



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
FACULTAD DE INGENIERÍA



PROGRAMA DE ESTUDIO

**CÁLCULO VECTORIAL**

**1321**

**3**

**8**

Asignatura

Clave

Semestre

Créditos

**CIENCIAS BÁSICAS**

**COORDINACIÓN  
DE MATEMÁTICAS**

**INGENIERÍA CIVIL**

División

Departamento

Licenciatura

**Asignatura:**

Obligatoria

Optativa

**Horas/semana:**

Teóricas

Prácticas

Total

**Horas/semestre:**

Teóricas

Prácticas

Total

**Modalidad:** Curso teórico

**Seriación obligatoria antecedente:** Cálculo Integral

**Seriación obligatoria consecuente:** Ninguna

**Objetivo(s) del curso:**

El alumno aplicará los criterios para optimizar funciones de dos o más variables, analizará funciones vectoriales y calculará integrales de línea e integrales múltiples para resolver problemas físicos y geométricos.

**Temario**

NÚM.	NOMBRE	HORAS
1.	Máximos y mínimos de funciones de dos o más variables	11.0
2.	Funciones vectoriales	22.5
3.	Integrales de línea	9.5
4.	Integrales múltiples	21.0
		64.0
	Actividades prácticas	0.0
	Total	64.0

## 1 Máximos y mínimos de funciones de dos o más variables

**Objetivo:** El alumno aplicará los criterios para optimizar funciones de dos o más variables en la resolución de problemas relacionados con la ingeniería.

**Contenido:**

- 1.1 Máximos y mínimos, relativos y absolutos para funciones de dos y tres variables independientes. Puntos críticos. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea extremo relativo o punto silla.
- 1.2 Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos y tres variables. Conceptos de matriz y determinantes hessianos. Resolución de problemas.
- 1.3 Formulación de problemas de máximos y mínimos relativos con restricciones. Establecimiento de la ecuación de Lagrange. Resolución de problemas de máximos y mínimos relacionados con la ingeniería.

## 2 Funciones vectoriales

**Objetivo:** El alumno analizará las variaciones de funciones vectoriales utilizando diferentes sistemas de coordenadas.

**Contenido:**

- 2.1 Definición de función vectorial de variable escalar y de función vectorial de variable vectorial. Ejemplos físicos y geométricos y su representación gráfica para los casos de una, dos o tres variables independientes. Concepto de campo vectorial.
- 2.2 Definición, interpretación geométrica y cálculo de la derivada de funciones vectoriales de variable escalar y de las derivadas parciales de funciones vectoriales de variable vectorial. Propiedades de la derivada de funciones vectoriales.
- 2.3 Ecuación vectorial de una curva. Análisis de curvas a través de la longitud de arco como parámetro. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret. Aplicaciones a la mecánica.
- 2.4 Vector normal a una superficie a partir de su ecuación vectorial, aplicaciones.
- 2.5 La diferencial de funciones vectoriales de variable escalar y de variable vectorial.
- 2.6 Concepto de coordenadas curvilíneas. Ecuaciones de transformación. Coordenadas curvilíneas ortogonales. Factores de escala, vectores base y Jacobiano de la transformación. Definición e interpretación de puntos singulares. Condición para que exista la transformación inversa.
- 2.7 Coordenadas polares. Ecuaciones de transformación. Curvas en coordenadas polares: circunferencias, cardioides, lemniscatas y rosas de  $n$  pétalos.
- 2.8 Coordenadas cilíndricas circulares y coordenadas esféricas. Ecuaciones de transformación, factores de escala, vectores base y Jacobiano.
- 2.9 Generalización del concepto de gradiente. Definiciones de divergencia y rotacional, interpretaciones físicas. Campos irrotacional y solenoidal, aplicaciones. Concepto y aplicaciones del laplaciano. Función armónica. Propiedades del operador nabla aplicado a funciones vectoriales.
- 2.10 Cálculo del gradiente, divergencia, laplaciano y rotacional en coordenadas curvilíneas ortogonales.

## 3 Integrales de línea

**Objetivo:** El alumno resolverá problemas físicos y geométricos mediante el cálculo de integrales de línea en diferentes sistemas de coordenadas.

**Contenido:**

- 3.1 Definición y propiedades de la integral de línea. Cálculo de integrales de línea a lo largo de curvas abiertas y cerradas.
- 3.2 La integral de línea como modelo matemático del trabajo y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial. Conceptos físico y matemático de campo conservativo.
- 3.3 Concepto de función potencial. Integración de la diferencial exacta. Obtención de la función potencial en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.

3.4 Cálculo de integrales de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

#### 4 Integrales múltiples

**Objetivo:** El alumno aplicará integrales múltiples en la resolución de problemas físicos y geométricos, y empleará los teoremas de Gauss y de Stokes para calcular integrales de superficie.

**Contenido:**

- 4.1 Definición e interpretación geométrica de la integral doble.
- 4.2 Concepto de integral reiterada. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada. Concepto y representación gráfica de regiones. Cálculo de integrales dobles en regiones regulares.
- 4.3 Superficies. Ecuación cartesiana, ecuaciones paramétricas y ecuación vectorial de superficies cuadráticas.
- 4.4 Aplicaciones de la integral doble en el cálculo de áreas, volúmenes y momentos de inercia. Cálculo de integrales dobles con cambio a otros sistemas de coordenadas curvilíneas ortogonales.
- 4.5 Teorema de Green, aplicaciones.
- 4.6 Integral de superficie, aplicaciones. Cálculo del área de superficies alabeadas en coordenadas cartesianas y cuando están dadas en forma vectorial.
- 4.7 Concepto e interpretación geométrica de la integral triple. Integral reiterada en tres dimensiones. Cálculo de la integral triple en regiones regulares. Cálculo de volúmenes. Integrales triples en coordenadas cilíndricas, esféricas y en algún otro sistema de coordenadas curvilíneas.
- 4.8 Teorema de Stokes. Teorema de Gauss.

#### Bibliografía básica

#### Temas para los que se recomienda:

LARSON, Ron, BRUCE, Edwards <i>Cálculo 2 de varias variables</i> 9a. edición México McGraw-Hill, 2010	Todos
MENA I., Baltasar <i>Cálculo Vectorial: Grad, Div, Rot ... y algo más</i> México UNAM, Facultad de Ingeniería, 2011	Todos
ROGAWSKI, Jon <i>Cálculo varias variables</i> 2a. edición Barcelona Reverté, 2012	Todos

#### Bibliografía complementaria

#### Temas para los que se recomienda:

LARSON, R., HOSTETLER P., Robert, BRUCE, Edwards, H., <i>Calculus with Analytic Geometry</i> 8th. edition Boston	Todos
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

Houghton Mifflin Company, 2006

MARSDEN, Jerrold E., TROMBA, Anthony J.

*Cálculo Vectorial*

Todos

5a. edición

Madrid

Pearson Educación, 2004

SALAS/ HILLE / ETGEN

*Calculus. Una y varias variables. Volumen II*

Todos

4a. edición

Barcelona

Reverté, 2003

STEWART, James

*Cálculo de varias variables*

Todos

6a. edición

México

Cengage Learning, 2008

**Sugerencias didácticas**

Exposición oral	<input checked="" type="checkbox"/>
Exposición audiovisual	<input checked="" type="checkbox"/>
Ejercicios dentro de clase	<input checked="" type="checkbox"/>
Ejercicios fuera del aula	<input checked="" type="checkbox"/>
Seminarios	<input type="checkbox"/>
Uso de software especializado	<input checked="" type="checkbox"/>
Uso de plataformas educativas	<input checked="" type="checkbox"/>

Lecturas obligatorias	<input checked="" type="checkbox"/>
Trabajos de investigación	<input checked="" type="checkbox"/>
Prácticas de taller o laboratorio	<input type="checkbox"/>
Prácticas de campo	<input type="checkbox"/>
Búsqueda especializada en internet	<input checked="" type="checkbox"/>
Uso de redes sociales con fines académicos	<input checked="" type="checkbox"/>

**Forma de evaluar**

Exámenes parciales	<input checked="" type="checkbox"/>
Exámenes finales	<input checked="" type="checkbox"/>
Trabajos y tareas fuera del aula	<input checked="" type="checkbox"/>

Participación en clase	<input checked="" type="checkbox"/>
Asistencia a prácticas	<input type="checkbox"/>

**Perfil profesiográfico de quienes pueden impartir la asignatura**

Licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, Física o en carreras cuyo contenido en el área de matemáticas sea similar. Deseable haber realizado estudios de posgrado, contar con experiencia docente o haber participado en cursos o seminarios de iniciación en la práctica docente.