en el punto de cruce Mixcoac- Insurgentes Sur (Probabilidad 0.10).

Resultados.

De acuerdo a la información que tenemos en la introducción de este trabajo, el costo del proyecto será de un aproximado de 1400 millones de pesos, pero va a variar dependiendo de cómo se presenten los estados de la naturaleza en cada una de las alternativas de acuerdo a la siguiente representación matricial.

Modelo Matricial.

Nota: Los resultados están expresados en millones de pesos y representan el costo de la obra.

Estados / Alternativa	E1(0.65)	E2(0.25)	E3(0.10)
A1	**1200**	**1350**	**1000**
A2	**1400**	**1300**	**1250**
A3	**1500**	**1225**	**1150**

Dominancia.

Haciendo el análisis de dominancia para que todos los análisis que a continuación hagamos tengan sentido, se tiene que:

Entre la alternativa **A1** y **A2**:

1200 < 1400, pero 1350 > 1300 y 1000 < 1250, por lo tanto, entre A1 y A2 no hay dominancia.

Entre la alternativa **A1** y **A3**:

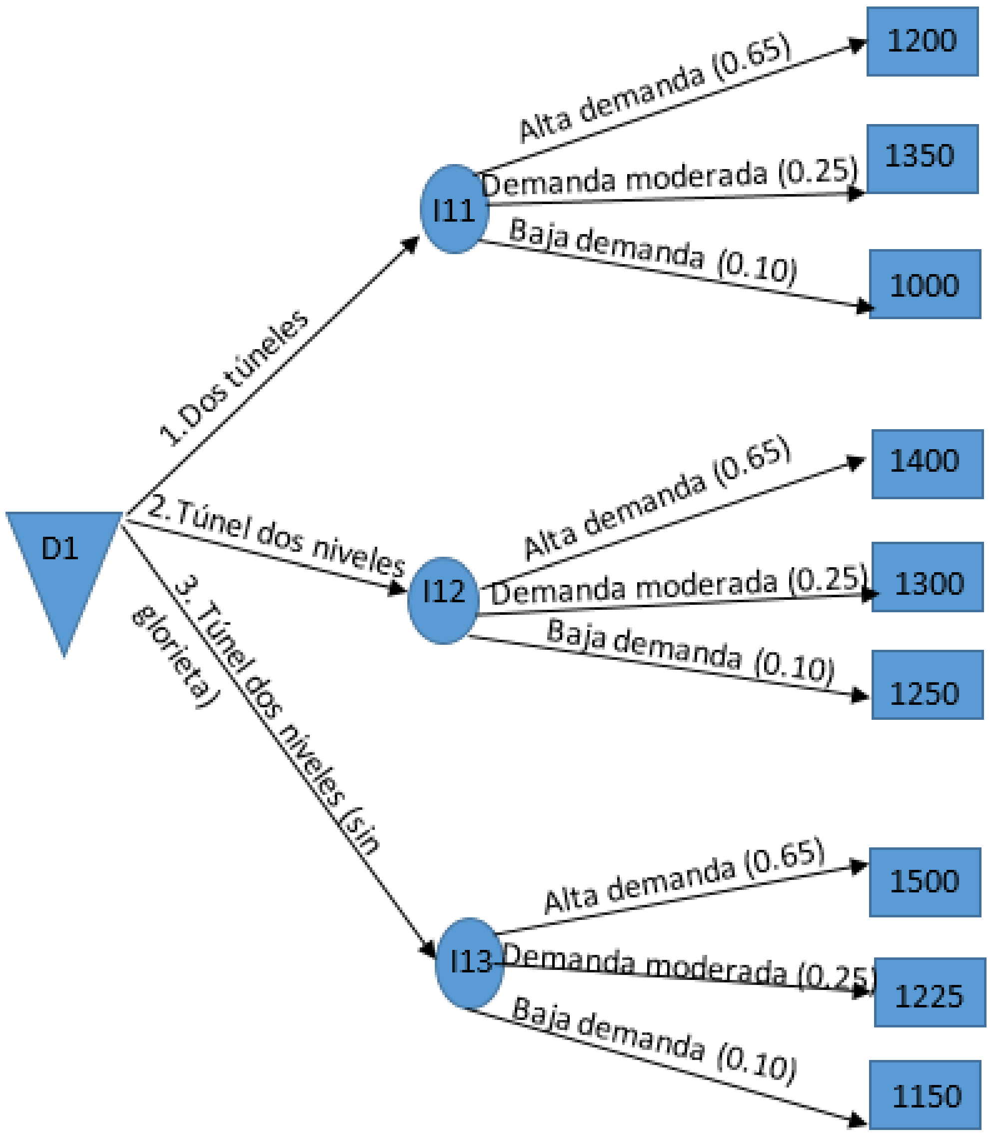
1200 < 1500, pero 1350 > 1225 y 1000 < 1150, por lo tanto, entre A1 y A3 no hay dominancia.

Entre la alternativa **A2** y **A3**:

1400 < 1500, pero 1300 > 1225 y 1250 > 1150, por lo tanto, entre A2 y A3 no hay dominancia.

Finalmente se deduce que entre las alternativas planteadas en el modelo matricial no existe dominancia.

Modelo Gráfico (Árbol de decisiones).



Capítulo 2.

TOMA DE DECISIONES BAJO CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

Debido a que no se cuenta con la información suficiente sobre la demanda tanto vehicular como peatonal en el paso del cruce principal insurgente- circuito interior, el problema de la toma de decisiones esta dado bajo condiciones de incertidumbre, en las cuales no contamos con las probabilidades de los estados de la naturaleza y se puede llevar a cabo un análisis sobre los siguientes métodos:

Del modelo matricial…

Alternativa \ Estados	E1	E2	E3
A1	1200	1350	1000
A2	1400	1300	1250
A3	1500	1225	1150

Principio Minimáx.

Minimáx.

Se eligen los mayores valores de cada alternativa señalados en rojo:

Alternativa \ Estados	E1	E2	E3
A1	1200	1350	1000
A2	1400	1300	1250
A3	1500	1225	1150

Se elige el menor valor de esos tres resultados, el cual apunta a la **Alternativa 1 con un costo de obra de 1350 mdp.**

Es decir, se ha seleccionado el mejor valor o costo de la obra de los peores resultados que se pueden llegar a presentar teniendo un pensamiento bastante conservador.

Principios Minimín.

Minimín.

Se eligen los menores valores de cada alternativa señalados en rojo:

Estados / Alternativa	E1	E2	E3
A1	1200	1350	1000
A2	1400	1300	1250
A3	1500	1225	1150

Se elige el menor valor de esos tres resultados, el cual apunta a la **Alternativa 1 con un costo de obra de 1000 mdp.**

Para el caso de nuestro problema, el mejor costo de obra sería de 1000 mdp como lo demuestra el criterio Minimín, sin embargo, hay que recordar que en estos métodos no se consideran probabilidades.

Principios de Hurwics.

De nuestra matriz se seleccionan los valores mínimos y máximos de cada una de las alternativas formando el vector de optimismo (representado en azul) y el vector de pesimismo (representado en rojo):

Estados / Alternativa	E1	E2	E3
A1	1200	1350	1000
A2	1400	1300	1250
A3	1500	1225	1150

Debido a que se tiene una actitud muy positiva, el valor de índice de optimismo relativo es cercano a uno.

$$\beta = 0.8$$

Como se observa claramente en el siguiente análisis, el optimismo se aplica a los mejores valores:

Afectamos el vector de optimismo por β y el de pesimismos por (1- β), de esta manera se calculan los valores esperados siguientes:

V(A1) = 1000 (0.8) + 1350 (0.2) = 1070

V(A1) = 1250 (0.8) + 1400 (0.2) = 1280

V(A1) = 1150 (0.8) + 1500 (0.2) = 1220

Para el problema, se selecciona el valor esperado más bajo (por costos), dándonos la **Alternativa 1 como la mejor**, de acuerdo al índice de optimismo.

Valor esperado de 1070 mdp.

Criterio de Laplace.

Teniendo tres estados de la naturaleza, la probabilidad de cada uno de ellos es de 0.33, por lo que el valor esperado de cada alternativa queda de la siguiente manera.

Estados / Alternativa	E1(0.33)	E2(0.33)	E3(0.33)
A1	**1200**	**1350**	**1000**
A2	**1400**	**1300**	**1250**
A3	**1500**	**1225**	**1150**

V(A1) = 1200 (0.33) + 1350 (0.33) + 1000 (0.33) = 1171.5

V(A1) = 1400 (0.33) + 1300 (0.33) + 1250 (0.33) = 1303.5

V(A1) = 1500 (0.33) + 1225 (0.33) + 1150 (0.33) = 1278.7

Se vuelve a elegir el mínimo valor esperado para tener el mejor costo de obra, esto nos indica la **Alternativa 1**.

Valor esperado de 1171.5 mdp.

Criterio de Arrepentimiento de Savage.

Se eligen los mejores valores de cada uno de los estados de la naturaleza (siendo los mínimos):

Estados / Alternativa	E1(0.33)	E2(0.33)	E3(0.33)
A1	1200	1350	1000
A2	1400	1300	1250
A3	1500	1225	1150

Se hace la diferencia por cada uno de los elementos de la matriz:

Estados / Alternativa	E1(0.33)	E2(0.33)	E3(0.33)
A1	1200-1200	1350-1225	1000-1000
A2	1400-1200	1300-1225	1250-1000
A3	1500-1200	1225-1225	1150-1000

Finalmente queda la matriz de arrepentimiento (por costos):

Estados / Alternativa	E1(0.33)	E2(0.33)	E3(0.33)
A1	0	125	0
A2	200	75	250
A3	300	0	150

El vector de arrepentimiento queda (125, 250, 300) siendo el valor mínimo 125 que resulta de la **Alternativa 1** como la mejor.

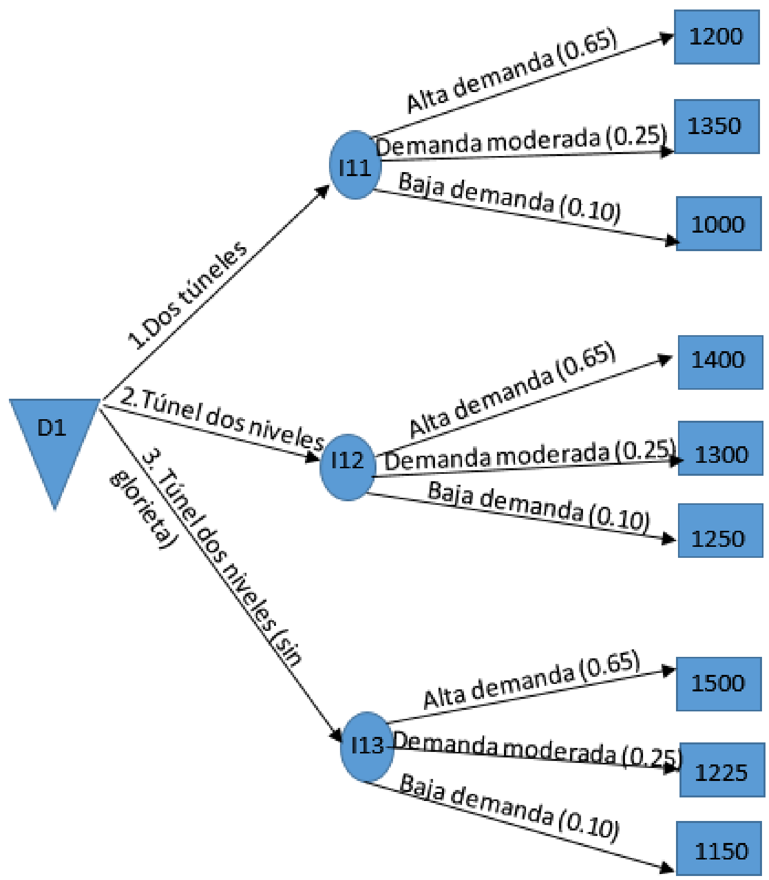
CONCLUSIÓN: Considerando cada uno de los análisis llevados a cabo anteriormente, nosotros elegimos el criterio Minimín, ya que se tiene actitud muy optimista respecto al proceso de la obra, además de saber que se nos presentará el menor costo, el cual es de **1000 mdp** contenido dentro de la **Alternativa 1.**

Capítulo 3.

DECISIONES BAJO CONDICIONES DE RIESGO

Minimización del valor esperado.

A partir del árbol de decisiones construido anteriormente con apoyo de los datos de cada alternativa y las probabilidades se calcula el valor esperado a continuación:



E(A1) = 0.65(1200) + 0.25(1350) + 0.10(1000) = 1217.5

E(A2) = 0.65(1400) + 0.25(1300) + 0.10(1250) = 1360

E(A2) = 0.65(1500) + 0.25(1225) + 0.10(1150) = 1396.25

Debido a que se está buscando que el costo de la obra sea el menor, el valor esperado mínimo nos indica que se debe elegir la **Alternativa 1.**

Principio del más probable futuro.

Para transformar nuestro problema de decisión bajo riesgo en uno bajo certeza se considera que la probabilidad del estado 1, el cual es de 0.65, es muy grande, por lo tanto, solo se considerará este aspecto quedándonos la siguiente matriz:

Estado / Alternativa	E1(0.65)
A1	1200
A2	1400
A3	1500

Se puede visualizar inmediatamente que la **Alternativa 1** es la mejor opción para minimizar el costo, el cual quedó fijado en 1200 millones de pesos.

Estados / Alternativa	E1(0.65)	E2(0.25)	E3(0.10)
A1	1200	1350	1000
A2	1400	1300	1250
A3	1500	1225	1150

En el caso de los demás resultados que fueron eliminados marcados en rojo, se podría considerar la alternativa 1 y el estado 2, así como la Alternativa 2 y el estado 2 como muy probables, en los cuales se tiene que tener especial cuidado, ya que representaría un aumento en el costo de manera significativa.

Principio del nivel esperado.

En el documento sobre el presupuesto de la obra, se informa que el Gobierno de la Ciudad de México sólo está dispuesto a pagar no más de 1300 millones de pesos, ya que es con los únicos recursos con los que se cuenta, por lo tanto, para el análisis siguiente, se toma ese nivel para poder tomar una decisión:

Estados / Alternativa	E1(0.65)	E2(0.25)	E3(0.10)
A1	**1200**	**1350**	**1000**
A2	**1400**	**1300**	**1250**
A3	**1500**	**1225**	**1150**

Para Alternativa 1:

P (costo <= 1300) = P (E1) + P (E3) = 0.65 + 0.1 = 0.75

Para Alternativa 2:

P (costo <= 1300) = P (E2) + P (E3) = 0.25 + 0.1 = 0.35

Para Alternativa 3:

P (costo <= 1300) = P (E2) + P (E3) = 0.25 + 0.1 = 0.35

Se elige la **Alternativa 1**, ya que tiene la mayor probabilidad de cumplir con el presupuesto con el que cuenta el gobierno.

Análisis de varianza.

Con apoyo en los valores esperados:

E(A1) = 1217.5 E(A2) = 1360 E(A2) = 1396.25

Para Alternativa 1:

$V (A1) = 0.65 (1200 – 1217.5)^2 + 0.25 (1350 – 1217.5)^2 + 0.1 (1000 – 1217.5)^2$

V (A1) = 9318.75.

Para Alternativa 2:

$V (A2) = 0.65 (1400 – 1360)^2 + 0.25 (1300 – 1360)^2 + 0.1 (1250 – 1360)^2$

V (A2) = 3150.

Para Alternativa 3:

V (A3) = 0.65 (1500 – 1396.25)^2 + 0.25 (1225 – 1396.25)^2 + 0.1 (1150 – 1396.25)^2

V (A3) = 20392.1875.

De acuerdo al criterio de análisis de varianza, se elige la **Alternativa 2,** debido a que en ella se obtiene la menor varianza (3150) y esto nos representa un menor riesgo comparado con las otras dos.

Capítulo 4.

VALOR DE LA INFORMACIÓN EN LAS DECISIONES

Información perfecta.

De acuerdo al análisis que se había realizado anteriormente respecto a minimizar lo más posible el valor esperado se obtuvo que la **Alternativa 1** era la mejor opción.

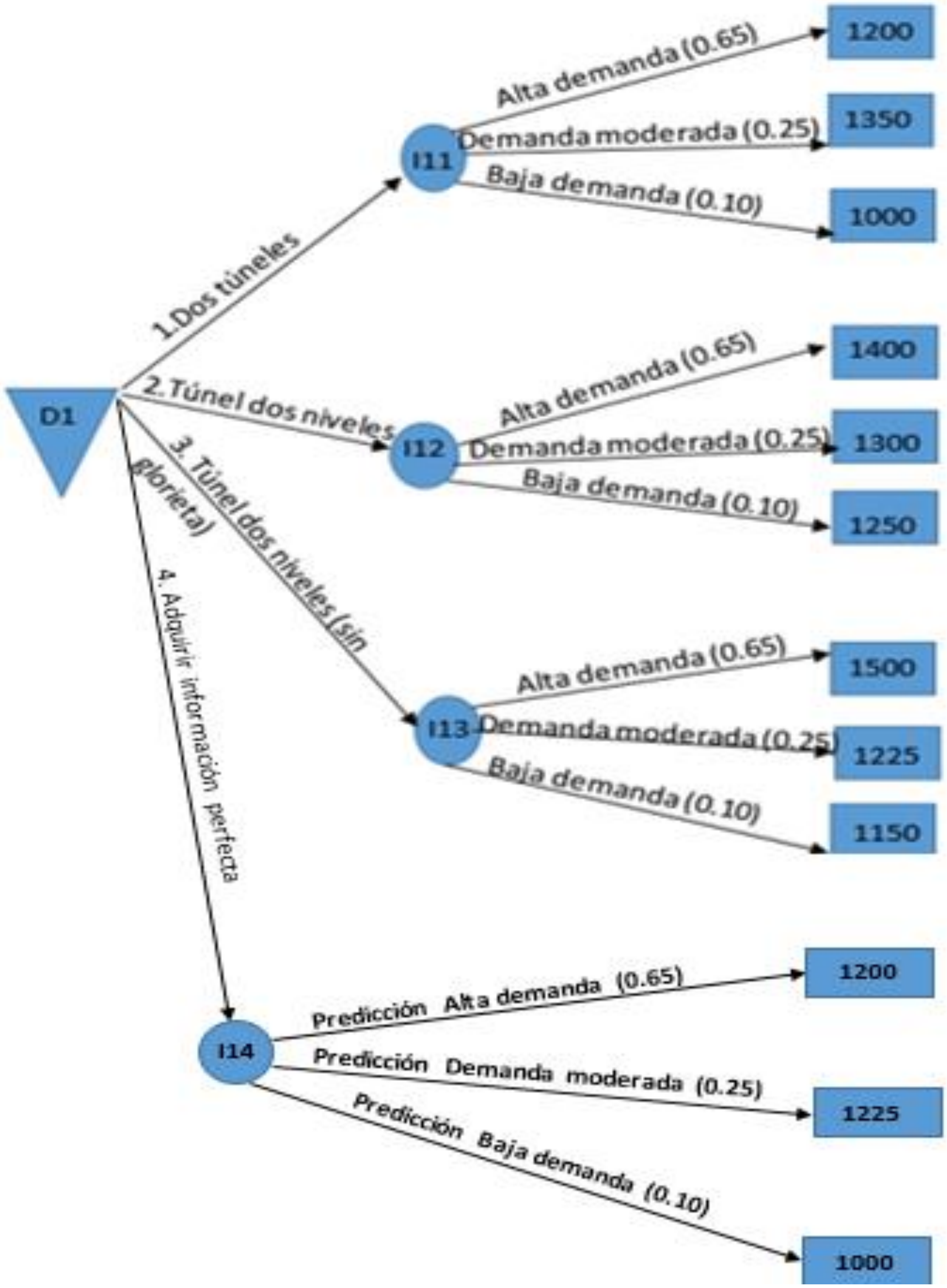
VE/ID= 0.65(1200) + 0.25(1350) + 0.10(1000) = 1217.5

La información perfecta se obtiene consultando al famoso personaje Walter Mercado, muy conocido por hacer predicciones del futuro.

Ahora bien, se hará el análisis para obtener el valor esperado de la información perfecta para saber lo máximo que se podrá pagar por ella y así establecer la cota superior.

Agregamos nuestra alternativa para adquirir información perfecta:

Árbol de decisiones (información perfecta).



VE/IP= 0.65(1200) + 0.25(1225) + 0.10(1000) = 1186.25

VE(IP) = VE/ID – VE/IP = 1217.5 – 1186.25 = 31.25

La cota superior es de 31.25 millones de pesos, el cual es el precio que se podrá pagar como máximo por la información adicional adquirida

Información imperfecta.

Sabiendo la cota superior de la información perfecta, se ha implementado la alternativa de comprar información imperfecta, la cual será dada por la una compañía llamada XEROX, especializada en los sistemas de información en los medios de transporte terrestre, que además se basa en un registro o historial de la demanda sobre esas vías principales (Insurgentes Sur y Circuito Interior). Se ha investigado que la adquisición de estos datos, los cuales son muy importantes para la decisión del proyecto, tendrá un costo de 5 millones de pesos.

Se tomará en cuenta esa cantidad para el siguiente análisis:

Se obtienen los siguientes datos de la compra:

S1: Registro indica alta demanda en vías principales

S2: Registro indica demanda moderada

S3: Registro indica baja demanda

La empresa consultora asociada a la SCT, la cual se encargó de realizar el registro previo, da sus estimaciones probabilísticas de que se equivoque, de acuerdo a su rango de error al realizar los estudios.

P(S1/E1) = 0.9	**P(S1/E2) = 0.1**	**P(S1/E3) = 0.1**
P(S2/E1) = 0.1	**P(S2/E2) = 0.8**	**P(S2/E3) = 0.2**
P(S3/E1) = 0	**P(S3/E2) = 0.1**	**P(S3/E3) = 0.7**

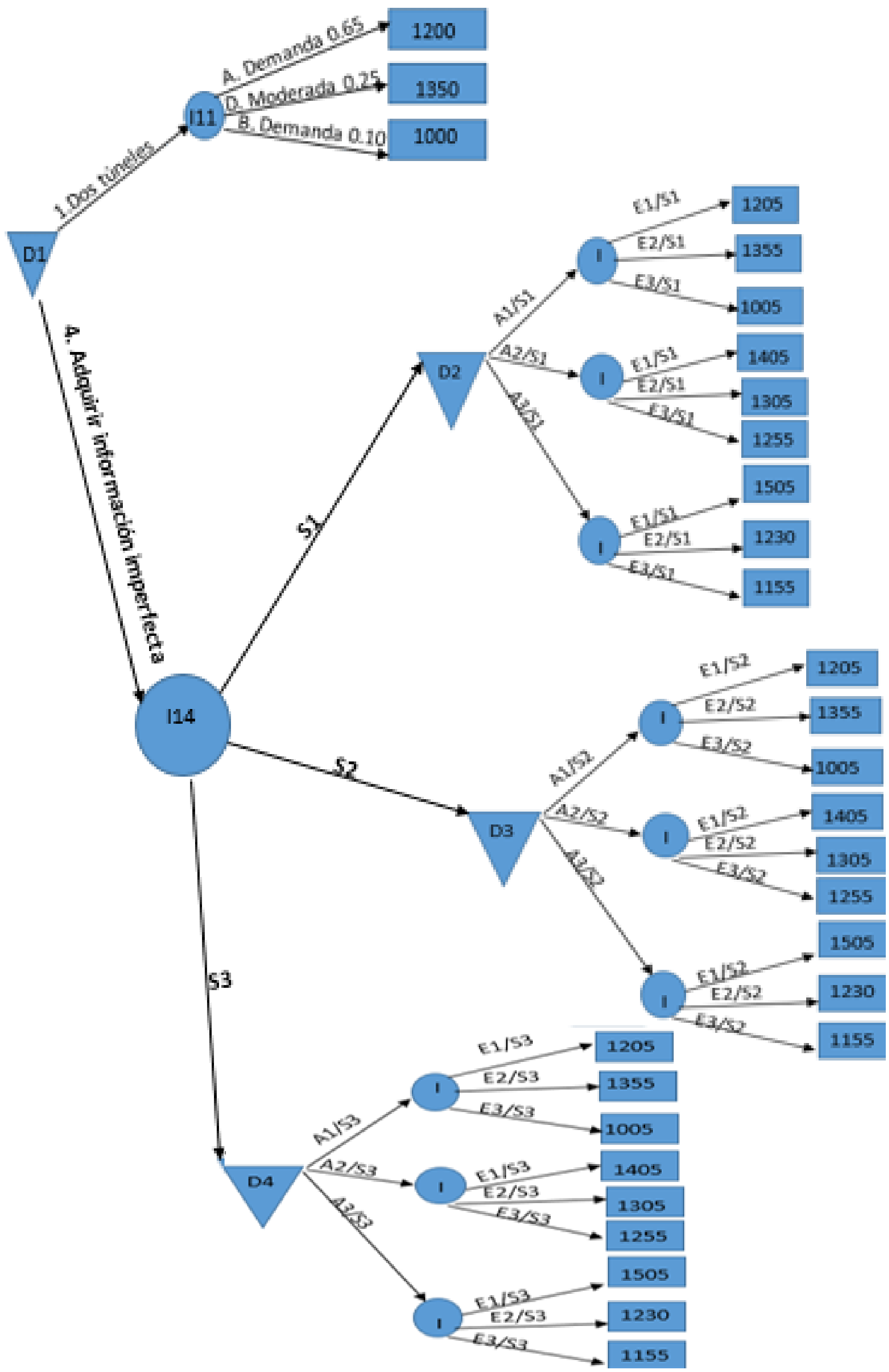
De antemano sabemos que:

P(E1) = 0.65

P(E2) = 0.25

P(E3) = 0.10

Árbol de decisiones (información imperfecta).



P(S1/E1) = 0.9	P(S1/E2) = 0.1	P(S1/E3) = 0.1
P(S2/E1) = 0.1	P(S2/E2) = 0.8	P(S2/E3) = 0.2
P(S3/E1) = 0	P(S3/E2) = 0.1	P(S3/E3) = 0.7

Con apoyo de la probabilidad se calcula lo siguiente:

P(S1) = P(S1/E1) P(E1) + P(S1/E2) P(E2) + P(S1/E3) P(E3)

P(S1) = 0.9(0.65) + 0.1(0.25) + 0.1(0.10) = **0.62**

P(S2) = P(S2/E1) P(E1) + P(S2/E2) P(E2) + P(S2/E3) P(E3)

P(S2) = 0.1(0.65) + 0.8(0.25) + 0.2(0.10) = **0.285**

P(S1) = P(S3/E1) P(E1) + P(S3/E2) P(E2) + P(S3/E3) P(E3)

P(S3) = 0(0.65) + 0.1(0.25) + 0.7(0.10) = **0.095**

Se cumple que P(S1) + P(S2) + P(S3) =1

Posteriormente con el Teorema de Bayes:

P(E1/S1) = [P(S1/E1) P(E1)] / P(S1) = [0.9(0.65)] / 0.62 = **0.944**

P(E2/S1) = [P(S1/E2) P(E2)] / P(S1) = [0.1(0.25)] / 0.62 = **0.040**

P(E3/S1) = [P(S1/E3) P(E3)] / P(S1) = [0.1(0.10)] / 0.62 = **0.016**

Se cumple que P(E1/S1) + P(E2/S1) + P(E3/S1) =1

P(E1/S2) = [P(S2/E1) P(E1)] / P(S2) = [0.1(0.65)] / 0.285 = **0.228**

P(E2/S2) = [P(S2/E2) P(E2)] / P(S2) = [0.8(0.25)] / 0.285 = **0.702**

P(E3/S2) = [P(S2/E3) P(E3)] / P(S2) = [0.2(0.10)] / 0.285 = **0.070**

Se cumple que P(E1/S2) + P(E2/S2) + P(E3/S2) =1

P(E1/S3) = [P(S3/E1) P(E1)] / P(S3) = [0(0.65)] / 0.095 = **0**

P(E2/S3) = [P(S3/E2) P(E2)] / P(S3) = [0.1(0.25)] / 0.095 = **0.263**

P(E3/S3) = [P(S3/E3) P(E3)] / P(S3) = [0.7(0.10)] / 0.095 = **0.737**

Se cumple que P(E1/S3) + P(E2/S3) + P(E3/S3) =1

Se calcula el valor esperado de los nodos más distantes hasta acercarse a la raíz y eligiendo siempre el menor:

Para Alternativa 1:

VE(A1) = 0.65(1200) + 0.25(1350) + 0.10(1000) = 1217.5

Para Nodo D2:

VE(A1) = 0.944(1205) + 0.040(1355) + 0.016(1005) = 1207.8

VE(A2) = 0.944(1405) + 0.040(1305) + 0.016(1255) = 1398.6

VE(A3) = 0.944(1505) + 0.040(1230) + 0.016(1155) = 1488.4

Para Nodo D3:

VE(A1) = 0.228(1205) + 0.702(1355) + 0.07(1005) = 1296.3

VE(A2) = 0.228(1405) + 0.702(1305) + 0.07(1255) = 1324.3

VE(A3) = 0.228(1505) + 0.702(1230) + 0.07(1155) = 1287.45

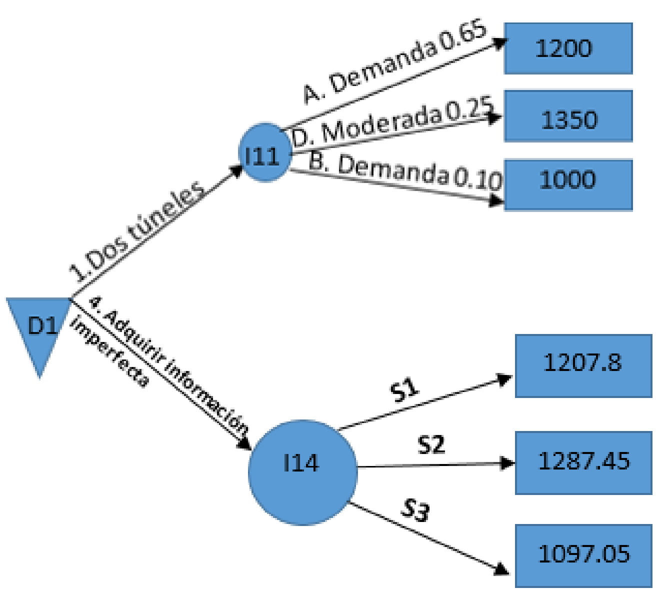
Para Nodo D4:

VE(A1) = 0(1205) + 0.263(1355) + 0.737(1005) = 1097.05

VE(A2) = 0(1405) + 0.263(1305) + 0.737(1255) = 1268.15

VE(A3) = 0(1505) + 0.263(1230) + 0.737(1155) = 1174.725

Finalmente, el árbol queda de la siguiente manera:



Calculando el valor esperado de la información imperfecta, nos queda:

VE(II) = VE/II – VE/ID

Donde sabemos que,

VE/ID = VE(A1) = 0.65(1200) + 0.25(1350) + 0.10(1000) = 1217.5

VE/II = 0.62(1207.8) + 0.285(1287.45) + 0.095(1097.05) = 1219.979

VE(II) = VE/II – VE/ID = 1219.979 – 1217.5 = 2.479

Se tiene lo siguiente:

VE (Sin información) = 0.65(1200) + 0.25(1350) + 0.10(1000) = 1217.5

VE (Con información) = 0.62(1197.8) + 0.285(1277.45) + 0.095(1087.05) = 1219.979

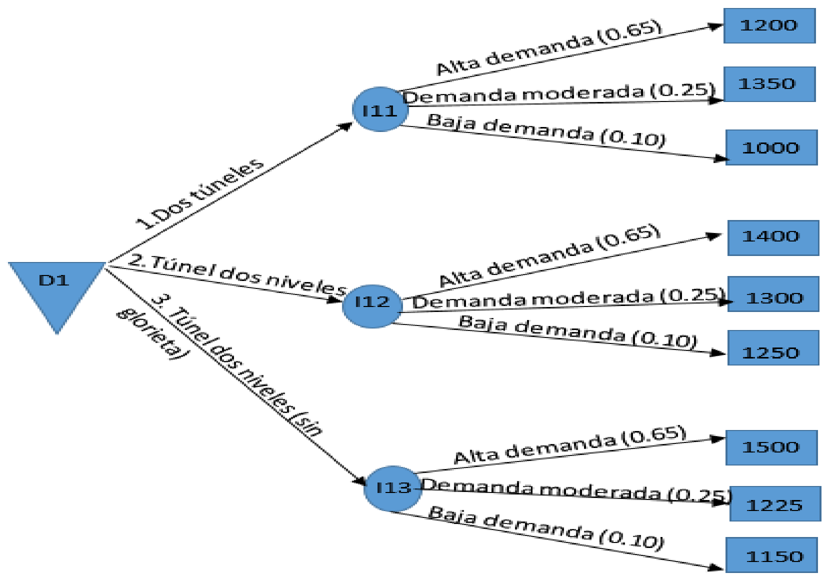
Por lo tanto, se puede concluir que la mejor alternativa a elegir en este caso es la uno **(Alternativa 1)**, ya que su valor esperado es menor que con la información adquirida, lo cual representa el mejor costo para la obra.

Capítulo 5.

ENFOQUE DE UTILIDAD EN LAS DECISIONES

Construcción de curvas de utilidad.

Método "cuestionando probabilidades".



Para iniciar con la construcción de nuestra curva de utilidad, se sabe que a partir del árbol de decisiones original:

X^o → Representa nuestro peor valor o resultado, es decir, el costo más alto

$X^o = 1500$ mdp

X^* → Representa nuestro mejor valor o resultado, es decir, el costo más bajo

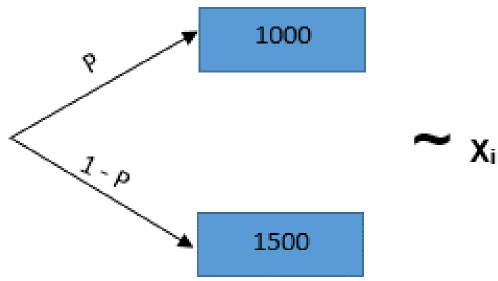
$X^* = 1000$ mdp

Por lo tanto:

$U(X^o) = U(1500) = 0$

$U(X^*) = U(1000) = 1$

Posteriormente se empieza a cuestionar sobre las probabilidades de diferentes valores de X_i, de tal manera que las distintas loterías sean indiferentes:



Para un valor de **$X_i = 1200$, $P = 0.8$**

Haciendo el análisis para transformar a valor utilitario:

$$U(1200) = P\,U(1000) + (1 - P)\,U(1500) = 0.8(1) + 0.2(0) = 0.8$$

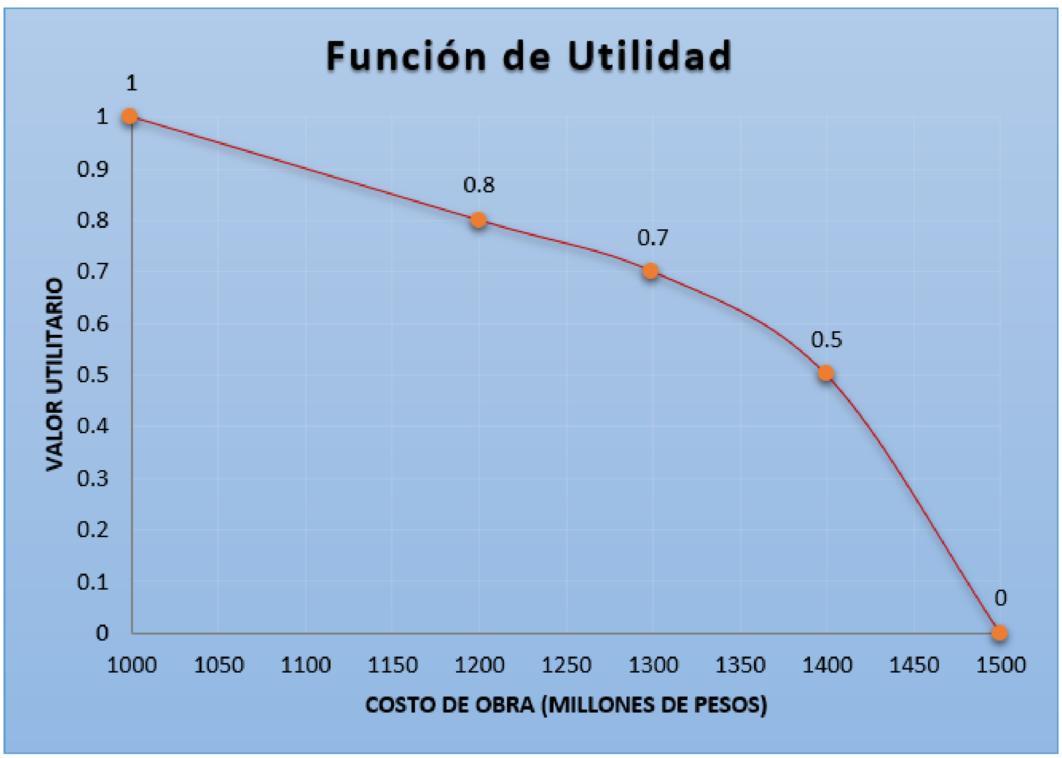
Para un valor de X_i **= 1300, P = 0.7**

$$U(1300) = P\,U(1000) + (1 - P)\,U(1500) = 0.7(1) + 0.3(0) = 0.7$$

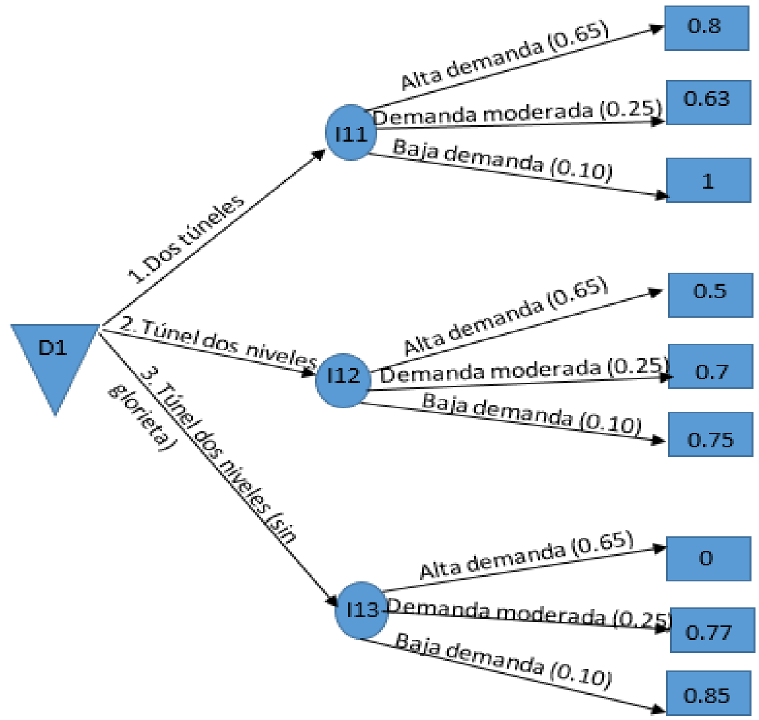
Para un valor de X_i **= 1400, P = 0.5**

$$U(1400) = P\,U(1000) + (1 - P)\,U(1500) = 0.5(1) + 0.4(0) = 0.5$$

Con los cinco puntos obtenidos es posible trazar la gráfica o curva de utilidad:



Modelo de árbol de decisiones con Valor utilitario



Se calcula el valor utilitario esperado para cada alternativa con el nuevo esquema:

VUE(A1) = 0.65(0.8) + 0.25(0.63) + 0.10(1) = 0.7775

VUE(A2) = 0.65(0.5) + 0.25(0.7) + 0.10(0.75) = 0.575

VUE(A2) = 0.65(0) + 0.25(0.77) + 0.10(0.85) = 0.2775

Se elige la **Alternativa 1**, debido a que representa el mayor valor utilitario para el objetivo que nos hemos planteado de minimizar el costo.

Método "cuestionando Equivalentes Bajo Certeza (EBC)".

Igual que en el caso anterior:

X^o → Representa nuestro peor valor o resultado, es decir, el costo más alto

X^o = 1500 mdp

X^* → Representa nuestro mejor valor o resultado, es decir, el costo más bajo

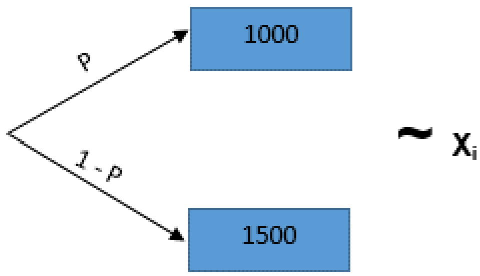
X^* = 1000 mdp

Por lo tanto:

$U(X^o)$ = U (1500) = 0

$$U(X^{*}) = U\ (1000) = 1$$

Se empieza a cuestionar sobre los valores de X_i o EBC con diferentes probabilidades ya presentadas, de tal manera que las distintas loterías sean indiferentes:



Para una probabilidad **P= 0.9, X_I = 1150**

Haciendo el análisis para transformar a valor utilitario:

$$U\ (EBC) = P\ U\ (1000) + (1 – P)\ U\ (1500) = 0.9(1) + 0.1(0) = 0.9$$

$$U\ (1050) = 0.9$$

Para una probabilidad **P= 0.7, X_I = 1300**

$$U\ (EBC) = P\ U\ (1000) + (1 – P)\ U\ (1500) = 0.7(1) + 0.3(0) = 0.7$$

$$U\ (1200) = 0.7$$

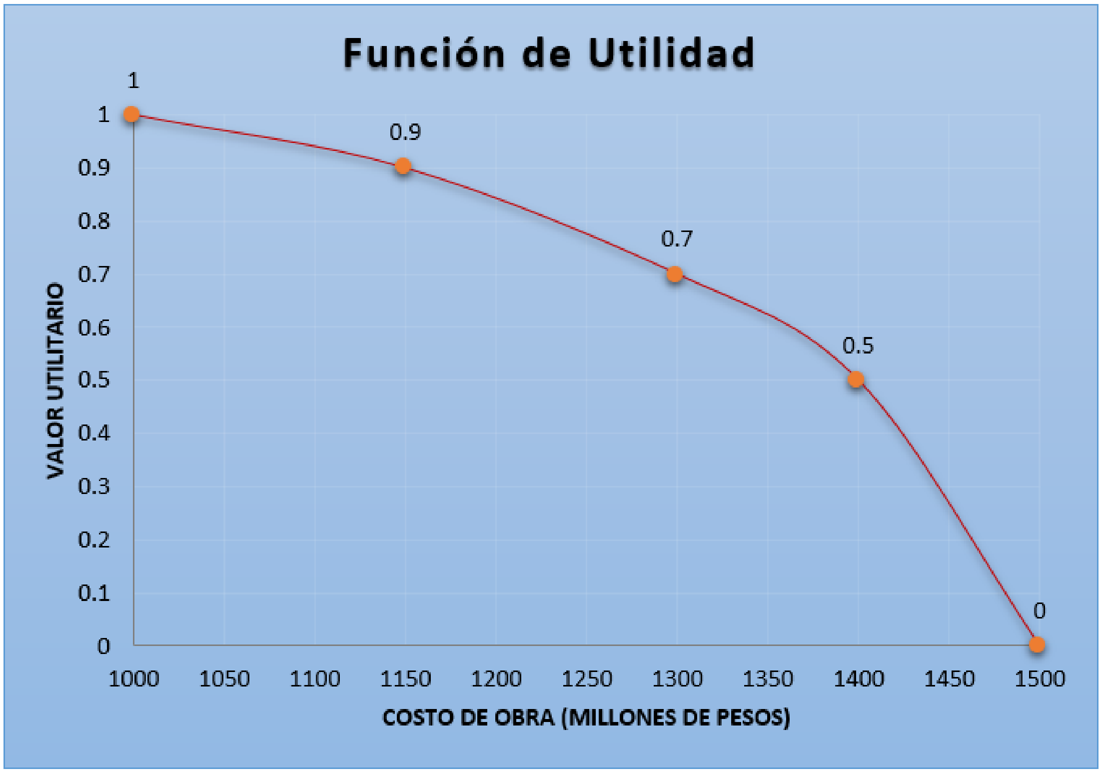
Para una probabilidad **P= 0.5, X_I = 1400**

Haciendo el análisis para transformar a valor utilitario:

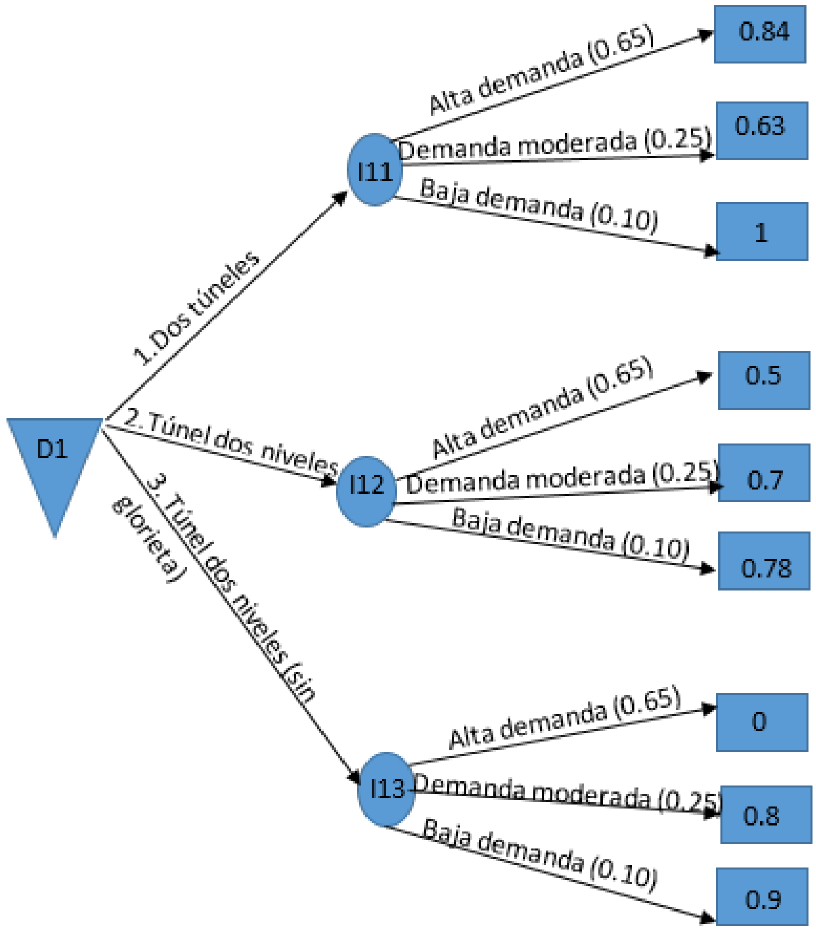
$$U\ (EBC) = P\ U\ (1000) + (1 – P)\ U\ (1500) = 0.5(1) + 0.5(0) = 0.5$$

$$U\ (1400) = 0.5$$

Se grafica la curva de utilidad:


Función de Utilidad
VALOR UTILITARIO
COSTO DE OBRA (MILLONES DE PESOS)
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
1000
1050
1100
1150
1200
1250
1300
1350
1400
1450
1500
1
0.9
0.7
0.5
0

Modelo de árbol de decisiones con Valor utilitario



Se calcula el valor utilitario esperado para cada alternativa:

VUE(A1) = 0.65(0.84) + 0.25(0.63) + 0.10(1) = 0.8035

VUE(A2) = 0.65(0.5) + 0.25(0.7) + 0.10(0.78) = 0.578

VUE(A2) = 0.65(0) + 0.25(0.8) + 0.10(0.9) = 0.29

Se elige la **Alternativa 1**, debido a que representa el mayor valor utilitario con el objeto de minimizar el costo de la obra.

Capítulo 6.

DECISIONES CON MULTIOBJETIVOS

A partir de ahora se definen nuevos criterios u objetivos para nuestro proyecto, los cuales nos ayudarán a tomar una mejor decisión y que den beneficios para otras áreas o aspectos.

Serán tres en total, considerando al costo, el cual ya se contemplaba anteriormente y se añadirán a cada una de las alternativas:

X_1: Costo de la obra (millones de pesos).

X_2: Tiempo para terminar la obra (días).

X_3: Impacto en áreas verdes (m^2).

El tiempo se vuelve importante desde este momento, ya que se cuenta con un plazo aproximado de entrega de la obra debido a cuestiones políticas.

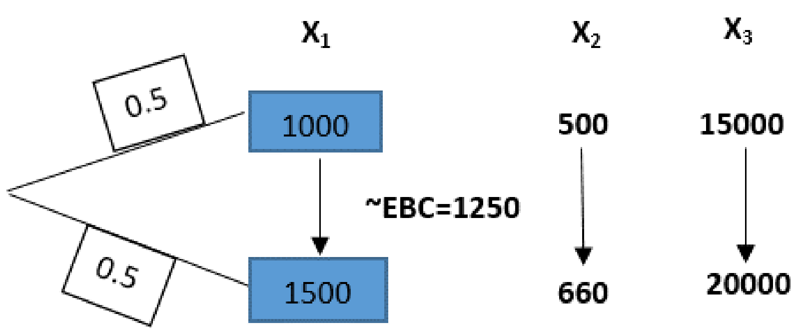
El impacto ambiental sobresale en los objetivos por los altos índices de contaminación que se están presentando actualmente en la Ciudad de México, por lo que la comunidad exige menos deforestación y mayores áreas verdes.

Independencia entre los objetivos.

Independencia utilitaria.

Para comprobar la separabilidad de la función de utilidad conjunta para nuestros tres objetivos, se utilizará el **teorema para la condición de mutua independencia de utilidad**.

Primero se comprueba la independencia de utilidad para el objetivo $\mathbf{X_1}$ con niveles fijos de $\mathbf{X_2}$ y $\mathbf{X_3}$ para la siguiente lotería:



Al cuestionarse sobre la lotería del mejor y peor costo para la obra y teniendo probabilidad del 50% para cada una, se fijó un equivalente bajo certeza de 1250 millones de pesos con X_2 y X_3 como niveles fijos en 500 y 15000 respectivamente.

Posteriormente se fijaron nuevos niveles de X_2 y X_3 en 660 y 20000 respectivamente y al cuestionarse sobre el EBC, resultó ser el mismo de 1250 millones de pesos, es decir que no afectó en nada los otros cambios por ser el costo el objetivo más privilegiado, comprobando así, que **X_1 es independiente utilitariamente**.

Independencia preferencial.

A continuación, se probará la independencia preferencial de los pares (X_1, X_2) y (X_1, X_3) obedeciendo al teorema para la separabilidad.

Con el siguiente planteamiento muy parecido al de utilidad, se proponen los siguientes valores:

X_1= Costo ------------------	**1000 mdp**	**1500 mdp**
X_2= Tiempo ----------------	**500 días**	**660 días**
Niveles fijos de X_3 -------	**15000 m²**	**20000 m²**

Para nuestro caso, el costo que se tendrá que pagar por el tiempo en que se terminará la obra no afecta en nada o es independiente del impacto a las áreas verdes, ya sea de 15000 m^2, como se marca en el cuadro azul o de 20000, el cual es el segundo nivel fijo propuesto, lo anterior debido a que se cuenta con un presupuesto muy limitado y el tiempo es primordial. Por lo tanto, se considera que **(X_1, X_2) es preferencialmente independiente**.

Por último, para X_1 y X_3:

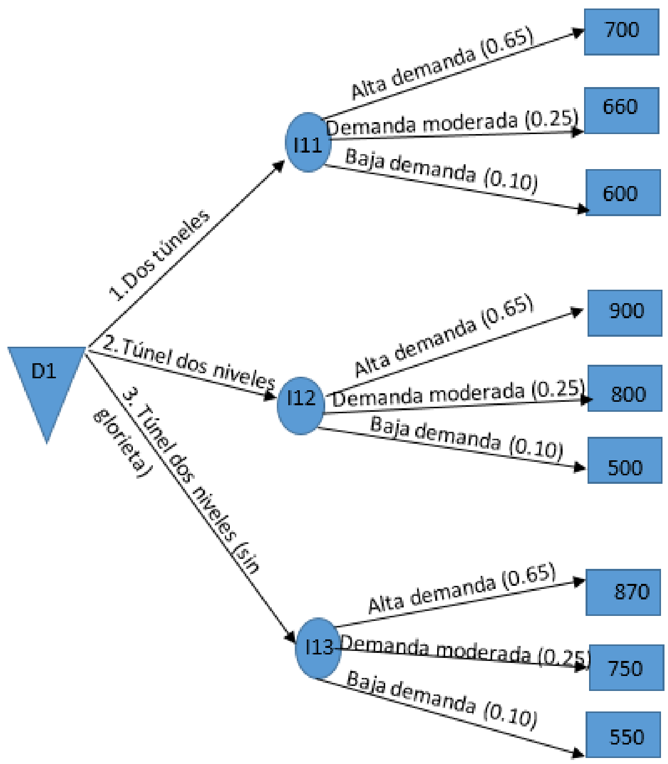
X_1= Costo ----------------------------	**1000 mdp**	**1500 mdp**
X_3= Impacto áreas verdes -------	**15000 m²**	**20000 m²**
Niveles fijos de X_2 -----------------	**500 días**	**660 días**

La negociación entre los parámetros del costo y el impacto ambiental son independientes de los niveles fijos de la duración del proyecto, ya sea a 500 días o a 660 días, como se propuso en la tabla, por lo tanto, se considera que **(X_1, X_3) es preferencialmente independiente**.
Finalmente se cumplen las condiciones mínimas de **independencia utilitaria mutua de (X_1, X_2, X_3)** y nuestra función **U (X_1, X_2, X_3)** puede ser separada en **forma multiplicativa**.

Construcción de curvas de utilidad de los objetivos restantes (X_2, X_3)

Método "cuestionando probabilidades". (X_2)

Para el objetivo X_2 que se refiere al término de la obra en días, se obtuvo a partir de análisis el siguiente árbol de decisiones:



Para iniciar con la construcción de nuestra curva de utilidad, se sabe que a partir del árbol de decisiones original:

X^o → Representa nuestro peor valor o resultado, es decir, el tiempo más largo

X^o = 900 días

X^* → Representa nuestro mejor valor o resultado, es decir, el tiempo más corto

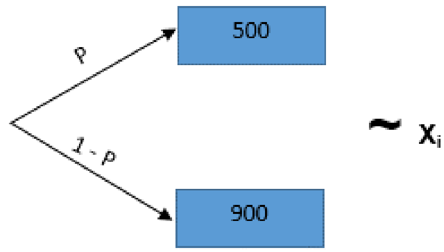
X^* = 500 días

Por lo tanto:

$U(X^o) = U(900) = 0$

$$U(X^*) = U\,(500) = 1$$

Posteriormente se empieza a cuestionar sobre las probabilidades de diferentes valores de X_i, de tal manera que las distintas loterías sean indiferentes:



Para un valor de X_i **= 600, P = 0.8**

Haciendo el análisis para transformar a valor utilitario:

$$U\,(600) = P\,U\,(500) + (1 - P)\,U\,(900) = 0.8(1) + 0.2(0) = 0.8$$

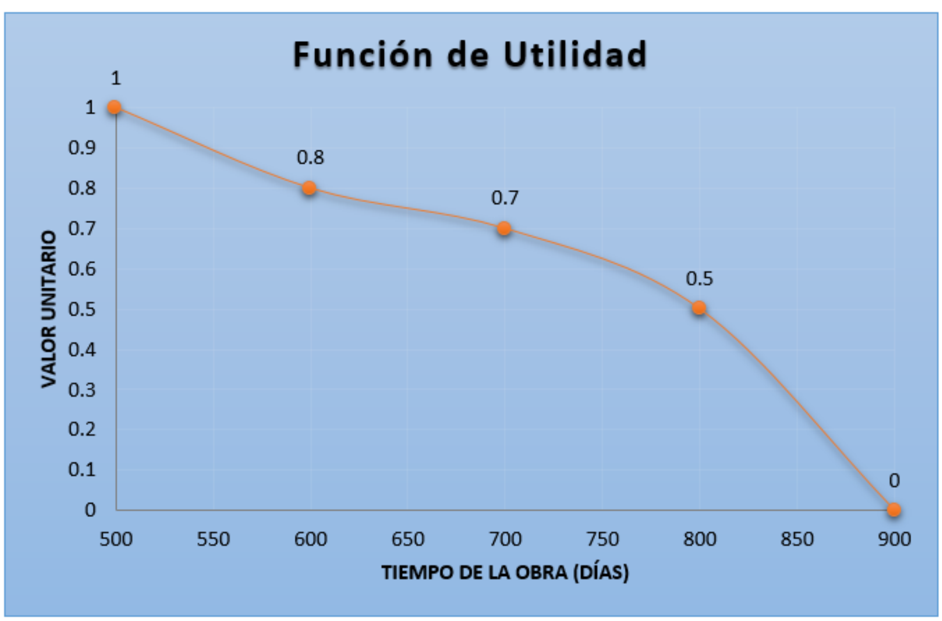
Para un valor de X_i **= 700, P = 0.7**

$$U\,(700) = P\,U\,(500) + (1 - P)\,U\,(900) = 0.7(1) + 0.3(0) = 0.7$$

Para un valor de X_i **= 800, P = 0.5**

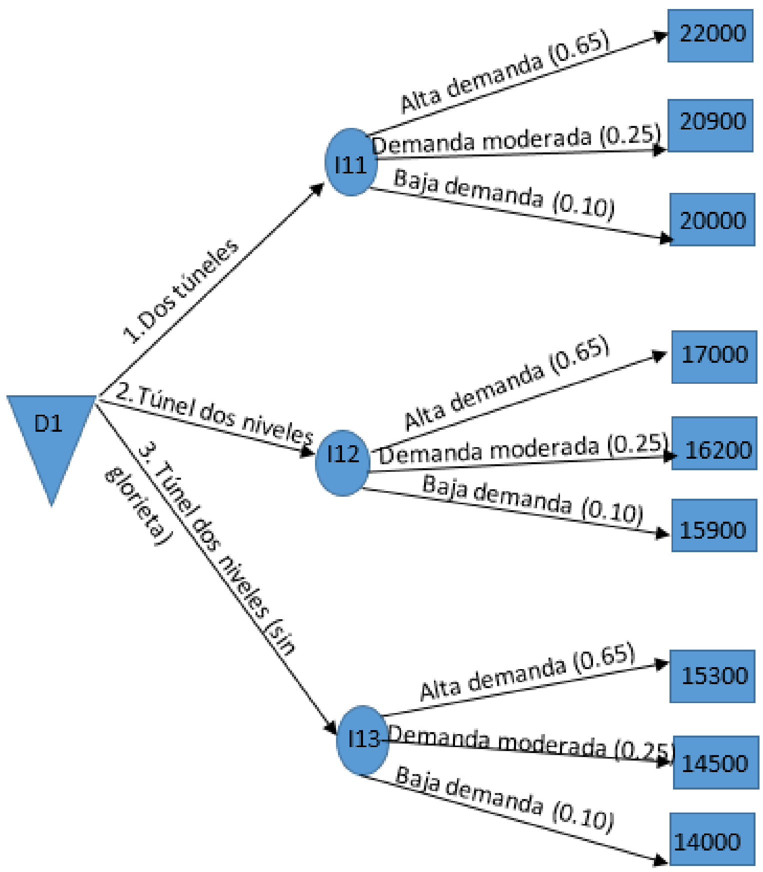
$$U\,(800) = P\,U\,(500) + (1 - P)\,U\,(900) = 0.5(1) + 0.4(0) = 0.5$$

Con los cinco puntos obtenidos es posible trazar la gráfica o curva de utilidad:



Método “cuestionando probabilidades”. (X_3)

Para el objetivo X_3 que se refiere al impacto en áreas verdes en metros cuadrados, se obtuvo a partir de análisis el siguiente árbol de decisiones:



Para iniciar con la construcción de nuestra curva de utilidad, se sabe que a partir del árbol de decisiones original:

X^o → Representa nuestro peor valor o resultado, es decir, el impacto menor

X^o = 14000 m^2

X^* → Representa nuestro mejor valor o resultado, es decir, el impacto mayor

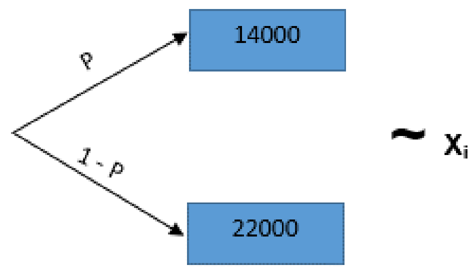
X^* = 22000 m^2

Por lo tanto:

$U(X^o)$ = U (22000) = 0

$U(X^*)$ = U (14000) = 1

Posteriormente se empieza a cuestionar sobre las probabilidades de diferentes valores de X_i, de tal manera que las distintas loterías sean indiferentes:



Para un valor de **X_i = 16000, P = 0.8**

Haciendo el análisis para transformar a valor utilitario:

U (16000) = P U (14000) + (1 – P) U (22000) = 0.8(1) + 0.2(0) = 0.8

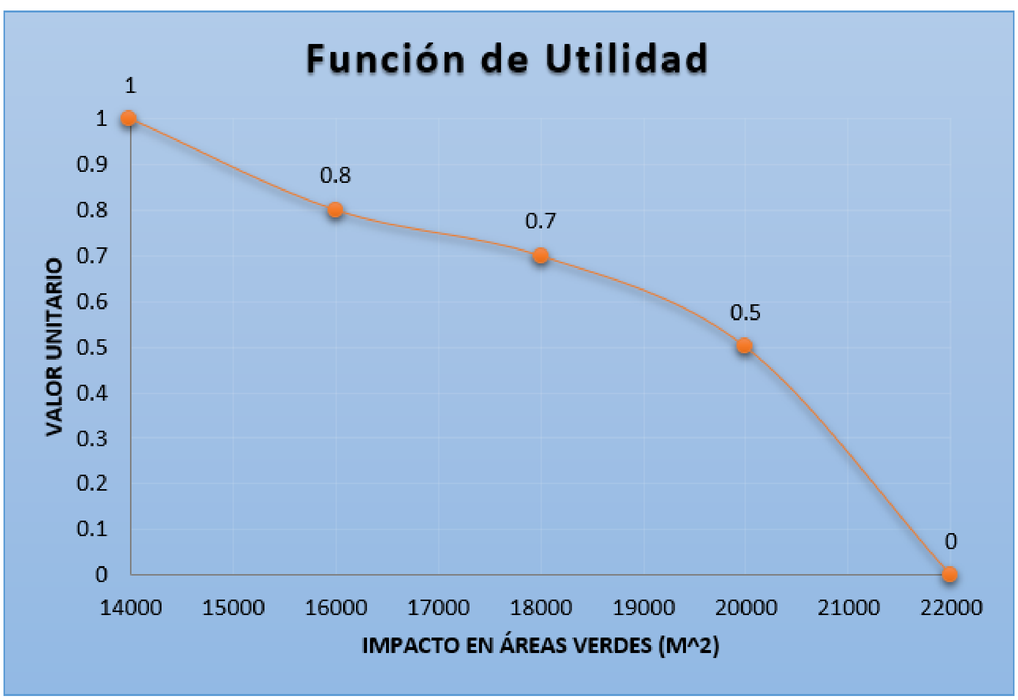
Para un valor de **X_i = 18000, P = 0.7**

U (18000) = P U (14000) + (1 – P) U (22000) = 0.7(1) + 0.3(0) = 0.7

Para un valor de **X_i = 20000, P = 0.5**

U (20000) = P U (14000) + (1 – P) U (22000) = 0.5(1) + 0.4(0) = 0.5

Con los cinco puntos obtenidos es posible trazar la gráfica o curva de utilidad:



Análisis con multiobjetivos.

Debido a que se determinó que nuestra función de multiobjetivos era separable en **forma multiplicativa**, se tiene la siguiente fórmula:

$$U(X_1, X_2, X_3) = \frac{\{\prod_{i=1}^{n}[1 + Kk_i U(X_i)]\} - 1}{K}$$

A continuación, se calculan las $\mathbf{k_i}$:

Sabemos que:

$(X_1^{\circ}, X_2^{\circ}, X_3^{\circ})$ → **Representan nuestros peores valores o resultados, es decir, el costo más alto, el tiempo más largo y el mayor impacto en áreas verdes.**

$$\mathbf{X_1^{\circ} = 1500}$$

$$\mathbf{X_2^{\circ} = 900}$$

$$\mathbf{X_3^{\circ} = 22000}$$

$(X_1^{*}, X_2^{*}, X_3^{*})$ → **Representan nuestros mejores valores o resultados, es decir, el costo más bajo, el tiempo más corto y el menor impacto en áreas verdes.**

$$\mathbf{X_1^{*} = 1000}$$

$$\mathbf{X_2^{*} = 500}$$

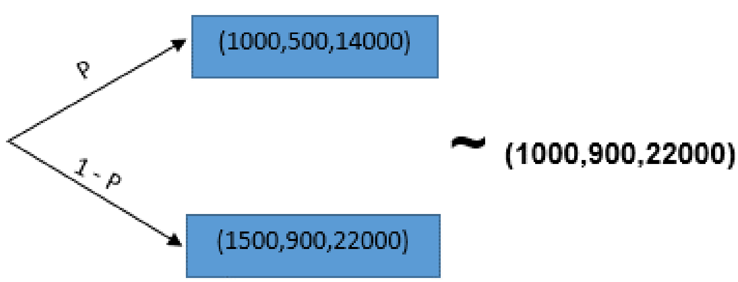
$$\mathbf{X_3^{*} = 14000}$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{U(1500, 900, 22000) = 0}$$

$$\mathbf{U(1000, 500, 14000) = 1}$$

Con apoyo de la siguiente lotería, nos cuestionamos la siguiente probabilidad para saber el peso que tendrá el objetivo del costo ($\mathbf{k_1}$):



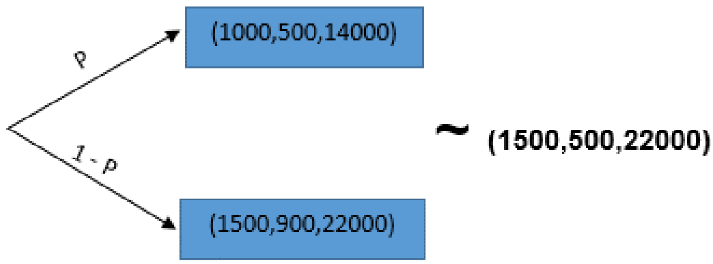
Como P = 0.6, se realiza el siguiente cálculo:

$$P\,U(1000,500,14000) + (1 - P)\,U(1500,900,22000) = U(1000,900,22000)$$

$$P = k_1\,U(1000) = k_1$$

$$k_1 = 0.6$$

Con apoyo de la siguiente lotería, nos cuestionamos la siguiente probabilidad para saber el peso que tendrá el objetivo del tiempo (**k_2**):



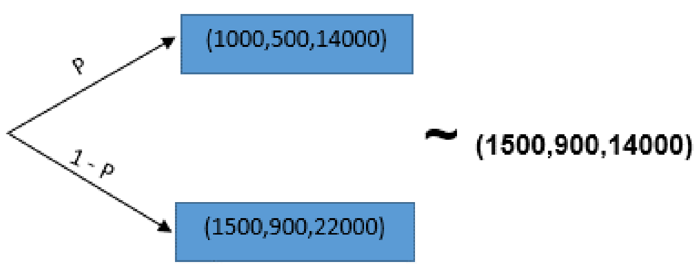
Como P = 0.4, se realiza el siguiente cálculo:

$$P\,U(1000,500,14000) + (1 - P)\,U(1500,900,22000) = U(1500,500,22000)$$

$$P = k_2\,U(500) = k_2$$

$$k_2 = 0.4$$

Con apoyo de la siguiente lotería, nos cuestionamos la siguiente probabilidad para saber el peso que tendrá el objetivo del tiempo (**k_3**):



Como P = 0.3, se realiza el siguiente cálculo:

$$P\,U(1000,500,14000) + (1 - P)\,U(1500,900,22000) = U(1500,900,14000)$$

$$P = k_3\,U(14000) = k_3$$

$$k_3 = 0.3$$

Posteriormente, con ayuda de las probabilidades y de las gráficas de distribución de cada objetivo, se suponen los siguientes valores para obtener las **U(X_i)** de la fórmula de separabilidad en forma multiplicativa:

Para la **ALTERNATIVA 1** con **P=k_1=0.6**

$$\mathbf{U\ (X_1) = 1120}$$

$$\mathbf{U\ (X_2) = 850}$$

$$\mathbf{U\ (X_3) = 19000}$$

Para la **ALTERNATIVA 2** con **P=k_2=0.4**

$$\mathbf{U\ (X_1) = 1265}$$

$$\mathbf{U\ (X_2) = 760}$$

$$\mathbf{U\ (X_3) = 16670}$$

Para la **ALTERNATIVA 1** con **P=k_3=0.3**

$$\mathbf{U\ (X_1) = 1235}$$

$$\mathbf{U\ (X_2) = 590}$$

$$\mathbf{U\ (X_3) = 20600}$$

Se hace la evaluación para los mejores valores para obtener **K** a partir de la fórmula inicial**:**

$$\mathbf{1+ K\ U\ (1000,500,14000) = [1+K\ (0.6)\ U\ (1000)] * [1+K\ (0.4)\ U\ (500)] * [1+K\ (0.3)\ U\ (14000)]}$$

$$\mathbf{1+ K = [1+ 0.6\ K] * [1+ 0.4\ K] * [1+ 0.3\ K]}$$

Se calcula al tanteo hasta que se cumpla la igualdad:

$$\mathbf{Como\ k_1 + k_2 + k_3 = 0.6 + 0.4 + 0.3 = 1.3 > 1;\ -1 < K < 0}$$

Para K = - 0.5

$$1+ (-0.5) = [1+ 0.6\ (-0.5)] * [1+ 0.4\ (-0.5)] * [1+ 0.3\ (-0.5)]$$

$$0.5 = 0.476$$

Para K = - 0.6

$$1+ (-0.6) = [1+ 0.6\ (-0.6)] * [1+ 0.4\ (-0.6)] * [1+ 0.3\ (-0.6)]$$

$$0.4 = 0.39$$

Para K = - 0.604

$$1+ (-0.604) = [1+ 0.6 (-0.604)] * [1+ 0.4 (-0.604)] * [1+ 0.3 (-0.604)]$$

$$0.396 = 0.396$$

Por lo tanto, se cumple igualdad

K = -0.604

Finalmente se calcula la utilidad para cada alternativa considerando todos los objetivos:

ALTERNATIVA 1:

$$1+ K\ U (1120,850,19000) = [1+K (0.6) U (1120)] * [1+K (0.4) U (850)] * [1+K (0.3) U (19000)]$$

Con ayuda de las gráficas de utilidad anteriores de los diferentes objetivos, se obtienen los siguientes valores:

$$U (1120) = 0.88$$

$$U (850) = 0.27$$

$$U (19000) = 0.625$$

Sustituyendo todos los datos:

$$1+ (-0.604) U (1120,850,19000) = [1+(-0.604) (0.6) (0.88)] * [1+(-0.604) (0.4) (0.27)] * [1+(-0.604) (0.3) (0.625)]$$

$$1+ (-0.604) U (1120,850,19000) = 0.5645$$

U (1120,850,19000) = 0.72

ALTERNATIVA 2:

$$1+ K\ U (1265,760,16670) = [1+K (0.6) U (1265)] * [1+K (0.4) U (760)] * [1+K (0.3) U (16670)]$$

Con ayuda de las gráficas de utilidad anteriores de los diferentes objetivos, se obtienen los siguientes valores:

$$U (1265) = 0.745$$

$$U (760) = 0.605$$

$$U (16670) = 0.765$$

Sustituyendo todos los datos:

$$1+ (-0.604)\ U\ (1265,760,16670) = [1+(-0.604)\ (0.6)\ (0.745)] * [1+(-0.604)\ (0.4)\ (0.605)] * [1+(-0.604)\ (0.3)\ (0.765)]$$

$$1+ (-0.604)\ U\ (1265,760,16670) = 0.537$$

U (1265,760,16670) = 0.77

ALTERNATIVA 3:

$$1+ K\ U\ (1235,590,20600) = [1+K\ (0.6)\ U\ (1235)] * [1+K\ (0.4)\ U\ (590)] * [1+K\ (0.3)\ U\ (20600)]$$

Con ayuda de las gráficas de utilidad anteriores de los diferentes objetivos, se obtienen los siguientes valores:

$$U\ (1235) = 0.768$$

$$U\ (590) = 0.815$$

$$U\ (20600) = 0.375$$

Sustituyendo todos los datos:

$$1+ (-0.604)\ U\ (1235,590,20600) = [1+(-0.604)\ (0.6)\ (0.768)] * [1+(-0.604)\ (0.4)\ (0.815)] * [1+(-0.604)\ (0.3)\ (0.375)]$$

$$1+ (-0.604)\ U\ (1235,590,20600) = 0.540$$

U (1235,590,20600) = 0.76

CONCLUSIÓN FINAL DE MULTIOBJETIVOS.

De acuerdo a todo el análisis realizado anteriormente se concluye que la ALTERNATIVA 2 es la que se elegirá, debido a con ella se obtendrá la mayor utilidad o beneficios (0.77) sin perder de vista el nivel de importancia de cada uno de los objetivos planteados.

Cabe mencionar que la alternativa 2 corresponde a la construcción del túnel de dos niveles con el diseño de una glorieta en la superficie.