

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA



SISTEMAS DE BOMBEO



AMALIA ADRIANA CAFAGGI FÉLIX
EDUARDO ANTONIO RODAL CANALES
ALEJANDRO SÁNCHEZ HUERTA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA

SISTEMAS DE BOMBEO

Amalia Adriana Cafaggi Félix
Eduardo Antonio Rodal Canales
Alejandro Sánchez Huerta

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA
DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA

CAFAGGI FÉLIX, Amalia Adriana, E. A. RODAL CANALES
y A. SÁNCHEZ HUERTA, *Sistemas de bombeo*, México,
Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de
Ingeniería, 2021, 379 p.

Sistemas de bombeo

Primera edición: 2011

Primera reimpresión: 2012

Segunda reimpresión: 2014

Segunda edición: 2016

Primera reimpresión: 2019

Primera edición digital: julio de 2021

D. R. © 2021, UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
Av. Universidad 3000, Col. Universidad Nacional Autónoma de México,
Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Cd. Mx., México, C. P. 04510.

FACULTAD DE INGENIERÍA
Avenida Universidad núm. 3000, Ciudad Universitaria,
Delegación Coyoacán, Cd. Mx., México, C. P. 04510
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

ISBN 978-607-30-4719-7

Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial
por cualquier medio sin la autorización escrita del titular
de los derechos patrimoniales.

Hecho en México

Tiraje: 1

Tamaño de documento: 25 MB

Archivo en formato PDF

Unidad de Apoyo Editorial

Cuidado de la edición y corrección de estilo: Elvia Angélica Torres Rojas

Diseño original de la portada y adaptación para la edición digital: Nismet Díaz Ferro

SOBRE LOS AUTORES

Amalia Adriana Cafaggi Félix

La maestra Adriana Cafaggi es Ingeniera Civil y Maestra en Ingeniería Hidráulica por la Facultad de Ingeniería, UNAM. Fue merecedora de la *Distinción Sor Juana Inés de la Cruz* 2006, otorgada por la UNAM. Actualmente es Profesora Titular “C” Definitiva de Tiempo Completo en el Departamento de Hidráulica.

Es coautora del manual *Máquinas hidráulicas* realizado para la Comisión Federal de Electricidad, y de tres publicaciones de prácticas de laboratorio. También es autora de varios artículos y ponencias que ha presentado en diferentes congresos nacionales e internacionales, en la Revista Ingeniería, Investigación y Tecnología, y en la revista de la Asociación Mexicana de Hidráulica. Ha dirigido 17 tesis de licenciatura y 4 de especialización.

En dos ocasiones ha sido jefa del Laboratorio de Hidráulica y también dos veces jefa del Departamento de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería. Fue responsable de la creación de la Especialización en Hidráulica y su coordinadora de 2007 a 2015. Asimismo, ha sido responsable y corresponsable en proyectos PAPIME.

Ha participado en la revisión y propuesta de diferentes planes de estudio de la carrera de ingeniero civil. Actualmente forma parte del Consejo Técnico de la Facultad de Ingeniería (2018-2022) y es miembro de la Comisión Evaluadora del Programa de Primas al Desempeño Académico de la FES Aragón de la UNAM.

Alejandro Sánchez Huerta

El maestro Alejandro Sánchez es Ingeniero Civil con Maestría en Ingeniería Hidráulica por la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

Desde 1985 es académico del Instituto de Ingeniería y profesor titular de diversas asignaturas del área de hidráulica en la Facultad de Ingeniería. En 1984 trabajó como ayudante de profesor en el Laboratorio de Hidráulica de la misma Facultad.

En el Instituto de Ingeniería ha sido Coordinador de Mecánica y Energía, Subdirector de Electromecánica y, posteriormente, Subdirector de Hidráulica y Ambiental. Actualmente es representante de este Instituto en el Comité de Proyectos de la Torre de Ingeniería y responsable del Observatorio Hidrológico de la UNAM.

Asimismo, ha colaborado en el diseño y análisis de la operación de los acueductos más importantes del País: Sistema Cutzamala, para abastecimiento de agua del Valle de México; Acueductos Linares y El Cuchillo, para la ciudad de Monterrey; Acueducto Río Colorado-Tijuana y Acueducto Chapala-Guadalajara. También participó en la supervisión de los sistemas de drenaje pluvial, temporal y definitivo del Nuevo Aeropuerto Internacional de México (Texcoco).

Es coautor de un libro, ha publicado 10 artículos en revistas especializadas, 33 artículos en memorias de congresos y 170 informes técnicos. Además, ha sido director de tesis de 14 estudiantes de licenciatura.

Eduardo Antonio Rodal Canales

El maestro Antonio Rodal es Ingeniero Mecánico con Maestría en Ingeniería Hidráulica por la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

Académico en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, ha participado en proyectos de revisión del funcionamiento de sistemas hidráulicos a presión a flujo establecido y transitorio para los principales acueductos de México, así como, en el diagnóstico y análisis de susceptibilidad de problemas por cavitación. Actualmente es el responsable del laboratorio de Hidromecánica.

En la Facultad de Ingeniería es profesor de la asignatura Hidráulica de Máquinas y Transitorios de la carrera de Ingeniería Civil.

Es coautor del manual *Máquinas hidráulicas* y del manual *Turbinas y Análisis dinámicos*, ambos para la Comisión Federal de Electricidad. Ha publicado 17 artículos técnicos como primer autor, 55 como coautor y colaborado en 101 informes técnicos.

Fuera de la UNAM, durante el periodo 2000-2001, fue el jefe del Laboratorio de pruebas hidráulicas del equipo de bombeo fabricado en la Planta de Flowserve México (antes Byron Jackson) y ha proporcionado asesoría en proyectos de sistemas hidráulicos.

PRÓLOGO

La presente edición digital está basada en la versión impresa del libro *Sistemas de bombeo* 2ª. edición, la cual tuvo una reimpresión en 2019. Este trabajo tuvo su origen por la inquietud de proporcionar en forma ordenada, tanto a estudiantes como a profesionales de la hidráulica, información básica para el diseño eficiente de un sistema de bombeo y para la comprensión de los fenómenos transitorios relacionados con estos sistemas.

Estamos agradecidos y satisfechos por la aceptación que ha tenido el libro impreso y ahora vemos la necesidad de acercar la obra a estudiantes de otras entidades académicas y a los profesionales de la hidráulica. Hemos tenido la satisfacción de recibir correos de docentes e ingenieros en el ejercicio profesional preguntando cómo tener acceso a la obra y, dadas las circunstancias que obligaron a impartir clases a distancia, hemos considerado conveniente realizar una versión digital del libro y ponerlo a disposición de la mayor cantidad posible de usuarios.

En esta edición digital se realizó una revisión minuciosa de la última edición del libro impreso que dio como resultado algunas leves modificaciones en algunos ejemplos; además, se aprovechó la oportunidad para introducir fotografías y gráficas a color que brindan más detalle de lo que se expone y para hacer algunas adecuaciones que consideramos enriquecen la obra anterior.

Para la realización de esta edición digital contamos con la valiosa colaboración del personal de la Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería. De manera especial, queremos reconocer y agradecer a la licenciada Elvia Angélica Torres Rojas su invaluable ayuda, profesionalismo y dedicación en la revisión de estilo y cuidado de la edición de la obra; gracias al tiempo que hemos trabajado con ella, hemos podido establecer lazos de afecto y amistad. Asimismo, agradecemos todo el apoyo que nos brindaron la licenciada Patricia García Naranjo, jefa de la Unidad, y la LDG Nismet Díaz Ferro con el diseño de la portada.

La mayor parte de los dibujos fueron realizados por el maestro Emiliano Pérez Cortés, entonces estudiante de licenciatura, para él todo nuestro sincero agradecimiento.

Esperamos que esta obra continúe siendo de utilidad a los estudiantes, académicos y a los profesionistas relacionados con el diseño y operación de los sistemas de bombeo.

Ciudad Universitaria, Cd. Mx., julio de 2021

Amalia Adriana Cafaggi Félix
Eduardo Antonio Rodal Canales
Alejandro Sánchez Huerta

INTRODUCCIÓN

Uno de los aspectos más importantes en el campo de la ingeniería hidráulica es el estudio de los sistemas de conductos a presión para el transporte de líquidos, en particular del agua. Gran parte de estos sistemas operan a gravedad, es decir, aprovechando que existe mayor elevación en el punto de captación que en el de entrega. Sin embargo, otro número no menos importante corresponde a los sistemas por bombeo en los que la fuente de captación se ubica, por lo general, a una elevación menor que el punto de entrega, en cuyo caso el bombeo es requerido para vencer la diferencia de elevaciones y las pérdidas de carga que se presentan en el trayecto. Si bien el presente texto está enfocado fundamentalmente a estos sistemas, puede aplicarse también a aquéllos en donde la captación y la entrega tienen poca diferencia de elevación y son primordiales las pérdidas de carga.

El propósito fundamental de este libro es integrar la parte teórica con la práctica en el área de sistemas de bombeo, y de esta forma contribuir a la formación de los estudiantes de ingeniería al proporcionar un complemento en aquellas asignaturas que tratan el problema de bombeo, así como ser una herramienta útil al ingeniero que ejerce su profesión ligada a este tema. Los autores, académicos adscritos a la Facultad de Ingeniería y al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, tratamos de aportar nuestra experiencia tanto en la práctica docente y en la elaboración de material didáctico, como en el diseño y análisis de la operación de sistemas de bombeo para grandes acueductos, en la elaboración de este texto.

De esta manera, el libro quedó dividido en cinco capítulos. En el primero se presentan los conceptos básicos de la hidráulica que se deben aplicar para la comprensión y diseño de un sistema de bombeo. En el segundo capítulo se expone la teoría general de las

turbomáquinas, con la cual se explica la adición de energía al líquido, así como la descripción de los tipos de bombas, según los requerimientos de gasto y carga.

La descripción del comportamiento de la bomba, así como la información que debe proporcionar el fabricante por medio de sus curvas características y de los requerimientos para evitar problemas por cavitación, son los temas que se exponen en el capítulo 3. Asimismo, en el capítulo 4 se detallan los principales componentes del sistema hidráulico y su interacción con el equipo de bombeo; se analizan las diferentes condiciones de operación como son las de sistemas en paralelo y en serie, y se presentan recomendaciones para el diseño de cárcamos.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan los conceptos básicos de los transitorios hidráulicos en conductos a presión, así como sus causas, efectos y formas de control, particularmente en sistemas de bombeo. Si bien no se da solución a las formas generales de las ecuaciones de flujo transitorio, lo que está fuera del alcance de este libro, sí se realizan análisis de casos particulares.

Los autores
Febrero de 2011

CONTENIDO

SOBRE LOS AUTORES	<i>iii</i>
PRÓLOGO	<i>v</i>
INTRODUCCIÓN	<i>vii</i>
CAPÍTULO 1. ASPECTOS BÁSICOS	
1.1 NECESIDADES DE BOMBEO	1
1.2 DIMENSIONES, UNIDADES Y CANTIDADES FÍSICAS	1
1.3 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS	6
1.3.1 La mecánica de fluidos	6
1.3.2 Fuerzas que actúan en el interior de un fluido	7
1.3.3 Temperatura	9
1.3.4 Densidad y peso específico	9
1.3.5 Viscosidad	11
1.3.6 Presión de vapor	11
1.3.7 Módulo de elasticidad volumétrico	14
1.3.8 Tensión superficial	15
1.3.9 Velocidad de las ondas sonoras en el fluido	15
1.4 PRESIÓN HIDROSTÁTICA	17
1.5 CLASIFICACIÓN DE LOS FLUJOS	18
1.6 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA HIDRÁULICA	19
1.6.1 Ecuación de continuidad	19
1.6.2 Ecuación de la energía	22
1.6.3 Ecuación de cantidad de movimiento	32
1.7 PÉRDIDAS DE CARGA	37

1.8 POTENCIA DEL AGUA EN UN SISTEMA HIDRÁULICO	41
1.9 EJERCICIOS PROPUESTOS	42
1.10 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES	45

CAPÍTULO 2. TEORÍA GENERAL DE LAS TURBOMÁQUINAS

2.1 MÁQUINAS HIDRÁULICAS	47
2.1.1 Principios del funcionamiento de las máquinas hidráulicas	49
• <i>Máquinas de desplazamiento positivo</i>	49
• <i>Turbomáquinas</i>	51
2.2 CLASIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LAS BOMBAS	53
2.2.1 Bomba de flujo radial	54
2.2.2 Bomba de flujo mixto	55
2.2.3 Bomba de flujo axial	59
2.3 ECUACIÓN DE EULER	63
2.3.1 Triángulo de velocidades en una bomba de flujo axial	73
2.3.2 Efecto del ángulo de entrada α_1 al impulsor	76
2.3.3 Cebado de la bomba	80
2.4 EFICIENCIA	81
2.5 ECUACIONES DE SIMILITUD	89
2.5.1 Cambio de la velocidad de giro	94
2.5.2 Recorte del diámetro del impulsor de una bomba, ecuaciones de afinidad	94
2.5.3 Eficiencia entre modelo y prototipo	96
2.6 VELOCIDAD ESPECÍFICA. CLASIFICACIÓN DEL IMPULSOR	97
2.7 EJERCICIOS PROPUESTOS	109
2.8 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES	113

CAPÍTULO 3. DESEMPEÑO DE LA BOMBA

3.1 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LA BOMBA	115
3.1.1 Forma de las curvas características	120

3.1.2	Ensayo completo de la bomba.....	122
3.1.3	Efecto del diámetro del impulsor	122
3.1.4	Curvas características comerciales.....	123
3.1.5	Margen de operación recomendable	130
3.2	CAVITACIÓN. CARGA DE SUCCIÓN POSITIVA NETA (CSPN)	130
3.2.1	Cavitación	130
3.2.2	Carga de succión positiva neta (CSPN)	131
3.2.3	Velocidad específica de succión y valores recomendables de f_{cav} ..	140
3.2.4	Valores estimados de (CSPN) ₃ %.....	147
3.3	TIPOS DE ACCIONAMIENTO DE UNA BOMBA.....	155
3.3.1	Principio de operación de un motor de corriente alterna	155
3.3.2	Bombas accionadas con motores de velocidad variable	159
3.4	EJERCICIOS PROPUESTOS.....	161
3.5	SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES.....	169

CAPÍTULO 4. INSTALACIONES DE BOMBEO Y OPERACIÓN DEL SISTEMA

4.1	COMPONENTES PRINCIPALES DEL SISTEMA.....	171
4.2	CURVAS DE CARGAS DE LA INSTALACIÓN Y DE LA BOMBA. PUNTO DE OPERACIÓN.....	175
4.3	OPERACIÓN DE SISTEMAS DE BOMBAS EN PARALELO Y EN SERIE.....	194
4.3.1	Sistemas de bombas en paralelo.....	194
4.3.2	Sistemas de bombas en serie	210
4.4	DISEÑO DE CÁRCAMOS.....	224
4.4.1	Objetivos de diseño	225
4.4.2	Requerimientos de diseño básicos	227
4.4.3	Estructuras para tomas con líquidos limpios.....	229
	• Cárcamos rectangulares	229
	• Cárcamos circulares	251
	• Cárcamos tipo trinchera	251

4.4.4 Estructuras para tomas con líquidos no limpios con contenido de sólidos.....	254
4.5 VÁLVULAS	257
4.5.1 Cavitación en válvulas	263
4.6 EJERCICIOS PROPUESTOS	264
4.7 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES.....	275

CAPÍTULO 5. CONCEPTOS BÁSICOS DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS

5.1 DESCRIPCIÓN DE LOS FENÓMENOS TRANSITORIOS. CAUSAS Y EFECTOS	279
5.2 MODELO DE LA COLUMNA ELÁSTICA. GOLPE DE ARIETE.....	286
5.2.1 Celeridad de la onda de presión en un medio confinado	286
5.2.2 Descripción física del golpe de ariete como transitorio hidráulico.....	292
5.2.3 Ecuación de Joukowsky	296
5.2.4 Resistencia a la presión en tubos de pared delgada.....	299
5.2.5 Ecuación de continuidad	308
5.2.6 Ecuación dinámica.....	311
5.2.7 Ecuaciones diferenciales del golpe de ariete.....	313
5.2.8 Ecuaciones de Allievi.....	315
• <i>Tipo de maniobras</i>	320
5.3 MODELO DE LA COLUMNA RÍGIDA	332
5.3.1 Ecuaciones del modelo de columna rígida.....	332
5.3.2 Procedimiento de cálculo	334
5.4 TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN UN SISTEMA DE BOMBEO	340
5.4.1 Transitorio hidráulico en el arranque de una bomba.....	340
5.4.2 Transitorio hidráulico durante el paro programado de una bomba.....	343
5.4.3 Transitorio hidráulico debido al paro accidental del bombeo.....	345
• <i>Análisis de un transitorio hidráulico</i>	345
5.5 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS Y LÍNEA DE RESISTENCIA	349
5.5.1 Línea de resistencia	351

5.6	DISPOSITIVOS DE CONTROL DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS	353
5.6.1	Torre de oscilación	355
5.6.2	Tanque unidireccional	359
5.6.3	Cámara de aire.....	362
5.6.4	Válvula de alivio.....	367
5.6.5	Válvula de admisión y expulsión de aire	368
5.7	EJERCICIOS PROPUESTOS.....	369
5.8	SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES.....	374
	BIBLIOGRAFÍA	378

CAPÍTULO 1

ASPECTOS BÁSICOS

Este capítulo contiene una breve revisión de los conceptos básicos que se aplican en los temas subsecuentes. Para mayor rigor en las deducciones se puede consultar un libro de mecánica de fluidos o de hidráulica.

1.1 NECESIDADES DE BOMBEO

La importancia de los sistemas de bombeo es evidente cuando se considera el papel fundamental que desempeñan en la vida diaria. En el momento en que se abre la llave de agua en una cocina, se pone en movimiento el flujo de una compleja red hidráulica de tuberías, accesorios, válvulas y bombas. En las grandes ciudades como el Distrito Federal, el agua es transportada desde enormes distancias y se tienen que vencer desniveles ascendentes, esto se hace gracias a los sistemas de bombeo. También, buena parte del abastecimiento de agua potable se efectúa con agua subterránea, la cual se lleva a la superficie mediante el bombeo. Otra aplicación es en el desalojo de aguas residuales y pluviales, que son transportadas por gravedad algunas veces, pero en otras requieren de plantas de bombeo que permitan al líquido vencer desniveles. Estos ejemplos hacen evidente la importancia de los sistemas de bombeo en las condiciones de salubridad y confort de las poblaciones.

Para llevar a cabo la planeación, diseño, operación y mantenimiento de este tipo de sistemas, es necesario aplicar los conocimientos de la hidráulica, así como analizar el comportamiento individual de las bombas y de su integración al sistema hidráulico de bombeo, el cual incluye conductos, dispositivos de alivio, cárcamos, tanques de sumergencia, tanques de descarga, válvulas, etc. En este libro se trata sobre estos últimos temas.

1.2 DIMENSIONES, UNIDADES Y CANTIDADES FÍSICAS

Las magnitudes físicas requieren descripciones cuantitativas cuando se trata de resolver un problema de ingeniería. Hay siete magnitudes que se consideran dimensiones fundamentales:

longitud, masa, tiempo, temperatura, cantidad de sustancia, corriente eléctrica e intensidad luminosa. En la XX Conferencia General de Pesas y Medidas, máxima autoridad de la metrología, celebrada en 1995, se decide que las unidades suplementarias del SI, radián y esterradián, se consideren como unidades derivadas adimensionales y dejen de ser unidades suplementarias. En la XXII conferencia, efectuada en 2003, se declara el uso indistinto del punto o de la coma como separador decimal.

Las dimensiones de todas las demás magnitudes físicas se pueden expresar en términos de las dimensiones fundamentales. La longitud de un determinado cuerpo y la masa este son ejemplos de cantidades. La longitud, sin referirse a algún objeto en particular, es una magnitud.

El Sistema Internacional de unidades (SI) es el de uso más extendido a nivel mundial, y en México este sistema debe emplearse según la Norma Oficial Mexicana NOM-008-SCFI-2002 del Sistema General de Unidades de Medida.

Las dimensiones fundamentales y sus unidades se presentan en la tabla 1.1. En la tabla 1.2 se muestran algunas unidades derivadas que se utilizan comúnmente en la mecánica de fluidos.

TABLA 1.1 DIMENSIONES FUNDAMENTALES Y SUS UNIDADES EN EL SISTEMA INTERNACIONAL

Magnitud	Unidad	Símbolo	Dimensiones
Longitud	metro	m	L
Masa	kilogramo	kg	M
Tiempo	segundo	s	T
Corriente eléctrica	ampere	A	I
Temperatura	kelvin	K	θ
Cantidad de sustancia	mol	mol	N
Intensidad luminosa	candela	cd	I_v

Al expresar una cantidad con un valor numérico y una unidad, se pueden utilizar prefijos definidos, de modo que el valor numérico puede estar entre 0.1 y 1000. Dichos prefijos se presentan en la tabla 1.3. Si se emplea notación científica es preferible utilizar potencias de 10 en lugar de prefijos, por ejemplo, 4×10^6 Pa en lugar de 4 MPa.

TABLA 1.2 UNIDADES SISTEMA INTERNACIONAL DERIVADAS

Magnitud	Símbolo de la magnitud	Dimensiones	Unidades básicas	Nombre de la unidad derivada	Símbolo de la unidad	Expresión en otras unidades
Ángulo plano	θ		$m \cdot m^{-1}$	radián	rad	
Ángulo sólido	Ω		$m^2 \cdot m^{-2} = 1$	esterradián	sr	
Superficie, Área	A, S	L^2	m^2	metro cuadrado	m^2	
Volumen	V	L^3	m^3	metro cúbico	m^3	
Velocidad	v, c, w, u	L / T	m/s	metro por segundo	m/s	
Aceleración	a	L / T^2	m/s^2	metro por segundo al cuadrado	m/s^2	
Velocidad angular	ω	T^{-1}	s^{-1}	radián por segundo	rad/s	
Fuerza	F	ML / T^2	$kg \cdot m/s^2$	newton	N	
Densidad	ρ	M / L^3	kg/m^3	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3	
Frecuencia	f	T^{-1}	s^{-1}	hertz	Hz	
Presión	p	M / LT^2	$kg/m \cdot s^2$	pascal	Pa	N/m^2
Esfuerzo	τ, σ	M / LT^2	$kg/m \cdot s^2$	pascal	Pa	N/m^2
Tensión superficial	σ	M / T^2	kg/s^2	newton por metro		N/m
Energía	E	ML^2 / T^2	$kg \cdot m^2/s^2$	joule	J	$N \cdot m$
Trabajo	W	ML^2 / T^2	$kg \cdot m^2/s^2$	joule	J	$N \cdot m$
Calor	Q	ML^2 / T^2	$kg \cdot m^2/s^2$	joule	J	$N \cdot m$
Momento, Torsión	M, T	ML^2 / T^2	$kg \cdot m^2/s^2$	newton metro		$N \cdot m$
Potencia	P	ML^2 / T^3	$kg \cdot m^2/s^3$	watt	W	J/s
Viscosidad	μ	M / LT	$kg/m \cdot s$	pascal segundo	Pa·s	
Gasto o caudal*	q_v	L^3 / T	m^3/s	metro cúbico por segundo		
Temperatura Celsius	t	T	K	grado Celsius	$^{\circ}C$	

*El uso de Q para expresar al gasto es de uso generalizado en los textos de hidráulica.

TABLA 1.3 ALGUNOS PREFIJOS DEL SISTEMA INTERNACIONAL

Factor de multiplicación	Prefijo	Símbolo
10^{12}	tera	T
10^9	giga	G
10^6	mega	M
10^3	kilo	k
10^{-2}	centi*	c
10^{-3}	mili	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p

*Permitido si se utiliza solamente como cm, cm² cm³.

La magnitud de fuerza se puede relacionar con las dimensiones fundamentales de masa, longitud y tiempo a partir de la segunda ley de Newton, como

$$F = ma \quad (1.1)$$

Utilizando corchetes para denotar la dimensión de la cantidad física se tiene

$$[F] = [m][a]$$

$$[F] = \left[\frac{ML}{T^2} \right]$$

Donde M , L y T son las dimensiones de masa, longitud y tiempo, respectivamente. Note que la magnitud de fuerza F y la dimensión de fuerza F utilizan el mismo símbolo. Los sistemas técnicos eligen la fuerza como dimensión fundamental en lugar de la masa y derivan a esta a partir de la fuerza, $m = F/a$.

Debido al uso común, pueden existir motivos que justifiquen el empleo de otras unidades diferentes a las del Sistema Internacional, generalmente es preferible no utilizarlas junto con las unidades de este sistema y se recomienda no emplearlas, en la medida de lo posible. Sin embargo, cualesquiera que sean estas unidades es importante que los símbolos que se utilizan para representarlas estén conforme a las recomendaciones internacionales en vigor. La tabla 1.4 muestra algunas de estas unidades.

TABLA 1.4 UNIDADES EMPLEADAS CON EL SISTEMA INTERNACIONAL Y DE USO COMÚN EN LA MECÁNICA DE FLUIDOS

Nombre	Símbolo	Valor en unidades SI
minuto (de tiempo)	min	60 s
hora	h	3600 s
día	d	86400 s
grado	°	$(\pi/180)$ rad
litro	l, L	10^{-3} m ³
tonelada	t	10^3 kg
bar	bar	10^5 Pa

Para relacionar el peso con la masa, se tiene

$$W = m g \quad (1.2)$$

donde g es la gravedad local. El valor estándar es de 9.80665 m/s^2 y varía con la altitud. Se utilizará un valor nominal de 9.81 m/s^2 , a menos que se indique lo contrario. En el SI, el peso se expresa en newtons, nunca en kilogramos.

En la práctica mexicana, especialmente con la información de equipos de bombeo, es usual que las características de los equipos se presenten en el Sistema Inglés de unidades. También es de uso común el empleo del sistema gravitacional métrico. En este libro se empleará el Sistema Internacional, pero eventualmente se requerirá hacer conversiones de un sistema al otro. En la tabla 1.5 se presentan equivalencias entre las unidades comúnmente empleadas en los sistemas de bombeo y las del SI.

TABLA 1.5 CONVERSIÓN ENTRE LAS UNIDADES MÁS COMUNES EMPLEADAS EN LOS SISTEMAS DE BOMBEO Y EL SI

Nombre de la unidad	Símbolo	Se multiplica por	Se convierte a	Símbolo
metro	m	3.28	pie	pie, ft
pie	pie, ft	0.3048	metro	m
pulgada	in	0.0254	metro	m
kilogramo fuerza	kgf	9.80665	newton	N
libra	lb	4.4482	newton	N
kilogramo fuerza/cm ²	kgf/cm ²	98 066.5	pascal	Pa
libra/pulgada ²	psi, lb/in ²	6 894.76	pascal	Pa
British thermal unit	Btu	1 055.056	joule	J
caballo de potencia	hp, cp	745.699	watt	W
Watt	W	3.412	British thermal unit/hora	Btu/h
grado Fahrenheit	°F	$t_c = (t_f - 32) / 1.8^*$	grado Celsius	°C
galón	gal	3.7854	litro	L, l
galón/minuto	gpm	6.309×10^{-5}	metro cúbico/segundo	m ³ /s
metro cúbico/segundo	m ³ /s	15 850.37	galón/minuto	gpm

*Conversión de grados Fahrenheit a grados Celsius.

1.3 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

1.3.1 La mecánica de fluidos

La mecánica de fluidos es la ciencia que trata de los fluidos en movimiento y en reposo. En contraste con un sólido, un fluido es una sustancia cuyas partículas se mueven y cambian sus posiciones relativas con gran facilidad. Su definición es la siguiente:

Fluido es una sustancia que se deforma continuamente cuando se le aplica un esfuerzo tangencial, por pequeño que este sea.

Para el estudio de los fluidos se aplican los principios fundamentales de la mecánica general:

- 1) Conservación de la materia
- 2) Conservación de la energía
- 3) Leyes de movimiento de Newton

La mecánica de fluidos puede subdividirse en dos amplias categorías: *hidromecánica* y *dinámica de los gases*, esta última trata de los fluidos que sufren cambios significativos de densidad. La omisión de algunas propiedades de los fluidos, como la viscosidad, dio origen al llamado *flujo ideal*, que forma una rama de la mecánica de fluidos que se conoce como *hidrodinámica*.

Hidromecánica. Estudia las leyes del equilibrio y del movimiento de los fluidos incompresibles, especialmente el agua. Cuando la hidromecánica se aplica al estudio del flujo de agua, se llama *Hidráulica*.

Para la aplicación de las ecuaciones que describen el comportamiento de los fluidos, se requieren conocer las fuerzas que actúan en el seno del fluido y las propiedades del mismo.

1.3.2 Fuerzas que actúan en el interior de un fluido

En el análisis de los fluidos interesan dos tipos de fuerzas: de cuerpo y de superficie (figura 1.1a). En dicho análisis, la fuerza de cuerpo es debida al peso W del mismo. En la superficie que rodea a una masa de fluido se generan fuerzas de diferente magnitud y dirección, las cuales se designan como fuerzas de superficie.

Una fuerza ΔF que actúa sobre un área ΔA se puede descomponer en su componente normal ΔF_σ y su componente tangencial ΔF_τ , como se muestra en la figura 1.1b. La magnitud y orientación del elemento ΔA se puede representar por ΔA , que es un vector normal a dicho elemento y que por convención se considera de signo positivo, es decir, sale de ΔA .

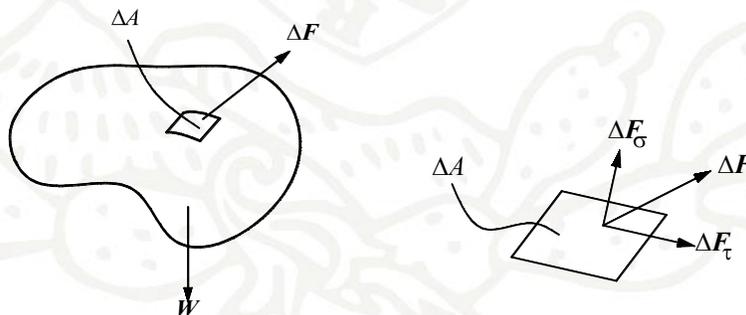


FIGURA 1.1 (a) FUERZAS DE SUPERFICIE Y DE CUERPO (b) COMPONENTES NORMAL Y TANGENCIAL DE LA FUERZA DE SUPERFICIE

Si el elemento ΔA se reduce indefinidamente en su magnitud, la relación $\Delta F / \Delta A$ entre la fuerza y el elemento diferencial de área se aproxima a un valor límite que se denomina esfuerzo S .

$$S = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

Debido que la fuerza puede tener componentes normal y tangencial, esto implica que estas generarán un esfuerzo normal σ y otro tangencial τ , respectivamente.

Por la definición de fluido, el esfuerzo tangencial τ solo se presenta cuando el fluido está en movimiento. El esfuerzo normal σ puede ser de tensión o de compresión. Cuando el esfuerzo normal es de compresión (se considera con signo negativo) se llama *presión* p . Las dimensiones de un esfuerzo son $[FL^{-2}]$ y su unidad es el pascal, aunque también se acostumbra expresar como N/m^2 . Los fluidos son capaces de soportar grandes magnitudes de esfuerzos de compresión (presión), no así para el caso de la tensión.

La presión es una magnitud escalar y no debe confundirse con la fuerza resultante de su intensidad.

Aun cuando existen diferentes instrumentos para medir la presión, en realidad solo sirven para determinar la diferencia que hay entre la presión de un punto del fluido y la presión atmosférica p_{atm} , de ahí que esta se emplee comúnmente como presión de referencia. La diferencia de presiones registrada por el instrumento se llama presión manométrica p_{man} . La condición de presión absoluta igual a cero solo existe en el vacío, ya que al no haber moléculas de fluido tampoco hay colisiones moleculares. Cuando el cero de la escala de presiones corresponde a esta condición, la presión medida se llama presión absoluta p_{ab} . Por tanto, se cumple

$$p_{ab} = p_{atm} + p_{man} \quad (1.3)$$

La presión atmosférica depende de la elevación sobre el nivel del mar y de factores meteorológicos. Dado que en un determinado sitio y en un momento dado, la presión atmosférica es la misma, la variación de una presión absoluta entre dos puntos es igual a la variación de la presión manométrica, y es usual emplear esta última, por lo que generalmente se omite el subíndice. Por ejemplo, si se tiene $p=80$ kPa, se considera presión manométrica.

A menudo se hace referencia a las condiciones atmosféricas estándar. Estas se refieren a las condiciones a nivel del mar, a una latitud de 40° con una presión atmosférica de 101.3 kPa y una temperatura de 15 °C.

La figura 1.2 muestra las diferentes escalas para la medición de la presión. Cuando la presión absoluta está por debajo de la atmosférica local, la presión manométrica es negativa.

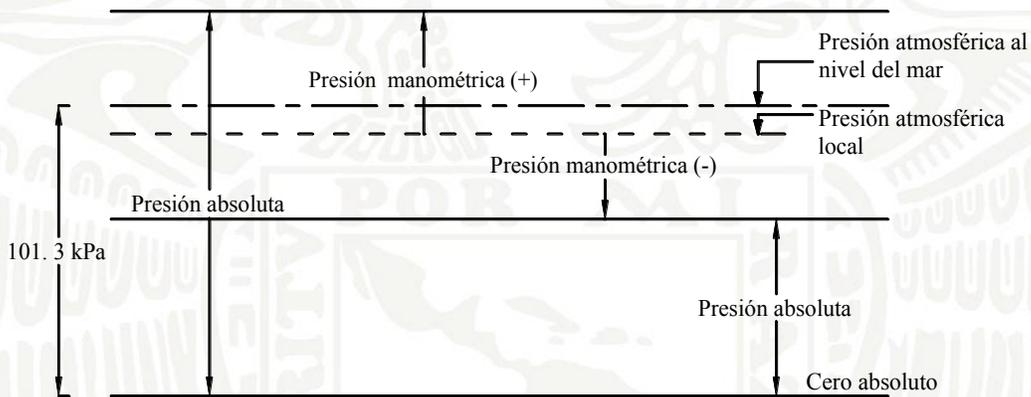


FIGURA 1.2 ESCALAS PARA LA MEDICIÓN DE LA PRESIÓN

1.3.3 Temperatura

Las propiedades de los fluidos se relacionan con la presión y con la temperatura. La escala Celsius se estableció de modo que el punto de congelación del agua corresponda al cero de la escala, y el de ebullición, en condiciones estándar, a 100 °C. El cero absoluto corresponde a la condición de cese en la actividad molecular, producto de la transferencia de calor, en la escala Celsius corresponde a -273.15 °C. En el SI, la unidad es el kelvin, y el cero corresponde a la condición de cero actividad molecular; por tanto, la relación entre la temperatura (T) en kelvin y la temperatura (t) en °C es

$$T = t + 273.15^{\circ} \quad (1.4)$$

1.3.4 Densidad y peso específico

La densidad ρ se define como la masa por unidad de volumen. Se emplea para caracterizar la masa de un sistema de fluido. En el SI sus dimensiones son $[ML^{-3}]$ y se expresa en kg/m^3 .

El valor de la densidad puede variar ampliamente entre fluidos diferentes, pero para líquidos, las variaciones de presión y temperatura afectan muy poco el valor de ρ . La variación de la densidad del agua con la temperatura se muestra en la tabla 1.6, junto con otras propiedades de interés. El valor estándar a 4 °C es 1 000 kg/m³.

Los gases son bastante compresibles en comparación con los líquidos. Los cambios en la densidad del gas están relacionados directamente con los cambios en la presión y temperatura por medio de la ecuación de los gases perfectos:

$$\rho = \frac{P_{ab}}{g T R_0} \quad (1.5)$$

Donde T es la temperatura absoluta y R_0 es una constante que depende del gas, las demás variables ya han sido definidas. Para el aire, $R_0 = 29.27$ m/K. Como se puede observar, al disminuir la presión, disminuye la densidad, por tanto, a mayor altitud el aire es menos denso.

Densidad relativa. Se define como la densidad del fluido dividida entre la densidad estándar del agua.

$$d_R = \frac{\rho}{\rho_{agua}} \quad (1.6)$$

Peso específico. Se define como el peso por unidad de volumen. Está relacionado con la densidad por medio de la ecuación

$$\gamma = \rho g \quad (1.7)$$

Así como la densidad se usa para caracterizar a la masa de un sistema fluido, el peso específico se usa para caracterizar el peso de este. Sus dimensiones son $[FL^{-3}]$ y sus unidades N/m³. Dado que para un líquido prácticamente no se tienen variaciones de la densidad con variaciones de la presión, el peso específico se puede considerar constante. Para el agua, el valor estándar a 4 °C es 9.81 kN/m³.

EJEMPLO 1.1

Determine la densidad del aire a una presión de 101.3 kPa y una temperatura de 15° C.

Solución

La temperatura absoluta se determina con la ecuación 1.4

$$T = 15 + 273.15 = 288.15 \text{ K}$$

y la densidad del aire se calcula con la ecuación 1.5 y el valor $R_0 = 29.27 \text{ m}^3/\text{K}$, que corresponde al aire, por lo que se tiene

$$\rho = \frac{101.3 \times 10^3}{g \times 288.15 \times 29.27} = 1.22 \text{ kg/m}^3$$

1.3.5 Viscosidad

La viscosidad μ de un fluido es una medida de su resistencia a fluir, como resultado de la interacción y cohesión de sus moléculas. Sus dimensiones son $[FTL^{-2}]$ y sus unidades son $\text{Pa} \cdot \text{s}$. Es común encontrar la relación μ/ρ y a partir de esta relación se define la *viscosidad cinemática*

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.8)$$

cuyas dimensiones $[L^2T^{-1}]$ son independientes de los conceptos de masa y fuerza; sus unidades son m^2/s . La tabla 1.6 proporciona los valores de μ y ν del agua, en función de la temperatura.

1.3.6 Presión de vapor

En la superficie libre de un líquido a cualquier temperatura hay un constante movimiento de moléculas que escapan de dicha superficie en forma de vapor. Si el líquido se encuentra en un recipiente cerrado y sobre su superficie queda un espacio libre, este espacio se llega a saturar de vapor y ya no se evapora más líquido. Si aumenta la temperatura aumenta la presión y se evapora más líquido. Todo líquido tiene para cada temperatura una presión p_v , llamada presión de vapor a la cual el líquido se evapora. Como la presión de vapor está estrechamente relacionada con la actividad molecular, su valor depende de la temperatura. En la tabla 1.6 se muestra la relación de la presión de vapor del agua con la temperatura.

La ebullición, que es la formación de burbujas de vapor dentro de una masa de líquido, se inicia cuando la presión absoluta alcanza la presión de vapor. El agua a presión atmosférica estándar hierve a una temperatura de 100 °C. Sin embargo, si se intenta hervir agua a una elevación mayor que la del mar, la presión atmosférica es menor y la ebullición se presenta a menor temperatura. Así, es posible inducir la ebullición a una presión dada que actúa sobre el líquido al elevar la temperatura, o bien, a una temperatura dada del líquido al disminuir la presión.

Para determinar la presión atmosférica a partir de la altitud (sin tomar en cuenta las variaciones debidas a fenómenos meteorológicos), se emplea la ecuación 1.9, que es una de las ecuaciones de la atmósfera estándar (Sotelo, 1999).

$$p_{atm} = p_o (1 - 2.26 \times 10^{-5} z)^{5.256} \quad (1.9)$$

Donde $p_o = 101.3$ kPa es la presión atmosférica al nivel del mar y z es la altitud en metros sobre el nivel del mar (msnm), el resultado también se obtiene en kPa. La figura 1.3 muestra gráficamente la relación altitud-presión. Si se requiere determinar la presión manométrica a la cual se vaporiza el agua, se emplea la ecuación 1.3.

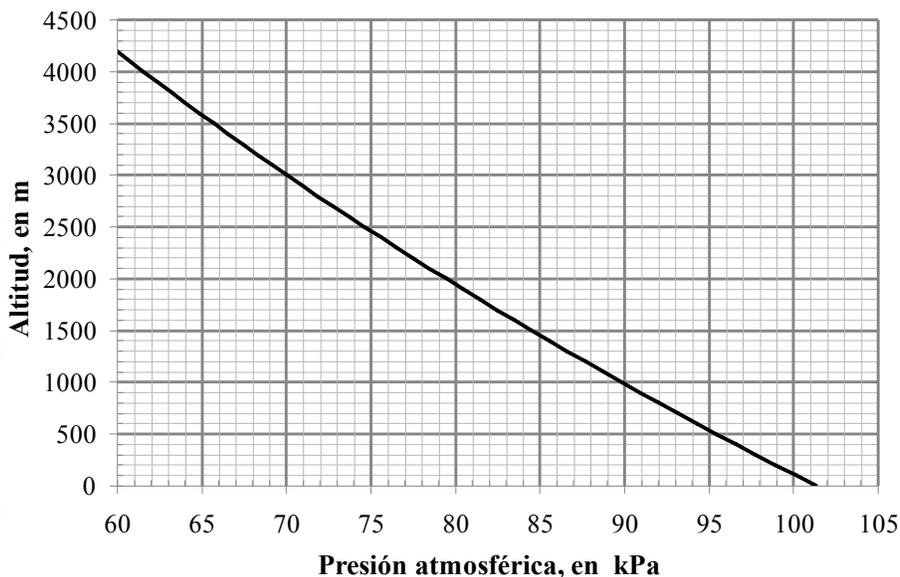


FIGURA 1.3 RELACIÓN ALTITUD-PRESIÓN ATMOSFÉRICA

EJEMPLO 1.2

Determine la presión manométrica de vaporización del agua a una temperatura $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Considere las siguientes altitudes: $z = 0\text{ m}$, $z = 2\,240\text{ m}$, y $z = 4\,000\text{ m}$.

Solución

De la tabla 1.6 se obtiene la presión absoluta de vapor para $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, la cual es

$$p_v = 2.34\text{ kPa}$$

Con la ecuación 1.9 (o con la figura 1.3), se determina la presión atmosférica y se tiene, según la altitud

$$z = 0\text{ m}$$

$$p_{atm} = 101.3(1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 0)^{5.256} = 101.3\text{ kPa}$$

$$z = 2\,240\text{ m}$$

$$p_{atm} = 101.3(1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 2\,240)^{5.256} = 77.09\text{ kPa}$$

$$z = 4\,000\text{ m}$$

$$p_{atm} = 101.3(1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 4\,000)^{5.256} = 61.56\text{ kPa}$$

La presión manométrica de vaporización se determina con la ecuación 1.3 y se tiene:

$$z = 0\text{ m}$$

$$p_{man} = 2.34 - 101.3 = -98.96\text{ kPa}$$

$$z = 2\,240\text{ m}$$

$$p_{man} = 2.34 - 77.09 = -74.75\text{ kPa}$$

$$z = 4\,000\text{ m}$$

$$p_{man} = 2.34 - 61.56 = -59.22\text{ kPa}$$

1.3.7 Módulo de elasticidad volumétrico

Se emplea para caracterizar la compresibilidad del fluido. Se calcula como

$$E_v = \frac{dp}{d\rho / \rho} \quad (1.10a)$$

Donde dp es el cambio diferencial de presión necesario para crear un cambio diferencial de densidad $d\rho$, de una densidad ρ .

La ecuación 1.10a se puede escribir en forma de incrementos como

$$E_v = \frac{\Delta p}{\Delta\rho / \rho} \quad (1.10b)$$

Los líquidos poseen un módulo de elasticidad volumétrica relativamente grande que depende de la temperatura, por ejemplo, para agua a 20 °C, $E_v = 2.20 \times 10^9$ Pa. Esto significa que ocurren variaciones pequeñas de volumen o de densidad incluso para variaciones grandes de presión, y salvo para aquellos fenómenos en que se producen incrementos violentos de presión (golpe de ariete, por ejemplo), en los restantes casos no son de importancia. Es por esto, que los líquidos se consideran incompresibles. La tabla 1.6 muestra los valores de E_v para el agua.

EJEMPLO 1.3

Determine el incremento de presión que se requiere para aumentar un 2% la densidad del agua a una temperatura de 10 °C.

Solución

De la tabla 1.6 se tiene $E_v = 2.11 \times 10^9$ Pa y $\rho = 999.7$ kg/m³, y con la ecuación 1.10b se tiene que el incremento de densidad es

$$\Delta\rho = (999.7 \times 1.02) - 999.7 = 19.994 \text{ kg/m}^3$$

y la diferencia de presiones resulta:

$$\Delta p = \frac{E_v \times \Delta \rho}{\rho} = \frac{2.11 \times 10^9 \times 19.994}{999.7} = 42.2 \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = 42.2 \text{ MPa}$$

1.3.8 Tensión superficial

En la interfase entre un líquido y un gas, o entre líquidos que no se mezclan, se crean fuerzas en la superficie del líquido que hacen que esta se comporte como si fuera una capa o membrana estirada sobre la masa del líquido. Este fenómeno superficial se debe a las fuerzas de cohesión no equilibradas que actúan sobre las moléculas del líquido en contacto con gas (aire, por ejemplo). Las moléculas en el interior de la masa del gas (o del otro líquido que no se mezcla) están rodeadas por moléculas que son atraídas entre sí. Sin embargo, las moléculas a lo largo de la superficie están sometidas a una fuerza neta hacia el interior. La consecuencia física aparente de esta fuerza no equilibrada es la creación de la capa o membrana hipotética. Se puede considerar que una fuerza de tensión actúa en el plano de la superficie a lo largo de cualquier línea de esta. La intensidad de la fuerza de atracción molecular por unidad de longitud a lo largo de cualquier línea de la superficie se denomina tensión superficial σ , que es una propiedad del líquido y depende de la temperatura, así como del otro fluido con el que esté en contacto (agua-aire, agua-mercurio, etc.). Las dimensiones de la tensión superficial son $[FL^{-1}]$. La tabla 1.6 muestra los valores de la tensión superficial para agua en contacto con el aire. La tensión superficial no tiene importancia en el movimiento de un líquido en un conducto cerrado.

1.3.9 Velocidad de las ondas sonoras en el fluido

Una consecuencia importante de la compresibilidad de los fluidos es que las perturbaciones introducidas en algún punto del fluido se propagan a velocidad finita. Las perturbaciones de presión, como las ondas sonoras, se transmiten en el interior de un fluido –en todas las direcciones– con una velocidad o celeridad a_o , que se determina como

$$a_o = \sqrt{\frac{E_v}{\rho}} \quad (1.11)$$

Por ejemplo, si un líquido corre por una tubería y una válvula se cierra repentinamente (creándose así una perturbación), el efecto del cierre no se refleja de manera instantánea aguas arriba; es necesario que transcurra un tiempo finito para que el aumento de presión creado por el cierre se propague por el fluido con determinada velocidad.

Para el agua, el valor de a_0 se puede calcular a partir de los valores de E_v y ρ presentados en la tabla 1.6. La celeridad que se determina con la expresión 1.11 se presenta en un medio no confinado. Cuando se consideran las características elásticas del conducto, la celeridad se modifica, tal como se verá en el capítulo 5.

TABLA 1.6 PROPIEDADES DEL AGUA (POTTER, 1998)

Temperatura	Densidad	Peso específico	Viscosidad	Viscosidad cinemática	Tensión superficial	Presión de vapor (absoluta)	Módulo de elasticidad volumétrico
t	ρ	γ	μ	ν	σ	p_v	E_v
° C	kg/m ³	kN/m ³	Pa· s	m ² /s	N /m	Pa	Pa
0	999.9	9.809	1.792×10^{-3}	1.792×10^{-6}	7.62×10^{-2}	6.10×10^2	2.04×10^9
5	1000	9.810	1.519×10^{-3}	1.519×10^{-6}	7.54×10^{-2}	8.722×10^2	2.06×10^9
10	999.7	9.807	1.308×10^{-3}	1.308×10^{-6}	7.48×10^{-2}	1.23×10^3	2.11×10^9
15	999.1	9.801	1.14×10^{-3}	1.14×10^{-6}	7.41×10^{-2}	1.7×10^3	2.14×10^9
20	998.2	9.792	1.005×10^{-3}	1×10^{-6}	7.36×10^{-2}	2.34×10^3	2.20×10^9
25	997	9.781	8.91×10^{-4}	8.94×10^{-7}	7.26×10^{-2}	3.17×10^3	2.22×10^9
30	995.7	9.768	8.01×10^{-4}	8.04×10^{-7}	7.18×10^{-2}	4.24×10^3	2.23×10^9
40	992.2	9.733	6.56×10^{-4}	6.61×10^{-7}	7.01×10^{-2}	7.38×10^3	2.27×10^9
50	988.1	9.693	5.49×10^{-4}	5.56×10^{-7}	6.82×10^{-2}	12.3×10^3	2.30×10^9
60	983.2	9.645	4.69×10^{-4}	4.77×10^{-7}	6.68×10^{-2}	19.9×10^3	2.28×10^9
70	977.8	9.592	4.06×10^{-4}	4.15×10^{-7}	6.50×10^{-2}	31.2×10^3	2.25×10^9
80	971.8	9.553	3.57×10^{-4}	3.67×10^{-7}	6.30×10^{-2}	47.3×10^3	2.21×10^9
90	965.3	9.470	3.17×10^{-4}	3.28×10^{-7}	6.12×10^{-2}	70.1×10^3	2.16×10^9
100	958.4	9.402	2.84×10^{-4}	2.96×10^{-7}	5.94×10^{-2}	101.3×10^3	2.07×10^9

NOTAS: 1) Para determinar $\gamma = \rho g$, se consideró $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

2) La tensión superficial es para agua-aire

EJEMPLO 1.4

Calcule la velocidad de las ondas sonoras en un medio no confinado que conduce agua. Considere $t = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Solución

Con la ecuación 1.11 y los valores de la tabla 1.6, se tiene para $t = 5\text{ }^{\circ}\text{C}$

$$a_o = \sqrt{\frac{2.06 \times 10^9}{1000}} = 1435 \text{ m/s}$$

y para $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

$$a_o = \sqrt{\frac{2.20 \times 10^9}{998.2}} = 1484.5 \text{ m/s}$$

Note que tanto en este segundo caso, como en el ejemplo 1.3, se obtendría prácticamente el mismo resultado si se considera $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, por lo que, para efectos prácticos, se acepta este último valor para temperaturas usuales de trabajo.

1.4 PRESIÓN HIDROSTÁTICA

En un líquido en reposo, la presión aumenta con la profundidad y se cumple que

$$p = \gamma h \quad (1.12)$$

donde h es la profundidad medida desde la superficie libre del líquido.

En los conductos con nula o poca curvatura se considera que la distribución de la presión en la sección normal al movimiento se comporta de forma hidrostática. Cuando en una sección de un conducto que cumple con esta condición se coloca un piezómetro, el líquido asciende una altura $h = p / \gamma$. La figura 1.4 muestra un piezómetro conectado a un tubo en el que circula agua.

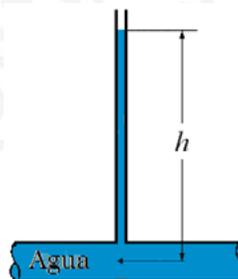


FIGURA 1.4 PIEZÓMETRO EN UN CONDUCTO A PRESIÓN

1.5 CLASIFICACIÓN DE LOS FLUJOS

Un campo de flujo es cualquier región en el espacio donde hay un fluido en movimiento. Existen diferentes criterios para clasificar un flujo, estos permiten hacer simplificaciones a las ecuaciones básicas de la mecánica de fluidos, según el caso a estudiar. Los flujos más importantes que se clasifican en el análisis de un conducto a presión son:

- *Permanente y no permanente.* El tiempo es el criterio. Si las características del flujo en un punto determinado varían de un instante a otro, el flujo es no permanente. Por el contrario, será un flujo permanente si las características en un punto permanecen constantes para cualquier instante; o bien, si las variaciones en ellas son muy pequeñas con respecto a sus valores medios y estos no varían con el tiempo.
- *Flujo uniforme y no uniforme.* Si en un instante particular el vector velocidad es idéntico en cualquier punto del flujo, el flujo es uniforme. En caso contrario, el flujo es no uniforme.
- *Tridimensional, bidimensional y unidimensional.* Es tridimensional cuando las características del flujo varían en el espacio, o sea que hay gradientes de flujo en tres direcciones. Es bidimensional cuando sus características son idénticas sobre familias de planos paralelos. Es unidimensional cuando las características varían como funciones del tiempo y de una coordenada curvilínea en el espacio. El flujo de un fluido real no puede ser completamente unidimensional, sin embargo, con la consideración de valores medios de las características de cada sección, se puede considerar unidimensional. Esta hipótesis es de las más importantes en la hidráulica, por las simplificaciones que trae consigo.
- *Laminar y turbulento.* Es laminar cuando el flujo se desplaza siguiendo trayectorias separadas, perfectamente definidas; el efecto de la viscosidad es importante. Es turbulento cuando las trayectorias de las partículas se mueven sobre trayectorias completamente erráticas; la viscosidad pierde importancia.
- *Compresible e incompresible.* El flujo se considera incompresible si los cambios de densidad son despreciables; en caso contrario, el flujo es compresible. Todos los líquidos, así como los gases a bajas velocidades pueden ser considerados incompresibles.

1.6 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA HIDRÁULICA

La solución de la mayor parte de los problemas en los fluidos, generalmente, involucran la aplicación de una o más de las tres ecuaciones básicas: continuidad, energía y cantidad de movimiento. Estas ecuaciones se desarrollan a partir de las leyes de conservación de masa, la primera ley de la termodinámica y la segunda ley de Newton.

1.6.1 Ecuación de continuidad

En la deducción de la ecuación se emplea un volumen de control $\mathcal{V}C$ deformable, según se muestra en la figura 1.5, limitado lateralmente por la superficie de control SC coincidente con la pared del conducto, además de dos secciones transversales al flujo, separadas la distancia ds , donde s representa la coordenada curvilínea que sigue el eje de la conducción. La otra variable independiente es el tiempo t . En cualquier instante, el volumen de líquido contenido en el volumen de control es $d\mathcal{V} = A ds$, donde el área A es función de (s,t) y ds es independiente de ambos. Las velocidades en cada sección transversal poseen un valor medio V que se considera representativo de la sección transversal y con dirección tangente al eje de la conducción.

Se hace la simplificación de que en cualquier punto de la sección transversal, la velocidad puntual v es aproximadamente igual a la velocidad media V . Esto es especialmente válido en conductos de grandes dimensiones, ya que el flujo que se presenta es turbulento.

En un intervalo dt , el volumen de fluido que atraviesa el elemento de superficie dA queda determinado por el producto escalar de los vectores ds y el vector diferencial de superficie dA , por lo que la masa de fluido que pasa a través del elemento dA vale

$$dm = \rho ds \cdot dA$$

Con $\mathbf{V} = \frac{ds}{dt}$

$$dm = \rho \mathbf{V} \cdot dA dt$$

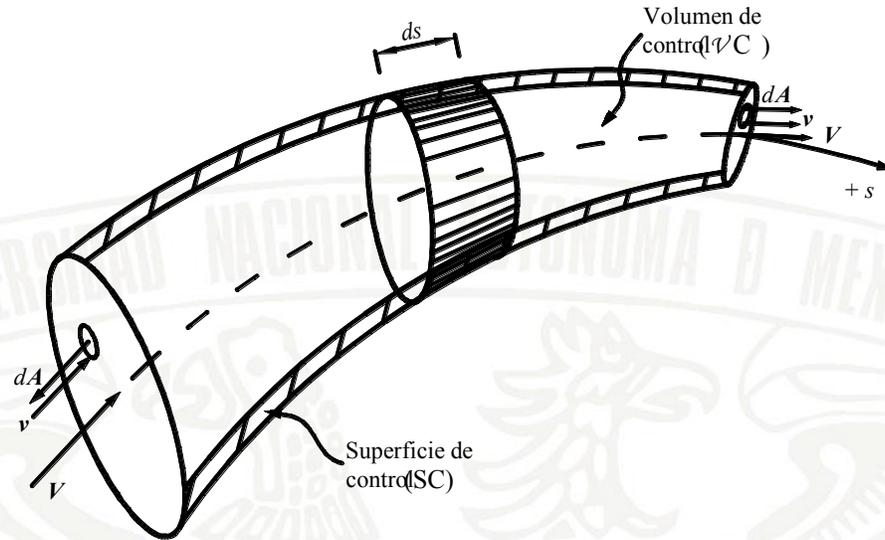


FIGURA 1.5 VOLUMEN DE CONTROL EN UN FLUJO UNIDIMENSIONAL

La expresión matemática del principio de continuidad aplicado a cualquier volumen de control de un flujo unidimensional es

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}C} \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1.13)$$

Esta ecuación establece que para conservar la masa, la variación con respecto al tiempo de la masa en el volumen de control más la variación de flujo neto de masa a través de la superficie de control debe ser igual a cero.

Para el VC mostrado, el flujo neto de masa a través de las secciones de flujo es la diferencia entre la que sale y la que entra, es decir,

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds$$

La rapidez con que varía la masa dentro del VC es $\partial(\rho A ds)/\partial t$. Por tanto, el principio establece

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} ds + \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds = 0 \quad (1.14a)$$

Al desarrollar las derivadas parciales y dividir todo entre ds , que es una constante, se obtiene

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{A} \left(\frac{\partial A}{\partial s} V + \frac{\partial A}{\partial t} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} V + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.14b)$$

Con $V = ds/dt$, y por el desarrollo de la derivada total, se llega a

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (1.14c)$$

Las ecuaciones 1.14a, 1.14b y 1.14c son expresiones generales equivalentes de la ecuación diferencial de continuidad, las cuales adoptan alguna forma particular, según el tipo de flujo que se analice.

Cuando el flujo es permanente, $\partial(\rho A)/\partial t = 0$, por lo que la ecuación 1.14a queda

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} = 0 \quad (1.15)$$

El flujo de masa que cruza por cada sección transversal es

$$\dot{m} = \rho AV \quad (1.16)$$

Si ambos lados de la ecuación 1.16 se dividen entre la densidad, se tiene el volumen que cruza la sección en la unidad de tiempo, es decir, el gasto o caudal Q .

$$Q = AV \quad (1.17)$$

o

$$Q = \frac{V}{t} \quad (1.18)$$

Note que el flujo de masa también se puede expresar

$$\dot{m} = \rho Q \quad (1.19)$$

Si se considera flujo incompresible, entre dos secciones se tiene

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \quad (1.20)$$

Para el caso general de un conducto con una o varias entradas y salidas, la ecuación de continuidad para flujo permanente es

$$\sum A_e V_e = \sum A_s V_s \quad (1.21)$$

donde los subíndices e y s indican entrada y salida respectivamente.

1.6.2 Ecuación de la energía

La primera ley de la termodinámica establece que el cambio de energía interna de un sistema es igual a la suma de energía añadida al fluido y el trabajo hecho por el mismo. Al aplicar la primera ley a un sistema que coincide con un volumen de control unidimensional como el mostrado en la figura 1.6, se tiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} e \rho d\mathcal{V} + \int_{SC} e \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = \left(\dot{Q}_{\text{neto}} + \dot{W}_{\text{neto}} \right)_{\mathcal{V}_C} \quad (1.22)$$

Donde

- e es la energía total almacenada por unidad de masa de las partículas de fluido;
- \dot{Q} representa todas las formas de intercambio de energía entre el contenido del volumen de control y el entorno debido a una diferencia de temperatura;
- \dot{W} es la razón de transferencia de trabajo, también llamada potencia, es positiva cuando el entorno realiza trabajo sobre el contenido del volumen de control, en caso contrario se considera negativa.

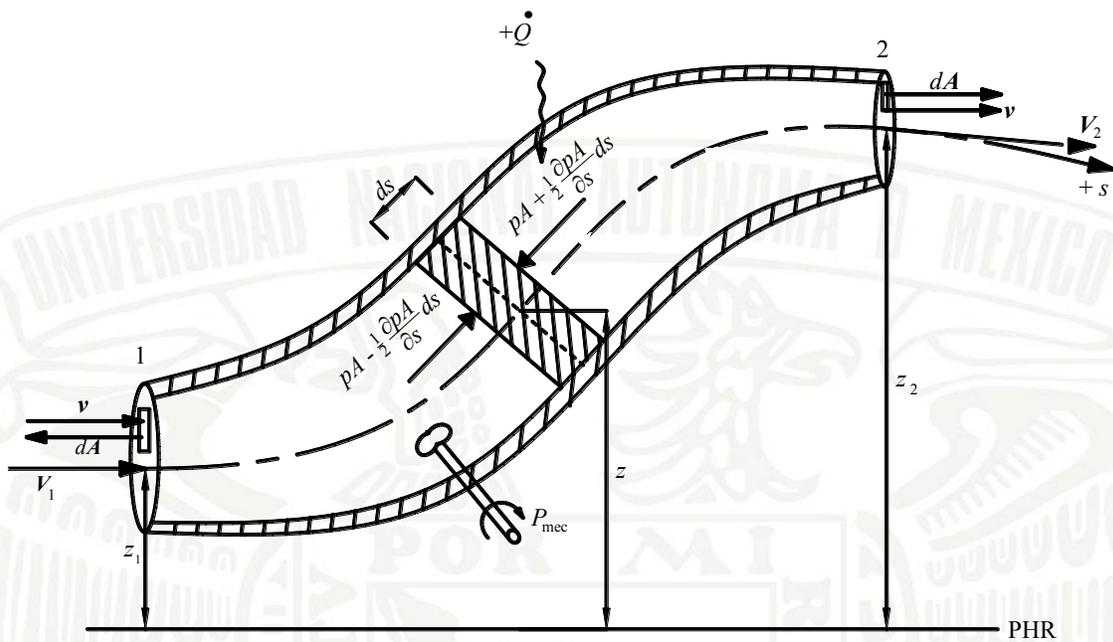


FIGURA 1.6 SISTEMA QUE COINCIDE CON UN VOLUMEN DE CONTROL UNIDIMENSIONAL

Para flujo permanente e incompresible, la ecuación 1.22 se reduce a

$$\rho \int_{SC} e \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = \left(\dot{Q}_{\text{neto}} + \dot{W}_{\text{neto}} \right)_{VC} \quad (1.23)$$

La energía total almacenada por unidad de masa para cada partícula del sistema es

$$e = u + gz + \frac{v^2}{2} \quad (1.24)$$

donde

- u es la energía interna por unidad de masa;
- gz representa la energía potencial por unidad de masa;
- $\frac{v^2}{2}$ es la energía cinética por unidad de masa.

En el caso de las bombas y las turbinas, el trabajo se transfiere a través de la superficie de control mediante un eje móvil. La variación del trabajo en la unidad de tiempo, es decir, la potencia, se denomina potencia de flecha o potencia mecánica P_{mec} .

La transferencia de trabajo también se presenta debido al trabajo que efectúan las fuerzas de presión. De $W = F ds = p A ds$, la variación del trabajo en la unidad de tiempo se puede determinar como

$$\dot{W} = pA \frac{ds}{dt} = pAV$$

Al tomar en cuenta el sentido de las fuerzas de presión en cada sección, la variación del trabajo en la unidad de tiempo \dot{W} , en la dirección $+s$, debida a las fuerzas de presión es

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\text{fuerzas de presión}} &= (p_1 A_1 V_1 - p_2 A_2 V_2) \\ \dot{W}_{\text{fuerzas de presión}} &= \left[\frac{p_1}{\rho} - \frac{p_2}{\rho} \right] \dot{m} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Con las consideraciones anteriores, para un volumen de control en el que el flujo es permanente, con $v \approx V$, y con solo una máquina que adiciona o transfiere potencia, la ecuación 1.23 queda:

$$\begin{aligned} \int_{SC} \left(u + gz + \frac{V^2}{2} \right) \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} &= \dot{Q}_{\text{neto}} + P_{\text{mec}} + \dot{W}_{\text{fuerzas de presión}} \\ \int_{SC} \left(u + gz + \frac{V^2}{2} \right) \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} &= \dot{Q}_{\text{neto}} + P_{\text{mec}} + \left[\frac{p_1}{\rho} - \frac{p_2}{\rho} \right] \dot{m} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Al realizar la integral de la ecuación 1.26, se obtiene

$$\int_{SC} \left(u + gz + \frac{V^2}{2} \right) \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = \left(gz + \frac{V^2}{2} \right)_2 \dot{m} - \left(gz + \frac{V^2}{2} \right)_1 \dot{m} + (u_2 - u_1) \dot{m} \quad (1.27)$$

Al sustituir la ecuación 1.27 en la 1.26, y si se divide entre el flujo másico \dot{m} , y se reacomodan términos se llega a

$$gz + \frac{p_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{P_{\text{mec}}}{\rho Q} + (u_2 - u_1) - \frac{\dot{Q}_{\text{neto}}}{\rho Q} \quad (1.28)$$

Las unidades de cada término son de energía por unidad de masa. Al dividir esta ecuación entre la aceleración de la gravedad, se obtiene energía por unidad de peso.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} - \frac{P_{\text{mec}}}{\rho g Q} + \frac{u_2 - u_1}{g} - \frac{\dot{Q}_{\text{neto}}}{\rho g Q} \quad (1.29)$$

La suma de términos $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}$ es la energía disponible (por unidad de peso) en cada sección y los últimos dos términos de la ecuación 1.29 se interpretan como la pérdida de energía útil debido a las fuerzas que tiene que vencer el fluido en su movimiento.

$$h_r = \frac{u_2 - u_1}{g} - \frac{\dot{Q}_{\text{neto}}}{\rho g Q} \quad (1.30)$$

Cuando se tiene una bomba o una turbina, el flujo es no permanente dentro de la máquina; sin embargo, aguas arriba y aguas debajo de la máquina el flujo puede ser permanente y se considera válida la ecuación 1.29. La energía por unidad de peso que adiciona o absorbe el eje de la máquina es

$$H_{\text{Máq}} = \frac{P_{\text{mec}}}{\rho g Q} \quad (1.31)$$

que en la ecuación 1.29, para el caso de una bomba tiene signo positivo y en el de una turbina le corresponde signo negativo. Por tanto, la ecuación de la energía por unidad de peso para un flujo unidimensional, permanente, incompresible y con adición de energía debida a una bomba ($H_{\text{Máq}} = H_B$), y dado que para un líquido $\gamma = \rho g$, se tiene

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_r \quad (1.32)$$

y para el caso de una turbina, la cual aprovecha la energía de líquido ($H_{\text{Máq}} = -H_T$), se tiene

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + H_T + h_r \quad (1.33)$$

En las ecuaciones 1.32 y 1.33, cada término representa:

z	carga de posición, medida desde un plano horizontal de comparación, también llamado nivel de referencia
$\frac{p}{\gamma}$	carga de presión
$\frac{V^2}{2g}$	carga de velocidad
H_B	carga que adiciona una bomba
H_T	carga que aprovecha una turbina
h_r	pérdida de carga entre las dos secciones o pérdida de energía (por unidad de peso), debida a la irreversibilidad en el proceso

Se llama H a la carga total en una sección dada y se define como la suma de las cargas de posición, presión y velocidad

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \quad (1.34)$$

El término carga de presión p/γ se refiere a la altura equivalente de líquido que ejercería la misma presión que se tiene en la sección transversal. La suma de los términos $z + \frac{p}{\gamma}$ se denomina carga piezométrica.

En el caso que no se tenga una máquina que adicione o aproveche energía, las ecuaciones 1.32 y 1.33 se reducen a

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_r \quad (1.35)$$

o

$$H_1 = H_2 + h_r \quad (1.36)$$

La energía es una cantidad escalar y los términos de la ecuación de la energía son función de la sección que se analice. Cuando se aplica la ecuación de la energía en conductos a presión es útil una representación gráfica como se muestra en la figura 1.7.

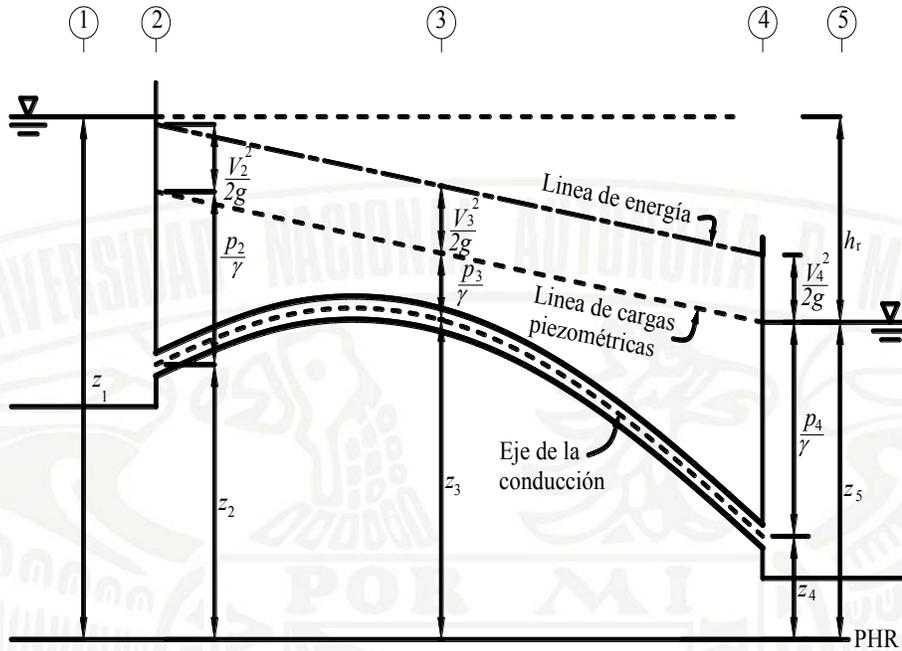


FIGURA 1.7 INTERPRETACIÓN DE LA ECUACIÓN DE LA ENERGÍA

En la figura 1.7, la línea que une los puntos de carga total H se denomina línea de energía y la línea que une las cargas piezométricas de cada sección se llama línea de cargas piezométricas.

Para el caso de una bomba en la que la sección 1 corresponde a la brida de succión y la sección 2 a la de descarga, la ecuación 1.32 también se puede expresar como

$$H_1 + H_B = H_2 \quad (1.37)$$

La figura 1.8 muestra de forma gráfica la adición de carga de bombeo.

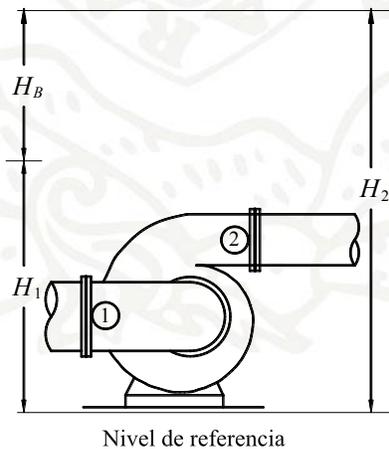
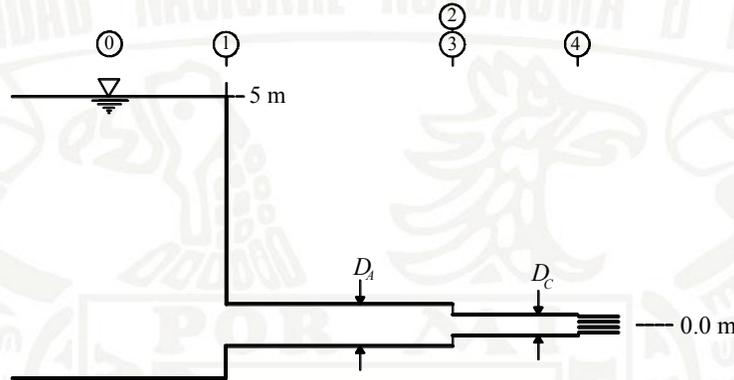


FIGURA 1.8 CARGA ADICIONADA POR UNA BOMBA

EJEMPLO 1.5

En el sistema mostrado, $D_A = 0.15\text{ m}$, $D_C = 0.10\text{ m}$, $h_{r1-2} = 6 \frac{V_A^2}{2g}$, $h_{r3-4} = 4 \frac{V_C^2}{2g}$, $z_0 = 5\text{ m}$, $z_4 = 0$.



- Calcule Q .
- Determine la carga total H y la piezométrica $z + p/\gamma$ en las secciones 1, 2, 3 y 4.
- Dibuje las líneas de la energía y cargas piezométricas.

Solución

- Las respectivas áreas de los conductos A y C son

$$A_A = \frac{\pi \times (0.15)^2}{4} = 0.0177\text{ m}^2; \quad A_C = \frac{\pi \times (0.10)^2}{4} = 0.00785\text{ m}^2$$

En el almacenamiento, $p=0$ y $V \approx 0$; en la sección 4 también la presión es nula. Al plantear la ecuación de la energía 1.35, entre las secciones 1 y 2, se tiene

$$5 + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{V_C^2}{2g} + 6 \frac{V_A^2}{2g} + 4 \frac{V_C^2}{2g}$$

$$5 \times 2g = 6V_A^2 + 5V_C^2 \quad (1)$$

Con la ecuación de continuidad 1.20, se tiene

$$A_A V_A = A_C V_C$$

$$V_A = 0.444 V_C$$

$$V_A^2 = 0.1975 V_C^2 \quad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (2) en la (1), se tiene

$$5 \times 2g = 6.185 V_C^2$$

$$V_C = \sqrt{\frac{10g}{6.185}} = 3.982 \text{ m/s}$$

Por lo que el gasto es

$$Q = A_C V_C = 0.00785 \times 3.982 = 0.0312 \text{ m}^3/\text{s}$$

b) La velocidad en el conducto A es

$$V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{0.0312}{0.0177} = 1.762 \text{ m/s}$$

Las cargas de velocidad en cada conducto y las pérdidas son

$$\frac{V_A^2}{2g} = 0.158 \text{ m}; \quad \frac{V_C^2}{2g} = 0.81 \text{ m}$$

$$h_{r1-2} = 6 \frac{V_A^2}{2g} = 0.948 \text{ m}; \quad h_{r3-4} = 4 \frac{V_C^2}{2g} = 3.24 \text{ m}$$

Para determinar las cargas totales se plantea la ecuación de la energía entre una sección y la siguiente. Para calcular la carga piezométrica, a la carga total se le resta la carga de velocidad.

$$H_0 = H_1 = 5 \text{ m}; \quad z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = 5 - 0.158 = 4.842 \text{ m}$$

$$H_1 = H_2 + h_{r1-2}; \quad H_2 = 5 - 0.948 = 4.052 \text{ m}; \quad z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = 4.052 - 0.158 = 3.894 \text{ m}$$

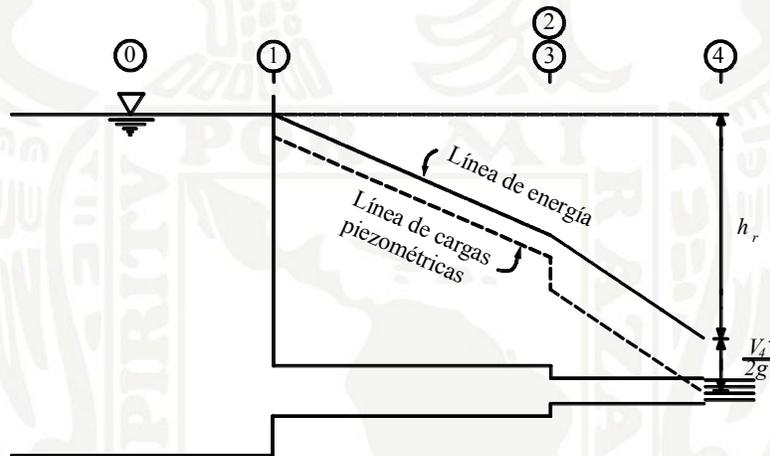
$$H_2 = H_3 = 4.052 \text{ m}; \quad z_3 + \frac{p_3}{\gamma} = 4.052 - 0.81 = 3.242 \text{ m}$$

$$H_3 = H_4 + h_{r3-4}; \quad H_4 = 4.052 - 3.24 = 0.812 \approx 0.81 \text{ m}$$

o

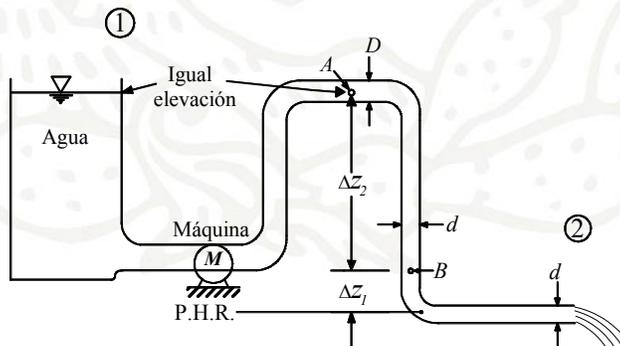
$$H_4 = 0 + 0 + 0.81 = 0.81 \text{ m}; \quad z_4 + \frac{p_4}{\gamma} = 0 + 0 = 0 \text{ m}$$

Las líneas de energía y de cargas piezométricas quedan



EJEMPLO 1.6

- Analice si la máquina mostrada es bomba o turbina. No considere pérdidas de energía en todo el sistema. $\Delta z_1 = 2 \text{ m}$, $\Delta z_2 = 4 \text{ m}$, $D = 0.25 \text{ m}$, $d = 0.20 \text{ m}$, $Q = 0.06 \text{ m}^3/\text{s}$.
- Calcule la carga de presión en la sección A.



Solución

a) Las áreas de los conductos son

$$A_D = \frac{\pi \times (0.25)^2}{4} = 0.049 \text{ m}^2; A_d = \frac{\pi \times (0.20)^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2$$

Con la ecuación de continuidad, se calculan las velocidades

$$V_D = \frac{Q}{A_D} = \frac{0.06}{0.049} = 1.22 \text{ m/s}$$

$$V_d = \frac{Q}{A_d} = \frac{0.06}{0.0314} = 1.91 \text{ m/s}$$

y las cargas de velocidad son

$$\frac{V_D^2}{2g} = 0.076 \text{ m}; \quad \frac{V_d^2}{2g} = 0.186 \text{ m}$$

En la sección 1, $p=0$ y $V \approx 0$, por lo que la carga total es igual a la carga posición

$$H_1 = z_1 = 6 \text{ m}$$

y en la sección 2, solo se tiene carga de velocidad

$$H_2 = 0 + 0 + 0.186 = 0.186 \text{ m}$$

Si la máquina es una bomba, esta adiciona energía; por lo que se debe cumplir $H_1 + H_B = H_2$. En cambio, si es una turbina, aprovecha la energía del agua, por lo que se tendría $H_1 = H_2 + H_T$. En este caso, la carga total en la sección 2 es menor que en la sección 1, por lo que la máquina es una turbina. Al plantear la ecuación de la energía entre la sección 1 y 2, se obtiene la carga que la turbina aprovecha.

$$6 = 0.186 + H_T$$

$$H_T = 5.814 \text{ m}$$

Al aplicar la ecuación de la energía 1.33, entre la sección 1 y la sección A, se tiene

$$6 = 6 + \frac{P_A}{\gamma} + 0.076 + 5.814$$

$$\frac{P_A}{\gamma} = -5.89 \text{ m}$$

1.6.3 Ecuación de cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento en un volumen de control se deriva de la segunda ley de Newton. La cantidad de movimiento de una partícula es el producto de su masa por su velocidad. Por tanto, la segunda ley de Newton establece que la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez de cambio del vector lineal cantidad de movimiento de la masa del fluido, es decir,

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{V})}{dt}$$

En donde se consideró que en cada punto de la sección transversal $\mathbf{v} \approx \mathbf{V}$. La variación total de la cantidad de movimiento en todo el volumen de control es

$$\frac{d(m\mathbf{V})}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} \rho \mathbf{V} d\mathcal{V} + \int_{S_C} \rho \mathbf{V} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (1.38)$$

La primera integral representa la variación local de la cantidad de movimiento encerrada en el volumen de control y la segunda, el flujo de cantidad de movimiento a través de la superficie de control. Por tanto, la segunda ley de Newton establece

$$\mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}_C} \rho \mathbf{V} d\mathcal{V} + \int_{S_C} \rho \mathbf{V} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} \quad (1.39)$$

\mathbf{F} es la suma de fuerzas que actúan sobre el volumen de control, las cuales son la resultante de las fuerzas de presión estáticas \mathbf{F}_{pe} , la resultante de las fuerzas tangenciales que se oponen al movimiento \mathbf{F}_τ , la fuerza de cuerpo \mathbf{F}_W , y la resultante de las fuerzas que el exterior aplica al volumen de control \mathbf{R} (que es igual en magnitud pero de sentido contrario que la resultante de las fuerzas dinámicas \mathbf{F}_d que el fluido ejerce sobre sus paredes).

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{pe} + \mathbf{F}_\tau + \mathbf{F}_W + \mathbf{R} \quad (1.40)$$

La segunda integral de la ecuación 1.39, que incluye todas las secciones transversales a través de las cuales hay flujo de masa, se interpreta

$$\int_{S_C} \rho \mathbf{V} (\mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) = \sum \rho Q \mathbf{V} \quad (1.41)$$

Al sustituir las ecuaciones 1.40 y 1.41 en la 1.39, se tiene

$$F_{pe} + F_{\tau} + F_W + R = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}C} \rho V d\mathcal{V} + \sum \rho QV \quad (1.42)$$

V representa el vector velocidad media del gasto Q que atraviesa la sección transversal; se considera aplicado en el centroide y en la dirección normal a la sección. De esta manera, cada producto ρQV que integra $\sum \rho QV$ será un vector con la misma dirección que V y con el sentido que lleva el flujo al pasar por la sección analizada. Además del signo que le corresponda a V , según la dirección y sentido, el gasto se deberá afectar con otro signo: positivo si el gasto sale del volumen de control y negativo, si entra. La magnitud de la fuerza de presión estática F_{pe} se calcula $F_{pe} = p A$, siendo p la presión manométrica representativa de la sección.

En caso de flujo permanente, la variación local de la cantidad de movimiento es igual a cero y la ecuación 1.42 se reduce a

$$F_{pe} + F_{\tau} + F_W + R = \sum \rho QV \quad (1.43)$$

La ecuación 1.43 también se puede escribir según los componentes de fuerza y velocidad, según la dirección en la que se interese analizar el $\mathcal{V}C$. Por ejemplo, para el conducto mostrado en la figura 1.9 se tiene

$$F_{pe1x} + F_{pe2x} + F_{\tau x} - R_x = \rho((-Q)V_{1x} + (+Q)(-V_{2x}))$$

$$-F_{pe1y} + F_{pe2y} + F_{\tau y} - F_W + R_y = \rho((-Q)(-V_{1y}) + (+Q)(-V_{2y}))$$

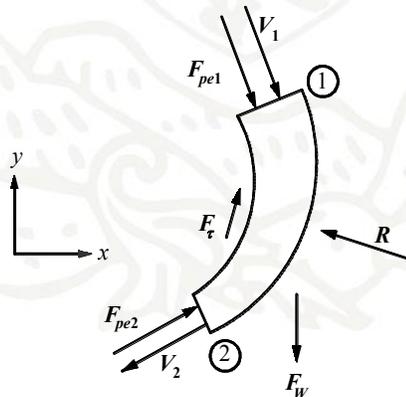
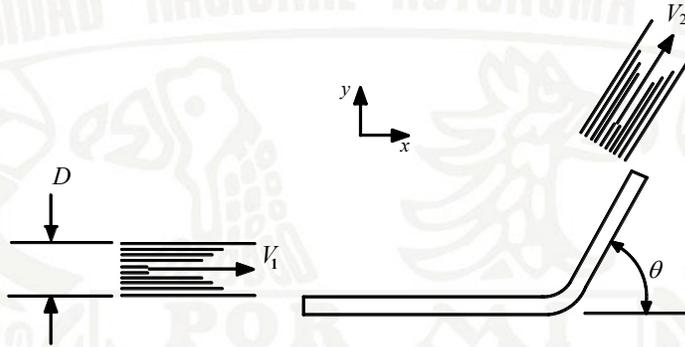


FIGURA 1.9 FUERZAS Y VELOCIDADES EN UN VOLUMEN DE CONTROL

EJEMPLO 1.7

Calcule los componentes del empuje dinámico que el chorro ejerce sobre el deflector. Considere que el chorro está contenido en un plano horizontal. No considere pérdidas de energía. $\theta = 60^\circ$, $V_1 = 40$ m/s, $D = 0.05$ m.

*Solución*

Al plantear la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2 se tiene

$$0 + 0 + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Por lo que $V_1 = V_2$. El área del chorro es

$$A = \frac{\pi \times (0.05)^2}{4} = 0.001963 \text{ m}^2$$

y el gasto se calcula

$$Q = AV = 0.001963 \times 40 = 0.07852 \text{ m}^3/\text{s}$$

Los componentes de fuerza que el exterior aplica al chorro se determinan con la ecuación 1.40. No hay fuerzas de presión estática ya que la presión manométrica es nula, tampoco se tiene fuerza de cuerpo, debido a que el chorro está contenido en un plano horizontal, además, al no considerarse pérdidas de energía, se tiene $F_r = 0$.

Los sentidos de las fuerzas R_x y R_y que el exterior aplica al fluido, se suponen y posteriormente se revisan. Al aplicar la ecuación 1.43 en la dirección x , se tiene

$$- R_x = 1000((-0.07852) \times 40 + (0.07852)(40 \cos 60^\circ))$$

$$R_x = 1570 \text{ N}$$

$$R_x = 1570 \text{ N} \leftarrow$$

Como R_x resultó con signo positivo, fue bien supuesto su sentido. En la dirección y , se tiene

$$R_y = 1000((-0.07852)(0) + (0.07852)(40 \sin 60^\circ))$$

$$R_y = 2720 \text{ N}$$

Para el caso de R_y , como el signo resultó positivo, el sentido se estimó correctamente

$$R_y = 2720 \text{ N} \uparrow$$

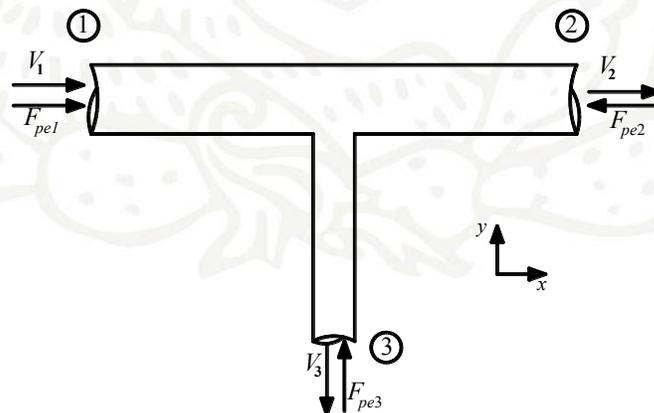
El empuje dinámico del chorro sobre el deflector es de igual magnitud, pero de sentido contrario que las fuerzas R_x y R_y , por lo que

$$F_{pdx} = 1570 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_{pdy} = 2720 \text{ N} \downarrow$$

EJEMPLO 1.8

Calcule los componentes del empuje dinámico que el líquido ejerce sobre la bifurcación, la cual está contenida en un plano horizontal. No considere pérdidas de energía. $V_1 = 12 \text{ m/s}$, $V_3 = 8 \text{ m/s}$, $D_1 = D_2 = 0.06 \text{ m}$, $D_3 = 0.04 \text{ m}$, $p_1 = 500 \text{ kPa}$.



Solución

Cálculo de las áreas y gastos

$$A_1 = A_2 = \frac{\pi \times (0.06)^2}{4} = 0.002827 \text{ m}^2$$

$$A_3 = \frac{\pi \times (0.04)^2}{4} = 0.001256 \text{ m}^2$$

$$Q_1 = A_1 V_1 = 0.002827 \times 12 = 0.0339 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_3 = A_3 V_3 = 0.001256 \times 8 = 0.010 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = Q_1 - Q_3 = 0.0339 - 0.010 = 0.0239 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_2 = \frac{0.0239}{0.002827} = 8.45 \text{ m/s}$$

Al plantear la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2, se tiene

$$\frac{500 \times 10^3}{9810} + \frac{12^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{8.45^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 54.67 \text{ m}$$

y entre las secciones 1 y 3

$$\frac{500 \times 10^3}{9810} + \frac{12^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{8^2}{2g}$$

$$\frac{p_3}{\gamma} = 55.04 \text{ m}$$

Las fuerzas de presión estática en cada sección son

$$F_{pe1} = p_1 A_1 = 500 \times 10^3 \times 0.002827 = 1413.5 \text{ N} \rightarrow$$

$$F_{pe2} = p_2 A_2 = 54.67 \times 9810 \times 0.002827 = 1516.15 \text{ N} \leftarrow$$

$$F_{pe3} = p_3 A_3 = 55.04 \times 9810 \times 0.001256 = 678.16 \text{ N} \uparrow$$

Como todas las presiones son positivas, el sentido de F_{pe} es "hacia" el volumen de control.

Con la ecuación 1.43 en la dirección x , tomando en cuenta los sentidos de cada fuerza, se

puede calcular la fuerza que el exterior aplica al fluido, lo mismo para la dirección y . Los sentidos de R_x y R_y se suponen y después se revisan.

En la dirección x se tiene

$$F_{pe1x} - F_{pe2x} - R_x = \rho((-Q_1)V_{1x} + (Q_2)(V_{2x}))$$

$$1413.5 - 1516.15 - R_x = 1000((-0.0339 \times 12) + (0.0239 \times 8.44))$$

$$R_x = 102.19 \text{ N}$$

y en la dirección y

$$+F_{pe3y} - R_y = \rho((Q_3)(-V_{3y}))$$

$$+678.16 - R_y = 1000((0.01) \times (-8))$$

$$R_y = 758.16 \text{ N}$$

Tanto R_x como R_y tienen signo positivo, entonces el sentido fue bien supuesto. Los componentes del empuje dinámico del líquido sobre la bifurcación son de igual magnitud, pero de sentido contrario que las fuerzas R_x y R_y , por lo que

$$R_x = 102.19 \text{ N} \leftarrow \quad R_y = 758.16 \text{ N} \downarrow$$

$$F_{pdx} = 102.19 \text{ N} \rightarrow \quad F_{pdy} = 758.16 \text{ N} \uparrow$$

1.7 PÉRDIDAS DE CARGA

La aplicación de la ecuación de la energía requiere de una estimación de las pérdidas de carga (energía/unidad de peso) h_r , las cuales se componen de las pérdidas por fricción h_f y las locales h_L .

$$h_r = h_f + h_L \quad (1.44)$$

La pérdida por fricción se determina con la ecuación de Darcy – Weisbach:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (1.45)$$

en donde

D	diámetro de conducto
L	longitud del conducto
f	factor de fricción

El factor de fricción es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa (ε/D), siendo ε la rugosidad absoluta. En un conducto circular a presión, el número de Reynolds se determina

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (1.46)$$

Poiseuille encontró que dentro del intervalo $Re < 2300$ el flujo es laminar, y el factor de fricción depende exclusivamente del número de Reynolds, y se cumple que

$$f = \frac{64}{Re} \quad (1.47)$$

A partir de $Re > 2300$ se inicia la zona de transición de flujo laminar a turbulento, sin poder establecer una ley general de variación. Dentro de esta zona, f depende tanto del número de Reynolds como de la rugosidad relativa, y se puede emplear la fórmula de Colebrook para su cálculo, la cual es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon}{3.71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right] \quad (1.48)$$

Durante mucho tiempo, la ecuación de Colebrook fue ampliamente usada, pero tiene el inconveniente de que es una ecuación en la que el factor de fricción está de forma implícita. En conducciones para sistemas de bombeo, una buena opción que proporciona resultados prácticamente idénticos que la ecuación de Colebrook es la fórmula de Swamme-Jain (1973) ya que no es implícita, la cual es recomendada para $Re > 4000$.

$$f = 1.325 \left[\ln \left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^{-2} \quad (1.49)$$

De acuerdo con la rugosidad relativa (ε/D), la zona turbulenta se inicia con diferentes valores de Re , es decir, que el número de Reynolds, como límite superior para la zona de transición, depende de la rugosidad relativa del tubo. Dentro de la zona turbulenta, f es independiente de Re y varía exclusivamente con la rugosidad relativa, en esta zona se puede emplear la fórmula de Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.71}{\varepsilon/D} \quad (1.50)$$

De las fórmulas 1.48 y 1.49, se observa que cuando Re es suficientemente "grande", ya no es significativo en el cálculo del factor de fricción y cuando el flujo se encuentra en zona turbulenta el resultado es el mismo que se obtiene con la fórmula de Nikuradse.

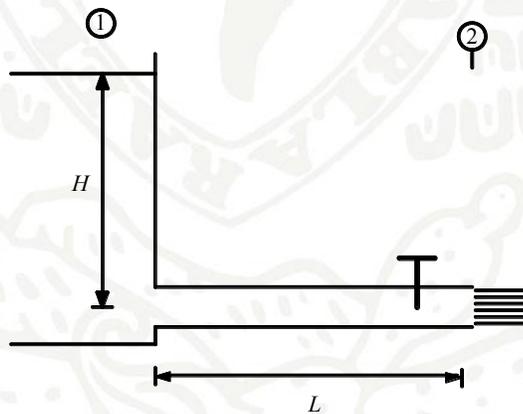
Las pérdidas locales se deben a cualquier obstáculo en que el flujo emplee energía útil para superarlo, pueden ser por: entrada a la conducción, rejillas, ampliación, reducción, cambios de dirección, válvulas, bifurcaciones, salida, etc. La pérdida de carga local se expresa como una fracción de la carga de la velocidad

$$h_L = k \frac{V^2}{2g} \quad (1.51)$$

donde k es un coeficiente adimensional que depende del tipo de accesorio que provoque la pérdida; salvo aclaración, la carga de velocidad es aguas abajo de la zona de alteración del flujo. Para determinar k , es necesario recurrir a los resultados experimentales, Sotelo (1999) presenta expresiones, tablas y gráficas que permiten obtener su valor.

EJEMPLO 1.9

Calcule el gasto que circula en el sistema mostrado. Solo considere pérdidas por entrada $k_e = 0.5$, válvula $k_v = 3$ y por fricción. El material es acero nuevo ($\varepsilon = 0.1\text{mm}$), $D = 0.2$ m, $H = 9.5$ m, $L = 2\ 000$ m. La viscosidad cinemática del agua es $\nu = 1 \times 10^{-6}$ m²/s.



Solución

El área del conducto y su rugosidad relativa son

$$A = \frac{\pi \times (0.02)^2}{4} = 0.0314 \text{ m}^2$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.1}{200} = 0.0005$$

En el almacenamiento $p = 0$ y $V \approx 0$, en la sección 2 también la presión es nula y $z_2 = 0$. Al plantear la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2, se tiene

$$9.5 = 0 + 0 + \frac{V_2^2}{2g} + ke \frac{V_2^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g} + kv \frac{V_2^2}{2g}$$

$$9.5 = \frac{V_2^2}{2g} \left(1 + ke + f \frac{L}{D} + kv \right)$$

$$9.5 = \frac{V_2^2}{2g} (1 + 0.5 + 10000f + 3)$$

Al despejar la velocidad, se llega a

$$V_2 = \sqrt{\frac{9.5 \times 2g}{4.5 + 10000f}} \quad (1)$$

Como se desconoce el factor de fricción, inicialmente este se estima en zona turbulenta empleando la ecuación de Nikuradse (1.50), después se calcula el número de Reynolds con la ecuación 1.46 y, finalmente, se revisa con la expresión de Colebrook (ecuación 1.48). Si el valor del factor de fricción no cambia significativamente, entonces fue correcta la estimación, si no, con el último valor de f se repite el procedimiento.

En zona turbulenta el valor de f es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.71}{0.0005}$$

$$f = 0.0166$$

Para el valor dado de rugosidad relativa, la ecuación de Colebrook queda

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{0.0005}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right] \quad (2)$$

Con el procedimiento indicado, se tiene

f estimado	V_2 (m/s) (1)	$Re = \frac{V_2 D}{\nu}$	f revisado (2)
0.0166	1.045	209 112	0.0188
0.0188	0.984	196 800	0.0188

Por lo que

$$V_2 = 0.984 \text{ m/s}$$

y el gasto es

$$Q = A_2 V_2 = 0.0314 \times 0.984 = 0.0309 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si se emplea la ecuación de Swamme se obtiene prácticamente el mismo resultado.

1.8 POTENCIA DEL AGUA EN UN SISTEMA HIDRÁULICO

La carga total H representa la energía por unidad de peso que posee el fluido que atraviesa la sección transversal, por lo que para determinar la energía E , basta multiplicar la carga H por el peso del fluido W

$$E = W H \quad (1.52)$$

El peso es $W = \rho g \mathcal{V}$, de donde

$$E = \rho g \mathcal{V} H \quad (1.53)$$

La transferencia de energía en la unidad de tiempo o flujo de energía es la potencia

$$P = \frac{dE}{dt} \quad (1.54)$$

En el caso de la potencia hidráulica P_H , esta representa la rapidez con la cual el agua proporciona energía a un sistema de generación hidroeléctrico o una bomba entrega energía a un sistema de bombeo, entonces

$$P_H = \rho g \frac{d\mathcal{V}}{dt} H$$

Toda vez que $\frac{d\mathcal{V}}{dt}$ representa el gasto volumétrico, entonces la potencia hidráulica se expresa

$$P_H = \rho g Q H \quad (1.55a)$$

o con $\gamma = \rho g$

$$P_H = \gamma Q H \quad (1.55b)$$

Cuando una bomba adiciona energía, la potencia proporcionada es

$$P_H = \gamma Q H_B \quad (1.56)$$

Para proporcionar la potencia hidráulica, la bomba recibe potencia mecánica, la cual a su vez es proporcionada por un motor que recibe potencia eléctrica. El proceso de transferencia de potencia será analizado en el subcapítulo 2.4.

1.9 EJERCICIOS PROPUESTOS

Ejercicio 1.1 Realice las siguientes conversiones:

- 25 °C a K
- 657 kgf a N
- 0.200 m³/s a gpm
- 32 psi a Pa y a kgf/cm²
- 5 hp a W
- 400 lb a N

Ejercicio 1.2 Calcule la viscosidad cinemática ν , si $\mu = 0.07 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ y $d_R = 0.8$.

Ejercicio 1.3 Para una altitud de 2500 msnm:

- Determine la presión atmosférica.
- Calcule la presión manométrica a la que vaporiza el agua a 15 °C.

Ejercicio 1.4 A una temperatura de 25 °C para el agua y usando los valores de la tabla 1.6, determine:

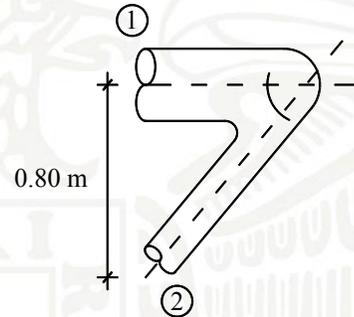
- La celeridad a_o del agua.
- Compare el valor obtenido con el valor que se tendría si emplea $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ejercicio 1.5 Si en una determinada sección de un conducto por donde circula agua, la presión es de 49.05 kPa, calcule:

a) La altura h si se coloca un piezómetro.

Ejercicio 1.6 Para los valores $D_1 = 0.8$ m, $D_2 = 0.50$ m, $p_1 = 800$ kPa y $V_1 = 1.5$ m/s, calcule p_2 , si:

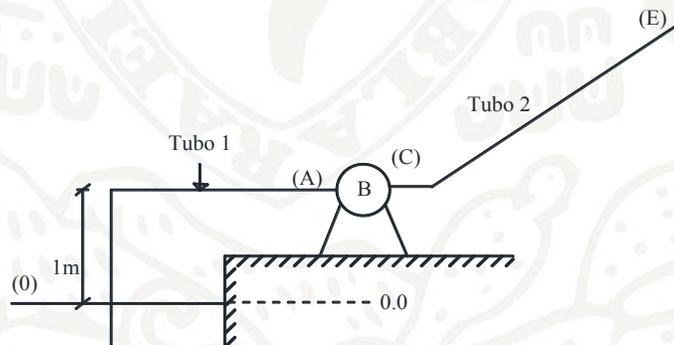
- a) Tubo horizontal.
- b) Tubo vertical. No considere pérdidas de energía



Ejercicio 1.7 La bomba entrega una potencia de 50 kW. Si $D_1 = 200$ mm, $D_2 = 150$ mm,

$$V_2 = 5 \text{ m/s}, h_{r1} = 1.5 V_1^2 / 2g, h_{r2} = 3 V_2^2 / 2g.$$

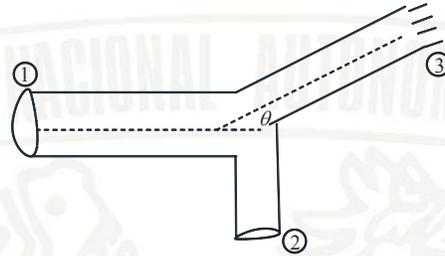
- a) Determine la elevación en E y la carga de presión en C.
- b) Calcule la carga total H y la piezométrica $z + p/\gamma$, en las secciones (A), (C) y (E).



Ejercicio 1.8 En la siguiente figura se observa que la bifurcación está contenida en un plano vertical.

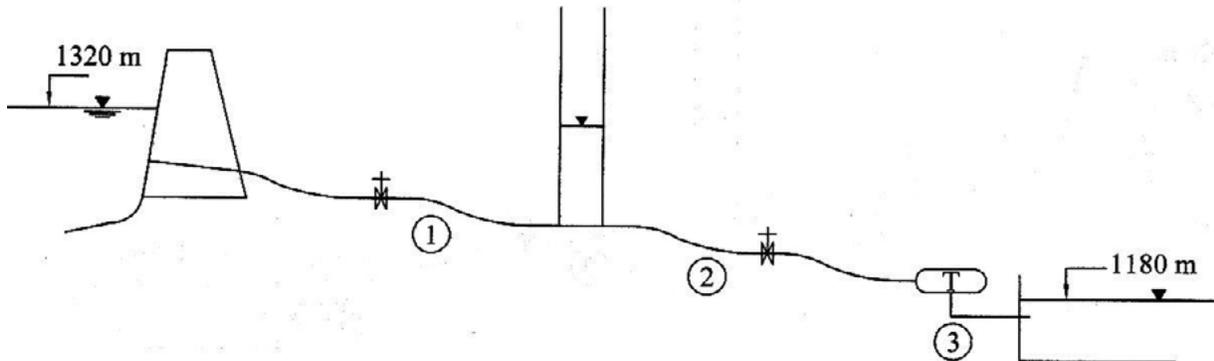
Si $Q_1 = 0.060$ m³/s, $Q_3 = 0.04$ m³/s, $A_1 = 0.02$ m², $A_2 = A_3 = 0.008$ m²; $\theta = 30^\circ$, $h_{r1-2} = h_{r1-3} \approx 0$, $z_1 = 0.4$ m, $z_2 = 0$, $z_3 = 0.95$ m; y además en la sección 3, la descarga se realiza en condiciones atmosféricas.

- a) Calcule la resultante de la fuerza de presión dinámica sobre la bifurcación. No tome en cuenta la fuerza tangencial ni la fuerza de cuerpo.



Ejercicio 1.9 En el sistema mostrado: $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$, $h_{r1} = 6 \text{ m}$, $h_{r2} = 4 \text{ m}$, $h_{r3} \approx 0 \text{ m}$.

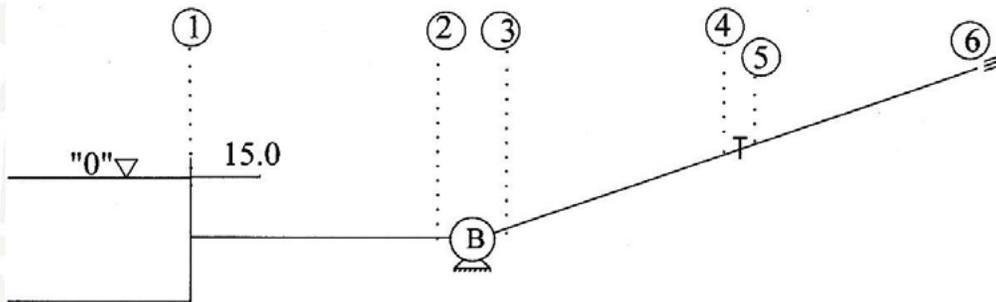
- a) Calcule la potencia hidráulica que aprovecha la turbina. Considere un sistema 100% eficiente y calcule la generación (energía) diaria si la turbina opera 20 horas.
 b) Determine la elevación del agua en el tanque de oscilación (conecta a los tramos 1 y 2).



Ejercicio 1.10 Con $z_0 = 15 \text{ m}$, $z_6 = 35.0 \text{ m}$, $z_2 = z_3 = 13.5 \text{ m}$, $H_B = 30 \text{ m}$, y considerando pérdidas por fricción y locales:

- a) Calcule el gasto. Note que la descarga se realiza en condiciones atmosféricas.
 b) Determine la carga total H y la piezométrica ($z + p/\gamma$) en las secciones 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
 c) Dibuje la línea de la energía y la de cargas piezométricas.

	L (m)	D (m)	ε (mm)	k	Tipo de pérdida
0-1				0.8	entrada
1-2	300	0.3	0.1		fricción
3-4	150	0.3	0.2		fricción
4-5				4	válvula
5-6	150	0.3	0.2		fricción



1.10 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES

Ejercicio 1.1

- a) 298.15 K
- b) 6445.17 N
- c) 3170 gpm
- d) 220.63 kPa; 2.249 kgf/cm²
- e) 3728 W
- f) 1779 N

Ejercicio 1.3

- a) $p_{atm} = 74.62 \text{ kPa}$
- b) $p = -72.92 \text{ kPa}$

Ejercicio 1.5

a) 5 m

Ejercicio 1.7

a) $z_E = 51.98 \text{ m}, \frac{p_C}{\gamma} = 54.805 \text{ m}$

b) $H_A = -0.605 \text{ m}, z_A + \frac{p_A}{\gamma} = -1.008 \text{ m}; H_C = 57.08 \text{ m}, z_C + \frac{p_C}{\gamma} = 55.805 \text{ m},$

$H_E = 53.257 \text{ m}, z_E + \frac{p_E}{\gamma} = 51.98 \text{ m}$

Ejercicio 1.9

a) $P_H = 38.26 \text{ MW}, E = 2.755 \times 10^{12} \text{ J}$

b) Elevación en el tanque = 1314 msnm

CAPÍTULO 2

TEORÍA GENERAL DE LAS TURBOMÁQUINAS

2.1 MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Una máquina es un transformador de energía, absorbe energía de una clase y la restituye de otra. Por ejemplo, un motor absorbe energía eléctrica y restituye energía mecánica. Las máquinas se clasifican en grupos: máquinas de fluido, máquinas-herramientas, máquinas eléctricas, etc.

Máquina de fluido es un dispositivo que se emplea para intercambiar energía entre un fluido en movimiento y un sistema mecánico. Las máquinas que aprovechan la energía del fluido que las atraviesa se conocen como motoras o turbinas y las que proporcionan energía al fluido son generadoras, como las bombas y los ventiladores.

Las máquinas de fluido pueden clasificarse en hidráulicas y térmicas. Una máquina hidráulica es aquella en la que el fluido intercambia energía sin modificar sensiblemente su densidad al pasar a través de la máquina, por lo que la densidad se considera constante. Máquina térmica es aquella en la que el fluido intercambia energía calorífica con energía mecánica o viceversa, se caracteriza porque el fluido varía su densidad sensiblemente en su paso a través de la máquina.

Un caso especial de máquina hidráulica es el ventilador cuyo fluido de trabajo es un gas, normalmente aire. Si la variación de la presión del gas es inferior a 10 kPa, se puede considerar que su densidad es prácticamente constante, por lo tanto, se trata de una máquina hidráulica. Si la variación de la presión es mayor a la indicada, se producen variaciones apreciables de densidad, la máquina se llama compresor y se analiza como máquina térmica.

Por la forma en que se intercambia energía, las máquinas hidráulicas se dividen en máquinas de desplazamiento positivo y turbomáquinas; sus características generales son:

- *Máquinas de desplazamiento positivo.* El intercambio de energía se desarrolla con base en el trabajo mecánico directo realizado al desplazar un volumen determinado de fluido bajo la acción de una fuerza. El elemento transmisor de energía puede desplazarse tanto con movimiento alternativo como rotativo. Las máquinas de movimiento alternativo también se conocen como reciprocantes.
- *Turbomáquinas.* El intercambio de energía se realiza con base en la introducción de fuerzas dinámicas que se desarrollan entre el fluido en movimiento y el elemento móvil de la máquina, que se desplaza siempre con movimiento rotativo.

En el manejo de agua se emplean turbomáquinas. En el campo de la generación de energía hidroeléctrica y en el manejo de líquidos en sistemas de bombeo se logran niveles de alta eficiencia y gran capacidad volumétrica, mientras que las máquinas de desplazamiento positivo se emplean principalmente en el manejo de líquidos con altas viscosidades, baja capacidad volumétrica y alta presión. Las máquinas de desplazamiento positivo tienen mayor aplicación en las transmisiones y controles hidráulicos y neumáticos.

La figura 2.1 muestra la clasificación de las máquinas de fluido.

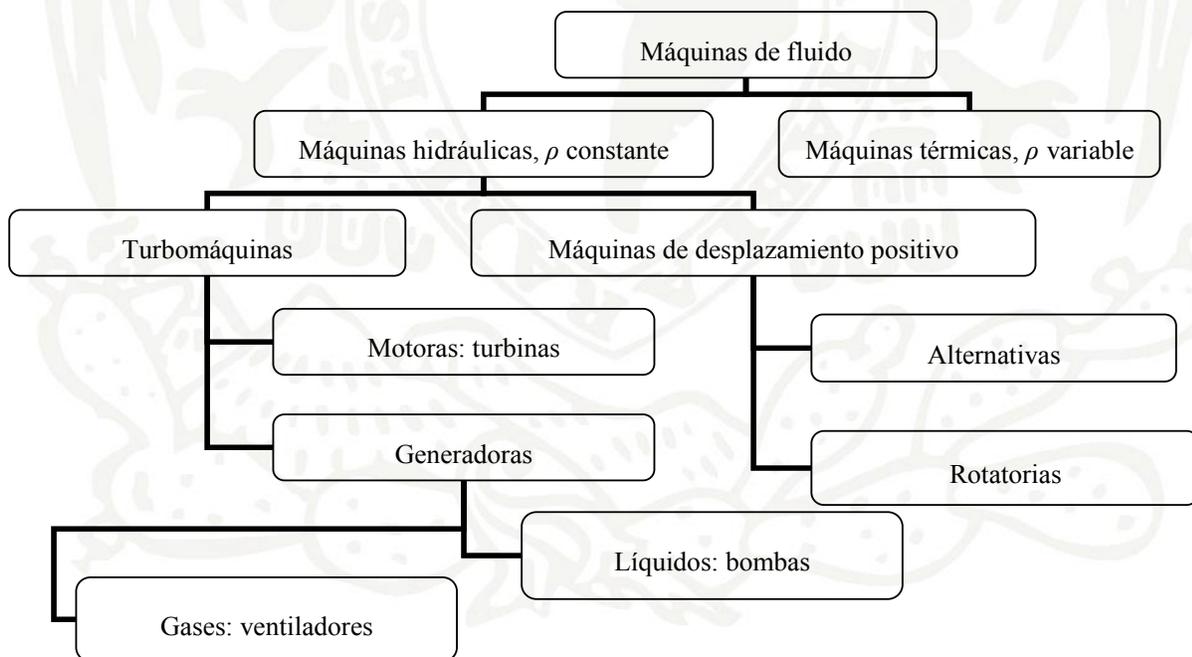


FIGURA 2.1 CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS DE FLUIDO

2.1.1 Principios del funcionamiento de las máquinas hidráulicas

- *Máquinas de desplazamiento positivo*

En las figuras 2.2(a) y 2.2(b) se muestran la entrada y salida, respectivamente, de un líquido en un mecanismo de desplazamiento positivo tipo alternativo, en donde un émbolo se mueve dentro de un cilindro rígido e indeformable. El líquido que entra y sale del cilindro se considera incompresible. Cuando el émbolo sale del cilindro, se abre la válvula de admisión y el líquido entra al mismo; y cuando el émbolo se mueve hacia adentro, se cierra la válvula de admisión y se abre la válvula de descarga.

El émbolo se desplaza una distancia ds con una velocidad V al aplicarle una fuerza de magnitud F , la cual se puede expresar en función de la presión interna p y el área A del émbolo.

$$F = p A \quad (2.1)$$

El trabajo dW_s realizado por la fuerza es

$$dW_s = p A ds \quad (2.2)$$

El volumen elemental de líquido desplazado es $d\mathcal{V} = A ds$, por lo que el trabajo realizado es

$$dW_s = p d\mathcal{V} \quad (2.3)$$

La potencia necesaria para mantener un bombeo continuo se determina

$$P = \frac{dW_s}{dt}$$

$$P = p \frac{d\mathcal{V}}{dt}$$

Con $Q = \frac{d\mathcal{V}}{dt}$, la potencia se puede expresar como

$$P = p Q \quad (2.4)$$

o, de $p = F/A$ y con $Q = AV$, se tiene

$$P = FV \quad (2.5)$$

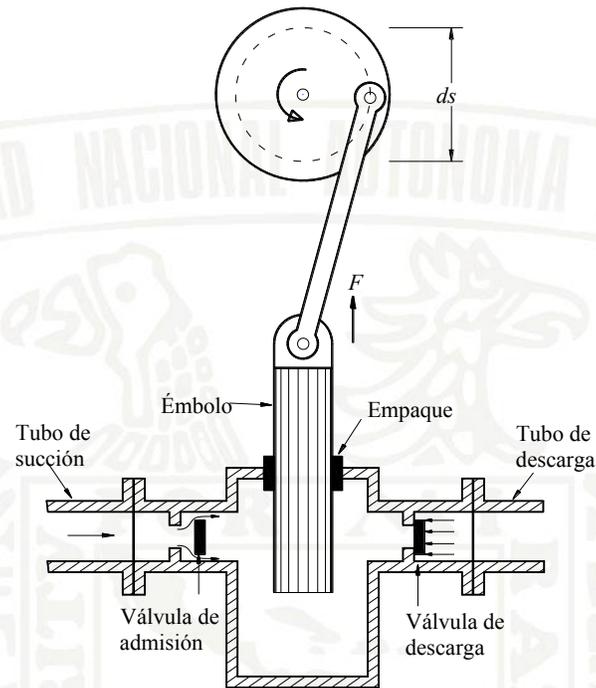


FIGURA 2.2 (a) ENTRADA DEL FLUJO AL MECANISMO DE DESPLAZAMIENTO POSITIVO

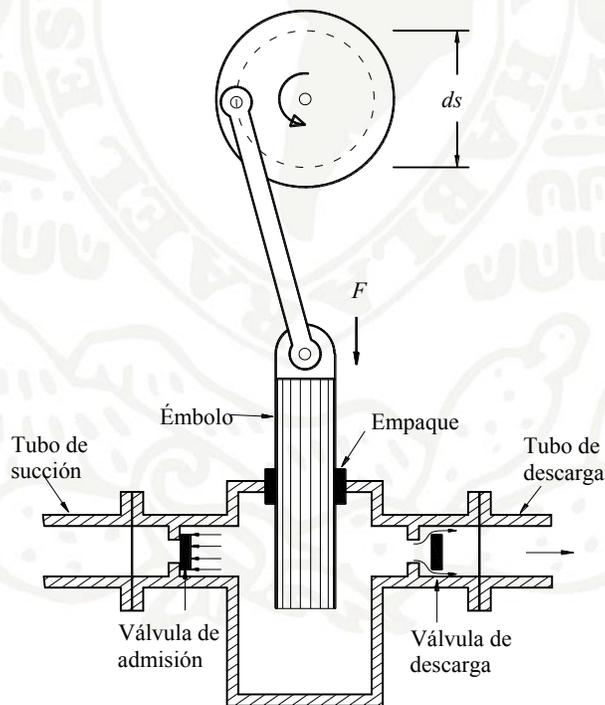


FIGURA 2.2 (b) SALIDA DEL FLUJO DEL MECANISMO DE DESPLAZAMIENTO POSITIVO

A las máquinas que emplean este principio también se les conoce como máquinas volumétricas, ya que el movimiento del fluido es causado por la variación del volumen dentro de la cámara. Cuando el volumen aumenta, entra el fluido y cuando el volumen disminuye, sale el fluido.

Si el movimiento que origina el intercambio de energía es debido a un émbolo, la máquina de desplazamiento positivo se conoce como recíprocante, y si se debe a un rotor, la máquina es rotatoria.

Las bombas de desplazamiento positivo se dividen en dos grupos principales: el de las bombas recíprocantes para manejo de líquidos y gases, operadas por vapor y mecánicamente; y el de las bombas rotatorias (engranes, aspas, tornillos, etc.) que constituyen un grupo cada vez más numeroso, ya que no hay industria que no tenga algún tipo de ellas.

Algunos mecanismos de desplazamiento positivo pueden funcionar como bomba o como motor, es decir, la máquina puede absorber potencia mecánica y restituir potencia hidráulica (bomba) o viceversa (turbina).

Un caso especial lo constituyen las bombas de tornillo, que transportan fluido desplazado por superficies helicoidales que forman cavidades a superficie libre. Por su sencillez, se emplean en el bombeo de aguas residuales resultando muy apropiadas para el manejo de sólidos en suspensión.

- ***Turbomáquinas***

En la figura 2.3 se muestra un álabe o deflector que está recibiendo la acción de un chorro proveniente de una tobera que descarga un gasto Q . El líquido entra al álabe en el punto 1 con una velocidad V_1 y sale en el punto 2 con una velocidad V_2 . Según la ecuación 1.43, el cambio en la cantidad de movimiento induce en el álabe una fuerza $F = \sum \rho Q V$.

El álabe está ligado a un eje O por medio de un brazo de radio r . La fuerza F se puede descomponer en un componente radial F_r y un componente tangencial F_u . El componente radial pasa por el eje o flecha motriz, y solo produce sobre este una carga que se traduce en reacciones en los apoyos del eje, mientras que la fuerza tangencial produce un momento igual a

$$M = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_u \quad (2.6)$$

por ser perpendiculares F_u y r

$$M = F_u r \quad (2.7)$$

El eje gira con una velocidad angular ω por lo que la velocidad a la distancia r es ωr , la cual sustituida en la ecuación 2.5, proporciona la potencia que se obtiene en la flecha motriz

$$P = F_u \omega r \quad (2.8)$$

y al sustituir la ecuación 2.7 en la 2.8, se tiene

$$P = M \omega \quad (2.9)$$

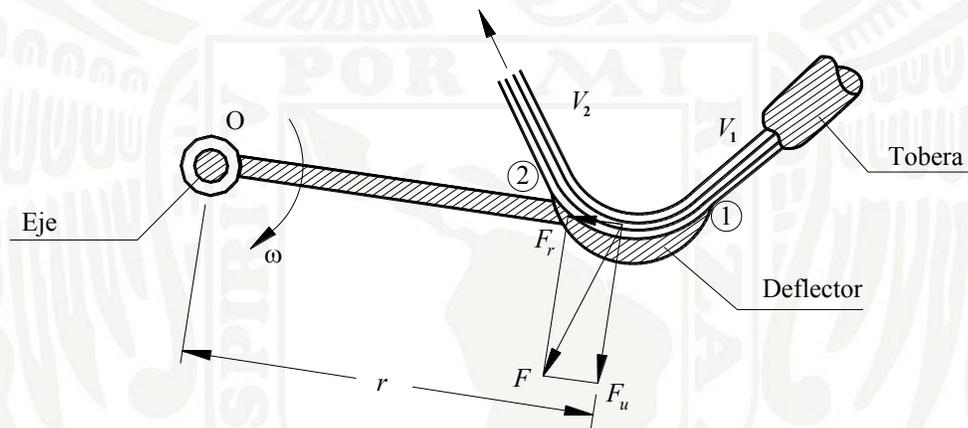


FIGURA 2.3 EMPUJE DINÁMICO SOBRE UN ÁLABE DEFLECTOR

Si se coloca una sucesión de álabes sobre una circunferencia de una rueda de radio r , entonces cada álabe a su paso frente al chorro recibe un empuje, de tal forma que, al pasar continuamente todos los álabes, se produce un trabajo mecánico constante que se puede expresar en la flecha motriz en forma de potencia. La flecha puede accionar a un generador o a otro dispositivo mecánico. Esta máquina se llama *turbomáquina motora* o *turbina* y transforma la energía que posee el fluido en trabajo mecánico; mientras que, si a la máquina se le proporciona energía mecánica en su flecha motriz en forma de un par motor, entonces la energía se transmite al fluido que se encuentre entre los álabes de la rueda y la máquina es generadora o bomba.

Este trabajo está dirigido al estudio de las turbomáquinas generadoras o bombas, sin embargo, el principio de su funcionamiento, que se analizará para el caso de las bombas, es válido también para las turbinas.

2.2 CLASIFICACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LAS BOMBAS

Una bomba es una máquina hidráulica que agrega energía a un líquido como resultado de las interacciones mecánicas entre sus elementos y el fluido. Básicamente, una bomba se compone de dos partes principales:

- Un elemento rotatorio que incluye al impulsor y al eje o flecha motriz
- Un elemento estacionario o cubierta denominado carcasa

En una bomba, el líquido entra al interior del impulsor y es empujado por una serie de álabes que se encuentran girando. El impulsor descarga al líquido incrementando su presión y velocidad respecto a su entrada y, por tanto, incrementando su energía.

En general, la velocidad en cualquier punto de la trayectoria de una partícula de fluido, en el interior del impulsor, puede tener tres componentes según las direcciones radial r y tangencial u , con respecto al impulsor, y axial a con respecto al eje de la flecha motriz.

De acuerdo con esta trayectoria, los impulsores se clasifican en

- Flujo radial
- Flujo axial
- Flujo mixto

La figura 2.4 muestra la trayectoria de una partícula de fluido en un impulsor: (a) radial, (b) axial y (c) mixto.

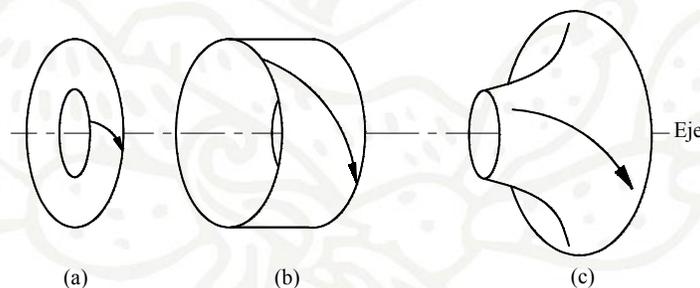


FIGURA 2.4 TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA DE FLUIDO, SEGÚN EL IMPULSOR

En el impulsor totalmente radial, la velocidad solo tiene componentes radial y tangencial, es decir, en ningún punto del impulsor se presenta componente axial.

En el impulsor totalmente axial, la velocidad no tiene componente radial y solo se presentan los componentes tangencial y axial. El efecto de la fuerza centrífuga es nulo, por tanto, una bomba de flujo axial no es una bomba centrífuga.

En el impulsor de flujo mixto, la velocidad tiene los tres componentes.

2.2.1 Bomba de flujo radial

En la figura 2.5 se muestra una bomba representativa de una de flujo radial, con succión única o simple. El impulsor está montado en cantiliver y es soportado por una flecha motriz, la cual le transmite la energía desde un motor. La carcasa incluye las bridas de succión y de descarga, y contiene a la unidad impulsora. El líquido entra por la brida de succión a la parte central del impulsor, denominada ojo del impulsor, y viaja a lo largo de los álabes, adquiriendo un movimiento de rotación provocado por el giro de estos. La salida de flujo del impulsor es recolectada en la periferia de este a través de un elemento llamado voluta, el cual aumenta su área de sección desde su punto inicial hasta que circunda los 360° alrededor del impulsor, buscando mantener una presión de descarga constante en toda la circunferencia; la función de la voluta es convertir la energía cinética que entrega el impulsor en energía de presión en la brida de descarga.

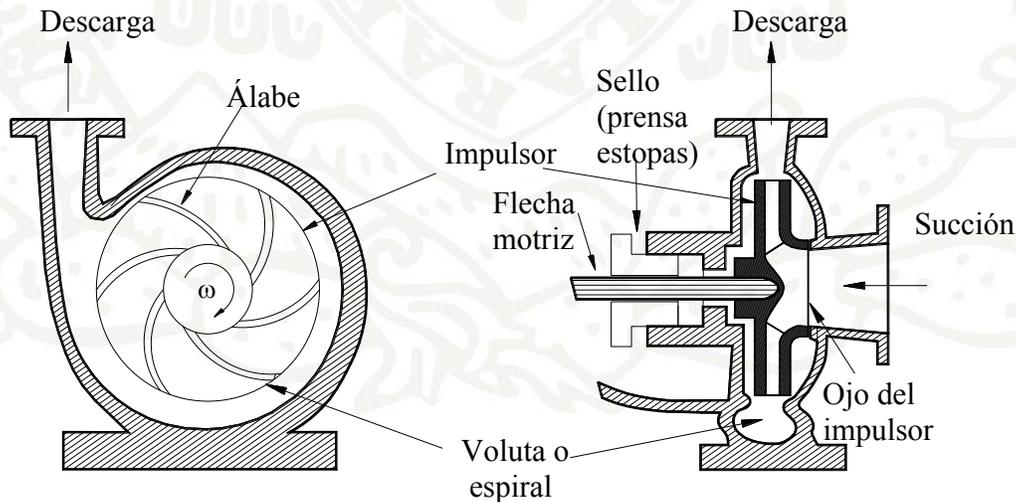


FIGURA 2.5 BOMBA DE FLUJO RADIAL

El impulsor de tipo radial es relativamente angosto y los álabes son largos respecto a su altura, esta característica permite proporcionar cargas de bombeo altas con gastos bajos.

La figura 2.6 muestra la instalación de una bomba de flujo radial, el tramo de succión está a la derecha, el de descarga a la izquierda, la flecha se encuentra por detrás y no se ve claramente. Note lo angosto de la carcasa que cubre al impulsor.

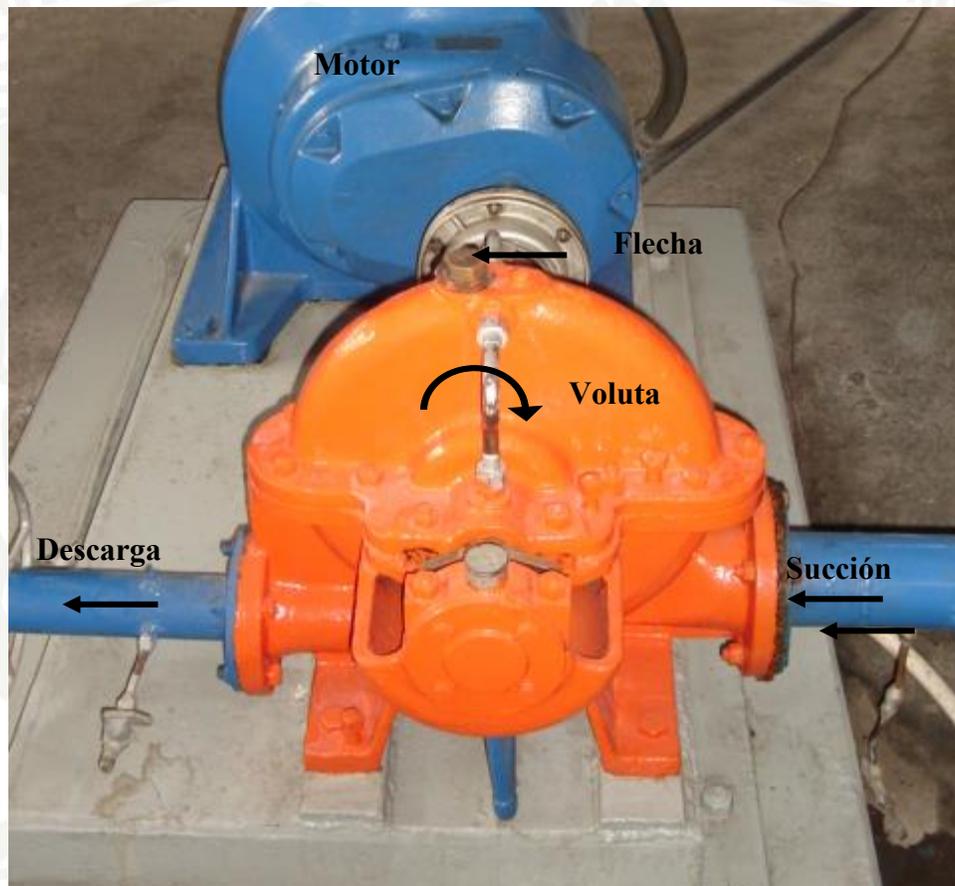


FIGURA 2.6 BOMBA DE FLUJO RADIAL

2.2.2 Bomba de flujo mixto

Las figuras 2.7 y 2.8 presentan el corte transversal de una bomba de flujo mixto, el conducto formado por las cubiertas frontal y posterior del impulsor es más amplio que en el de tipo radial; además, los álabes requieren tener una curvatura para seguir la trayectoria tanto en el sentido radial como en el axial. Este tipo de impulsor se emplea para cargas y gastos medios, y es más corto y ancho que el radial.

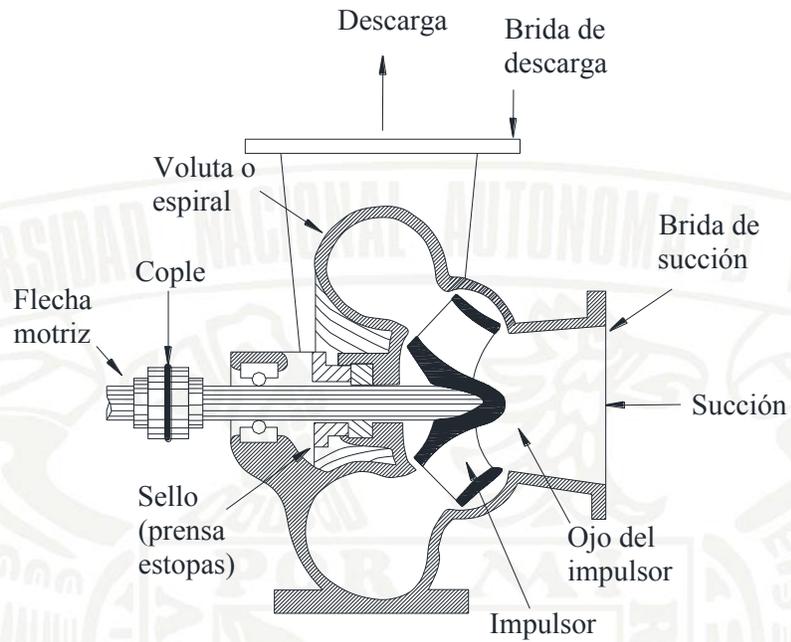


FIGURA 2.7 BOMBA DE FLUJO MIXTO



FIGURA 2.8 CORTE SECCIONADO DE UNA BOMBA DE FLUJO MIXTO

La figura 2.9 muestra la sección de descarga de otro impulsor de flujo mixto.



FIGURA 2.9 IMPULSOR DE FLUJO MIXTO

Es común que las bombas de flujo mixto se diseñen con voluta, sin embargo, también se pueden encontrar diseños con difusor, esto es particularmente útil en aquellos diseños que requieran varias etapas de bombeo (figuras 2.10 y 2.11).

En las bombas de pozo profundo, los impulsores son normalmente de flujo mixto y el difusor se utiliza para recibir y guiar la descarga de un impulsor a la succión del siguiente.

En las bombas con voluta, la sección de entrada se considera en la brida de conexión al tubo de succión y la sección de salida se considera en la brida de descarga, según se muestra en las figuras 2.5 y 2.7.

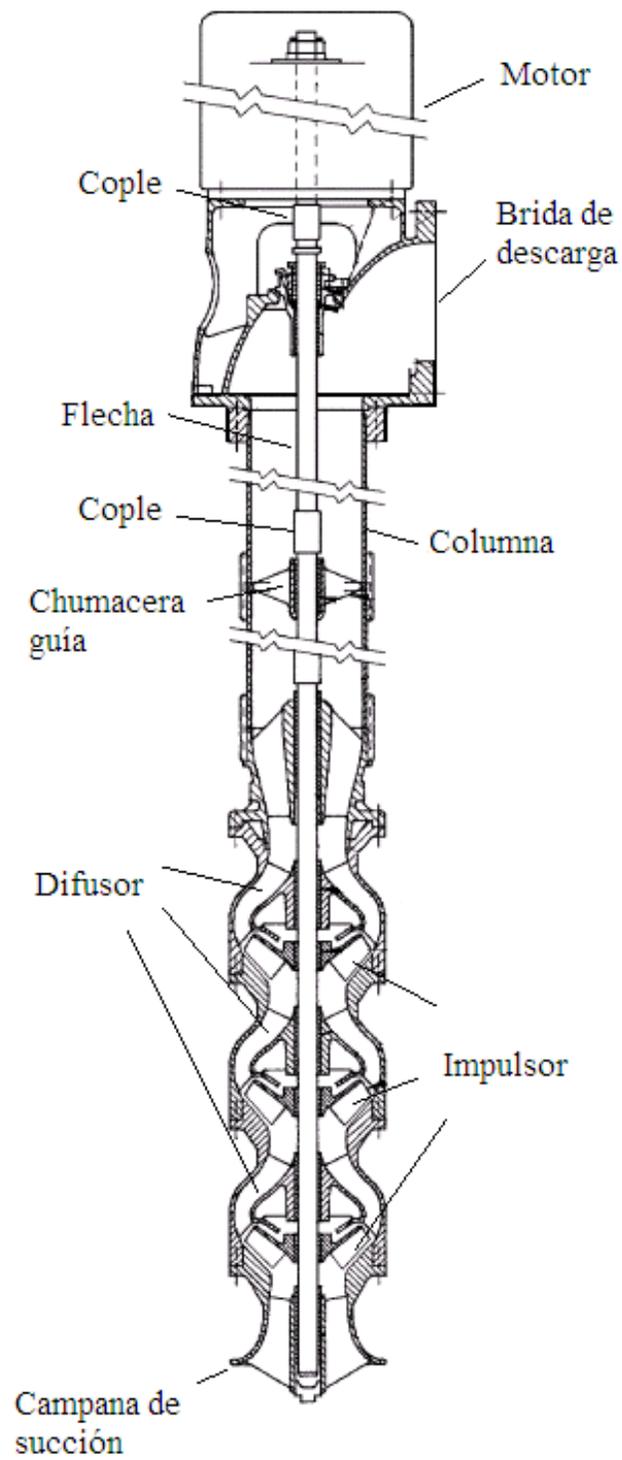


FIGURA 2.10 BOMBA DE TRES PASOS, EJE VERTICAL E IMPULSORES DE FLUJO MIXTO



FIGURA 2.11 BOMBA DE DOS PASOS, EJE VERTICAL E IMPULSORES DE FLUJO MIXTO

2.2.3 Bomba de flujo axial

La bomba de flujo axial tiene un impulsor similar a una hélice y se emplea para proporcionar gastos altos y cargas bajas. Estas bombas requieren, en vez de voluta, de álabes fijos que operan como difusores y que sirven para eliminar la rotación inducida sobre el fluido al salir de la hélice, los difusores también son conocidos como antidirectrices. El impulsor está encerrado en una

cubierta tubular o columna. En la figura 2.12 se muestra una bomba de flujo axial y se indican algunas de sus partes más importantes. La combinación impulsor-difusor está considerada en el diseño de los ángulos de los álabes fijos, los cuales quedan definidos para la operación con el gasto de diseño. Las bombas de flujo axial son de eje vertical.

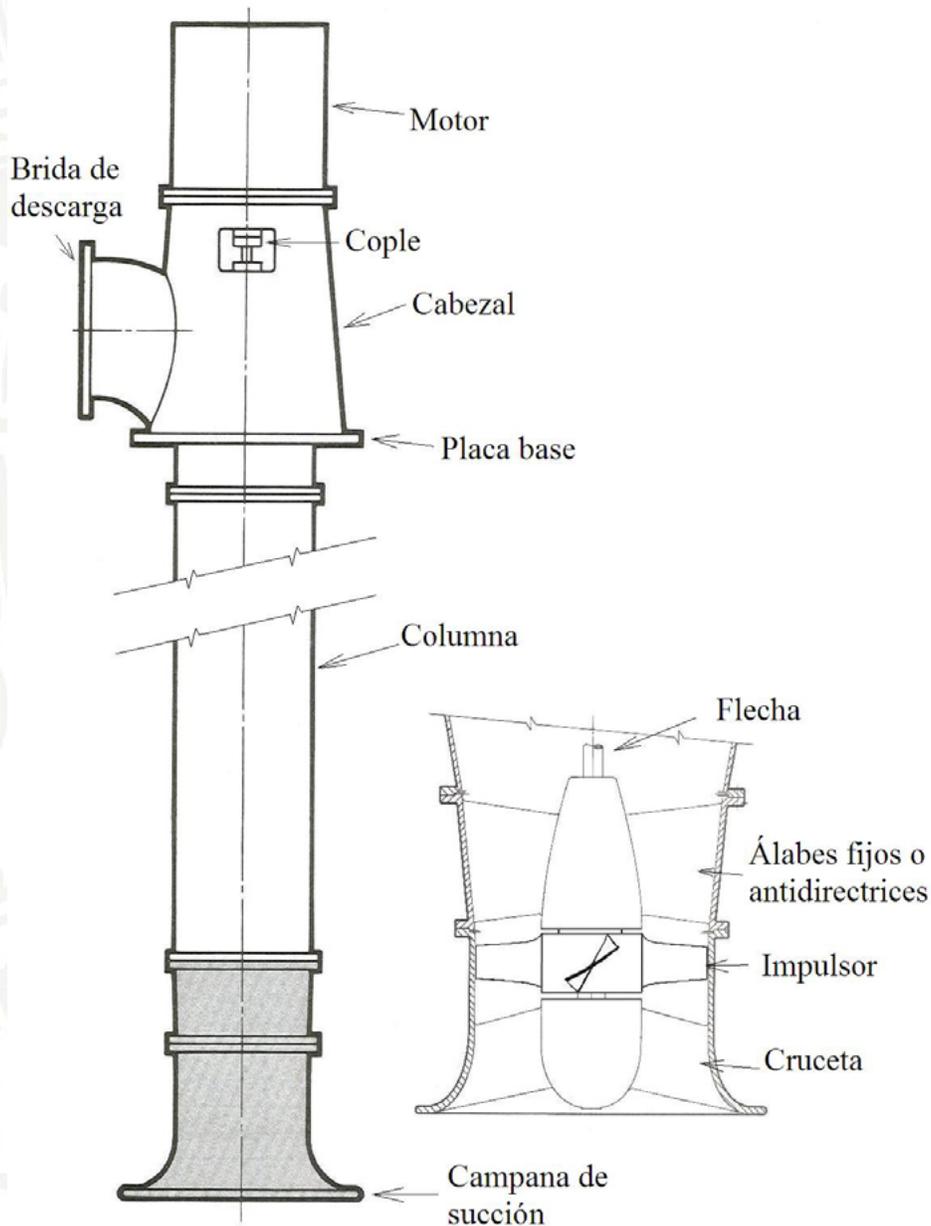


FIGURA 2.12 BOMBA DE FLUJO AXIAL

La figura 2.13 muestra un impulsor de flujo axial, y la 2.14, uno mixto que tiende a ser axial.



FIGURA 2.13 IMPULSOR DE FLUJO AXIAL



FIGURA 2.14 IMPULSOR DE FLUJO MIXTO QUE TIENDE A SER AXIAL

Las bombas se fabrican con diferentes formas: con impulsores abiertos o cerrados, de succión simple o doble, con carcasa difusora o de voluta, de uno o varios pasos, con eje horizontal o

vertical, con diferente forma de álabes, etc.; pero el principio de operación básico es el mismo. Los impulsores abiertos son fabricados con mayor facilidad y se aplican en una gran cantidad de diseños de bombas verticales donde las presiones no son altas. Los impulsores de succión doble equivalen a colocar dos impulsores de succión simple espalda con espalda, considerando que el gasto total bombeado se divide en dos partes iguales. Si el diseño de la bomba implica poco espacio disponible, la voluta puede ser sustituida por un difusor, como es el caso de los tazones en las bombas de pozo profundo. Las bombas que manejan agua residual tienden a tener un menor número de álabes en su impulsor. En general, el diseño de una bomba puede ser tan variado como el número de aplicaciones y fabricantes existentes. A manera de ejemplo, la figura 2.15 muestra una bomba de succión doble y la 2.16 presenta el esquema de un arreglo con dos pasos y doble succión.

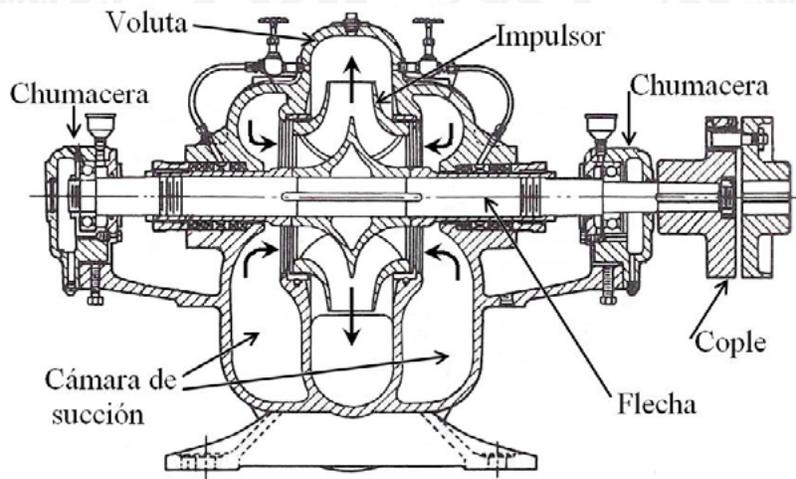


FIGURA 2.15 BOMBA CON IMPULSOR DE DOBLE SUCCIÓN Y VOLUTA EN LA DESCARGA. EN ESTE TIPO DE BOMBA EL IMPULSOR SE ENCUENTRA ENTRE CHUMACERAS, LA FLECHA ATRAVIESA AL OJO DEL IMPULSOR

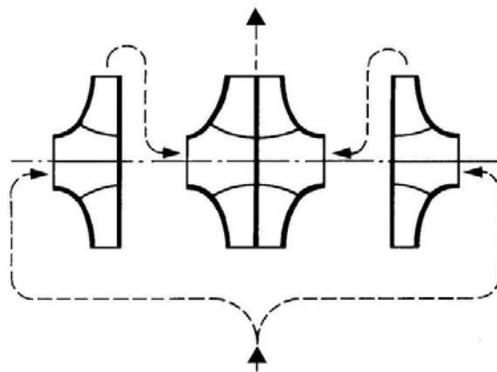


FIGURA 2.16 BOMBA CON DOBLE SUCCIÓN Y DOS PASOS

La figura 2.17 muestra dos impulsores de gran tamaño, compartiendo la misma flecha para una bomba de eje horizontal. Este tipo de arreglo se denomina de dos pasos. Los impulsores de los extremos alimentan a uno central con doble succión.

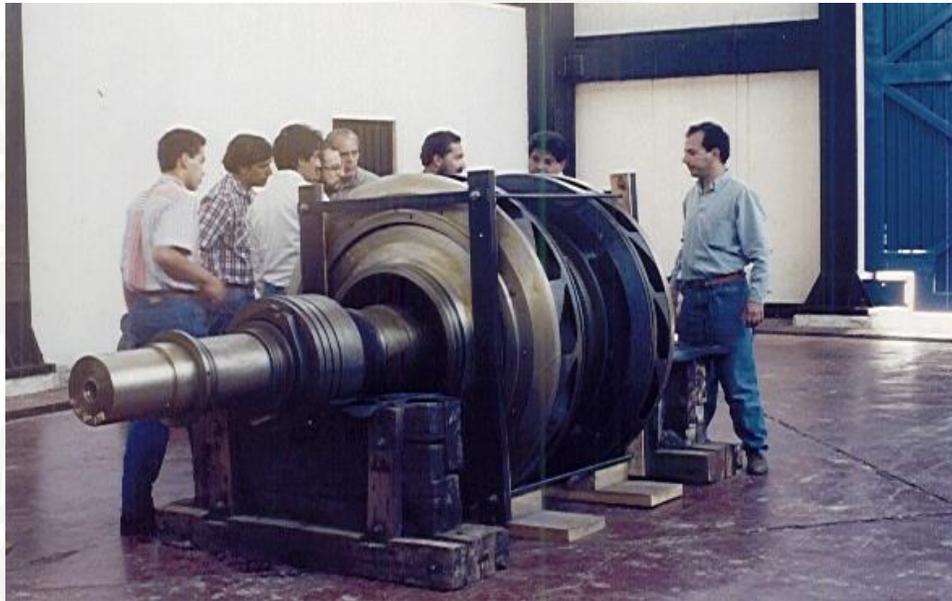


FIGURA 2.17 IMPULSORES PARA UNA BOMBA DE DOS PASOS Y DOBLE SUCCIÓN

De acuerdo con el diseño particular de cada bomba, el sentido de rotación puede ser según las manecillas del reloj o en el sentido contrario de las mismas. Por convención, el sentido de rotación se observa desde el cople de la flecha motriz hacia el impulsor, es decir, desde el motor hacia la bomba. En una bomba vertical, lo anterior significa que se observa de arriba hacia abajo.

Cada tipo de bomba posee ventajas y desventajas para diferentes aplicaciones, pero todas deben ser seleccionadas adecuadamente para satisfacer las condiciones de gasto y carga requeridas.

2.3 ECUACIÓN DE EULER

Para cambiar la dirección o la magnitud de la velocidad de un fluido, se necesita aplicar una fuerza. Cuando un álabe móvil desvía una corriente de fluido, cambiando así su cantidad de movimiento, se generan fuerzas entre el álabe y el líquido; estas fuerzas desarrollan un trabajo

cuando se desplazan junto con el álabe. El funcionamiento de las turbomáquinas se basa en este principio. Las bombas, los ventiladores y los compresores aumentan la energía del fluido al efectuar trabajo continuamente sobre él; las turbinas hidráulicas, las de vapor y las de gas extraen continuamente energía del fluido y la convierten en un par aplicado a una flecha que gira. En general, las turbomáquinas utilizan un fluido para transmitir potencia de manera continua.

Los patrones reales de flujo en una turbomáquina son claramente tridimensionales, con efectos viscosos significativos y patrones de separación. Para poder elaborar una teoría simplificada, es necesario hacer caso omiso de la viscosidad y asumir un flujo bidimensional idealizado en toda la región del impulsor.

En la teoría de las turbomáquinas se considera que el fluido escurre perfectamente a través de la máquina, como si lo hiciera a través de un número infinito de álabes imaginarios muy delgados, de tal manera que la velocidad relativa del fluido siempre es tangente a los álabes de la máquina. Los dos planos de representación de una turbomáquina son el plano o corte transversal y el plano o corte meridional. Estos planos, para una bomba radial, se representan la figura 2.18.

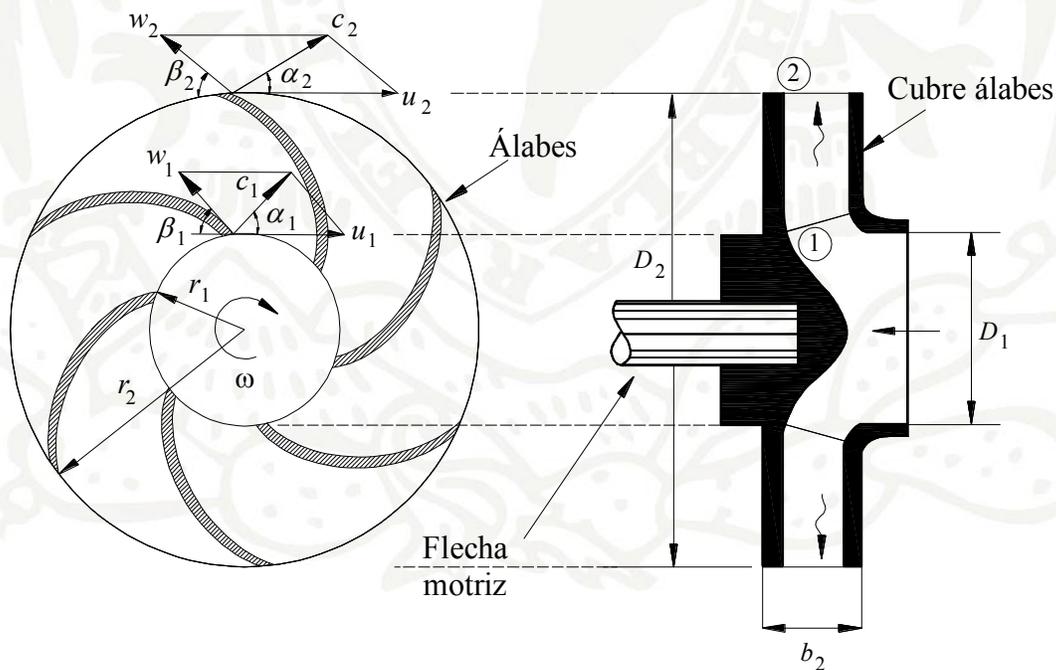


FIGURA 2.18 CORTES TRANSVERSAL Y MERIDIONAL EN EL IMPULSOR DE UNA BOMBA

En cualquier punto dentro del impulsor se definen las siguientes velocidades:

c velocidad absoluta de la partícula de fluido

u velocidad periférica del álabe o circunferencial

w velocidad relativa (del fluido con respecto al álabe) siempre tangente al álabe

El líquido al pasar por la sección (1) empieza a recibir energía por la acción de los álabes, de tal forma que la velocidad absoluta de la partícula puede expresarse de forma vectorial como

$$\mathbf{c}_1 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{w}_1 \quad (2.10a)$$

La partícula guiada por el impulsor sale por la sección 2 con una velocidad relativa w_2 , tangente al álabe en este punto y con una velocidad periférica de salida u_2 , por lo que a la salida la velocidad absoluta c_2 se puede expresar en forma vectorial

$$\mathbf{c}_2 = \mathbf{u}_2 + \mathbf{w}_2 \quad (2.10b)$$

En cualquier punto, la velocidad periférica, o tangente a la circunferencia, se determina como

$$u = \omega r \quad (2.11)$$

Donde ω es la velocidad angular y r la distancia radial. La velocidad angular suele expresarse

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} \quad (2.12)$$

Donde N es el número de revoluciones por minuto (rpm), por lo que

$$u = \frac{2\pi N}{60} r \quad (2.13)$$

Tanto a la entrada como a la salida, los tres vectores velocidad forman el llamado *triángulo de velocidades*.

La figura 2.19 muestra el triángulo de velocidades y los ángulos que se forman entre sus componentes.

En este triángulo, α es el ángulo que forman las velocidades c y u ; β es el ángulo que forma w con $-u$; el ángulo que forma w con u es β' , suplementario de β . En esta misma figura se definen

los componentes de la velocidad absoluta, los cuales son:

c_u componente periférica o tangencial de la velocidad absoluta

c_m componente meridional de la velocidad absoluta, normal a la velocidad periférica u

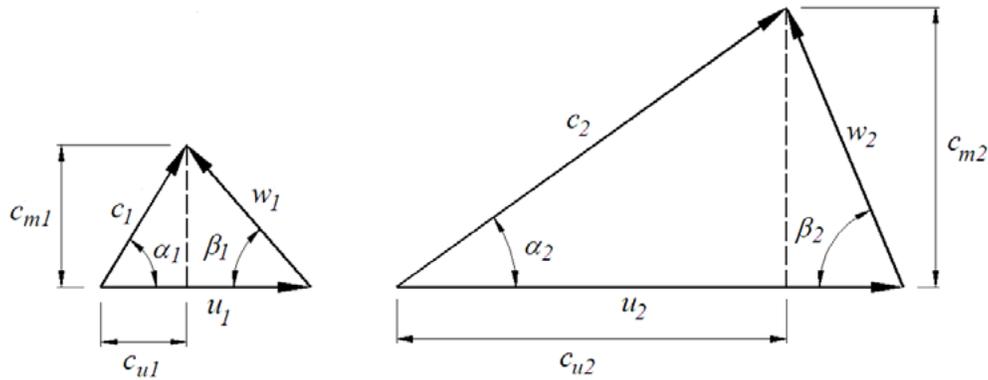


FIGURA 2.19 TRIÁNGULO DE VELOCIDADES

De la ecuación de impulso y cantidad de movimiento (1.43) aplicada a la línea de corriente que conduce el gasto dQ_i entre las secciones 1 y 2, se tiene

$$dF = \sum \rho dQ_i c$$

en donde dF es la resultante de las fuerzas que actúan sobre la línea de corriente. En la dirección tangente a la circunferencia, el componente de la velocidad absoluta es $c_u = c \cos \alpha$ y en la dirección meridiana es $c_m = c \sin \alpha$, por lo que la magnitud de dF_u es

$$dF_u = \rho dQ_i (c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1) \quad (2.14)$$

El componente de fuerza en la dirección meridiana dF_m , pasa por el eje del impulsor y no produce momento, por lo que el momento diferencial que el impulsor aplica al fluido se determina solo a partir de dF_u , como

$$dM_u = \rho dQ_i (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (2.15)$$

Si se supone que todas las partículas del fluido entran en el impulsor con la misma velocidad c_1 y salen con la misma velocidad c_2 , esto equivale a suponer que todas las líneas de corriente sufren

la misma desviación, lo cual a su vez implica que el número de álabes es infinito para que el impulsor guíe al fluido perfectamente. Al aplicar esta hipótesis, llamada teoría unidimensional, o teoría del número infinito de álabes, y hacer la integral de la ecuación 2.15, los términos entre paréntesis son constantes, por lo que se obtiene

$$M_u = \rho Q_i (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (2.16)$$

Donde M_u es el momento total comunicado al fluido o momento hidráulico y Q_i es el gasto total dentro del impulsor. De $P = M \omega$, se obtiene la potencia teórica proporcionada al fluido por el impulsor, la cual es

$$P_u = \rho Q_i \omega (r_2 c_2 \cos \alpha_2 - r_1 c_1 \cos \alpha_1)$$

y de $u = \omega r$, se tiene

$$P_u = \rho Q_i (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (2.17)$$

que también se puede interpretar como la potencia necesaria para mantener en movimiento al impulsor y que en términos de potencia hidráulica se puede expresar

$$P_u = \rho g Q_i H_u \quad (2.18a)$$

o, con $\gamma = \rho g$

$$P_u = \gamma Q_i H_u \quad (2.18b)$$

donde H_u es la carga total proporcionada por el impulsor y Q_i es el gasto a través de este.

Si se considera despreciable el espesor de los álabes, el área del paso del fluido al salir del impulsor es $A = \pi D_2 b_2$ y la velocidad normal a esta área es el componente meridional $c_{m2} = c_2 \sin \alpha_2$, por lo que, de $Q_i = A c_{m2}$ se llega a

$$Q_i = \pi D_2 b_2 c_2 \sin \alpha_2 \quad (2.19)$$

La expresión 2.19 es válida tanto para la sección de salida del impulsor como para la de entrada, por lo que

$$Q_i = \pi D_1 b_1 c_1 \sin \alpha_1 \quad (2.20)$$

Al igualar las expresiones 2.17 y 2.18a se tiene

$$\rho Q_i (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) = \rho g Q_i H_u$$

al despejar la carga H_u se llega a

$$H_u = \frac{1}{g} (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (2.21a)$$

que es la primera forma de la ecuación de Euler para bombas y que también se puede expresar

$$H_u = \frac{1}{g} (c_{u2} u_2 - c_{u1} u_1) \quad (2.21b)$$

Así como la ecuación de la energía es la ecuación fundamental de la hidromecánica, la ecuación de Euler es la ecuación fundamental de las turbomáquinas.

La ley de cosenos establece

$$w^2 = u^2 + c^2 - 2uc \cos \alpha$$

o bien

$$uc \cos \alpha = \frac{1}{2} (u^2 + c^2 - w^2) \quad (2.22)$$

y al sustituir la expresión 2.22 en la ecuación de Euler 2.21a, queda

$$H_u = \frac{1}{2g} (u_2^2 + c_2^2 - w_2^2 - u_1^2 - c_1^2 + w_1^2)$$

$$H_u = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \quad (2.23)$$

que es la segunda forma de la ecuación de Euler para las bombas.

Si se aplica la ecuación de la energía 1.32, entre los puntos 1 y 2 del impulsor (figura 2.18), y se consideran despreciables las pérdidas de carga, así como la diferencia de elevaciones ($z_1 \approx z_2$), se tiene

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + H_u = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}$$

$$H_u = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} \quad (2.24)$$

Al igualar la ecuación 2.23 con la 2.24 y simplificar se tiene que

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (2.25)$$

Se denomina h_p a la carga de presión transmitida por el impulsor al fluido

$$h_p = \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

Por lo que, de la expresión 2.25, la carga de presión que el impulsor proporciona se puede calcular con

$$h_p = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \quad (2.26)$$

Se define el grado de reacción teórico

$$\varepsilon = \frac{h_p}{H_u} \quad (2.27)$$

Para las condiciones de diseño de una turbomáquina, el grado de reacción es un indicador de la forma en que opera el órgano intercambiador de energía. Por lo regular en las bombas, para el punto de máxima eficiencia, se cumple que $0 < h_p < H_u$ y, por tanto, el grado de reacción estará comprendido entre 0 y 1. Una turbomáquina de reacción se caracteriza por producir un gradiente de presión entre la entrada y salida del rotor, por tanto, debe trabajar en un ducto cerrado. En el caso de $h_p = 0$, $\varepsilon = 0$, la turbomáquina se denomina de acción (por ejemplo, la turbina Pelton). No existen bombas de acción. Se debe distinguir entre la carga de presión h_p que proporciona el impulsor y la carga de presión que proporciona la bomba entre la brida de succión y la de descarga.

EJEMPLO 2.1

Una bomba de flujo radial tiene las siguientes dimensiones y ángulos:

$$\begin{array}{lll} \beta_1 = 44^\circ & r_1 = 25.4 \text{ mm} & b_1 = 11 \text{ mm} \\ \beta_2 = 30^\circ & r_2 = 63.5 \text{ mm} & b_2 = 5 \text{ mm} \end{array}$$

La velocidad de rotación en la flecha es $N = 3500$ rpm. Considere $\alpha_1 = 90^\circ$, y con las hipótesis de que el flujo en el impulsor ocurre sin fricción, el espesor de los álabes es despreciable y la dirección del flujo está determinada por la inclinación de los álabes, determine:

- Las velocidades u , c y w , tanto a la entrada como a la salida del impulsor. Dibuje los respectivos triángulos de velocidades.
- La carga H_u y la potencia P_u que proporciona el impulsor.
- El grado de reacción.

Solución

- La velocidad angular del impulsor es

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 3500}{60} = 366.52 \text{ rad/s}$$

Por lo que la velocidad periférica a la entrada del impulsor es entonces

$$u_1 = \omega r_1 = 366.52 \times 0.0254 = 9.309 \text{ m/s}$$

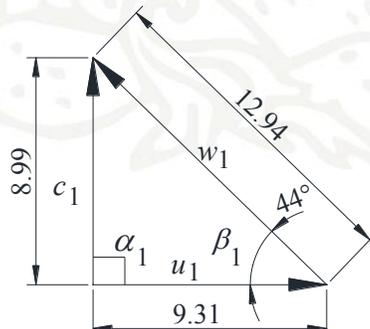
Del triángulo de velocidades de la figura 2.19, cuando $\alpha_1 = 90^\circ$, se tiene que

$$c_1 = u_1 \tan \beta_1$$

$$c_1 = 9.309 \tan 44^\circ = 8.99 \text{ m/s}$$

$$c_{m1} = c_1 \sin \alpha_1 = 8.99 \text{ m/s}$$

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2} = \sqrt{8.99^2 + 9.309^2} = 12.941 \text{ m/s}$$



El gasto en la sección de entrada se calcula con la ecuación de continuidad 2.20

$$Q_i = 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = 2\pi \times 0.0254 \times 0.011 \times 8.99$$

$$Q_i = 1.578 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

De la ecuación de continuidad para la sección de salida se tiene

$$c_{m2} = \frac{Q_i}{2\pi r_2 b_2} = \frac{1.578 \times 10^{-2}}{2\pi \times 0.0635 \times 0.005} = 7.911 \text{ m/s}$$

La velocidad periférica en la sección de salida es

$$u_2 = \omega r_2 = 366.52 \times 0.0635 = 23.27 \text{ m/s}$$

De la geometría del triángulo de velocidades de la figura 2.19

$$\tan \beta_2 = \frac{c_{m2}}{u_2 - c_{u2}}$$

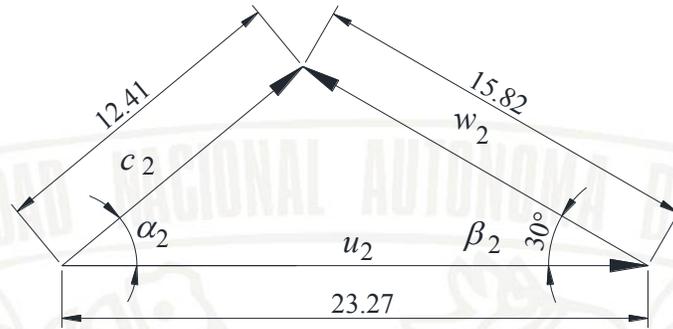
$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2} = 23.27 - \frac{7.911}{\tan 30^\circ} = 9.567 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{c_{m2}}{c_{u2}} = \tan^{-1} \frac{7.911}{9.567} = 39.58^\circ$$

$$c_{m2} = w_2 \sin \beta_2$$

$$w_2 = \frac{c_{m2}}{\sin \beta_2} = \frac{7.911}{\sin 30^\circ} = 15.822 \text{ m/s}$$

$$c_2 = \frac{c_{u2}}{\cos \alpha_2} = \frac{9.567}{\cos 39.58^\circ} = 12.412 \text{ m/s}$$



b) De la ecuación 2.21b, con $\alpha_1 = 90^\circ$

$$H_u = \frac{1}{g} (c_{u2} u_2) = \frac{1}{g} (9.567 \times 23.27) = 22.69 \text{ m}$$

A este mismo resultado se llega si se emplea la ecuación 2.23

$$H_u = \frac{23.27^2 - 9.309^2}{2g} + \frac{12.941^2 - 15.822^2}{2g} + \frac{12.412^2 - 8.99^2}{2g} = 22.69 \text{ m}$$

La potencia que proporciona el impulsor se determina con la ecuación 2.18b

$$P_u = \gamma Q_i H_u$$

$$P_u = 9810 \times 1.578 \times 10^{-2} \times 22.69 = 3512 \text{ W} = 3.512 \text{ kW}$$

c) La carga de presión que adiciona el impulsor se calcula con la ecuación 2.26

$$h_p = \frac{23.27^2 - 9.309^2}{2g} + \frac{12.941^2 - 15.822^2}{2g} = 18.95 \text{ m}$$

Por lo que el grado de reacción es, según la expresión 2.27,

$$\varepsilon = \frac{18.95}{22.69} = 0.835$$

2.3.1 Triángulo de velocidades en una bomba de flujo axial

En las figuras 2.20 y 2.21 se muestra un impulsor de flujo axial y sus diagramas de velocidad a la entrada y a la salida de este. En este tipo de bombas no hay flujo radial y las partículas salen del impulsor con el mismo radio con el que entran, por lo que $u_1 = u_2 = u$. Además, como $A_1 = A_2$, de la ecuación de continuidad se tiene que $c_{m1} = c_{m2}$.

Al tenerse la condición $u_1 = u_2 = u = \omega r$, la ecuación 2.21a se puede escribir

$$H_u = \frac{\omega r}{g} (c_2 \cos \alpha_2 - c_1 \cos \alpha_1) \quad (2.28)$$

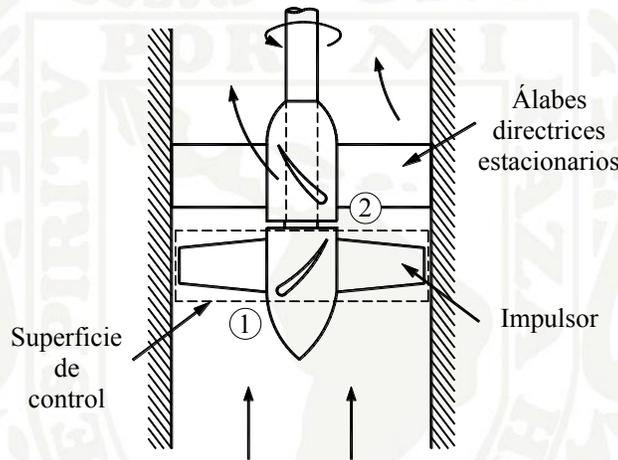


FIGURA 2.20 IMPULSOR AXIAL

En el caso del impulsor axial, las partículas entran y salen con sus radios respectivos, en este caso la carga varía desde un mínimo en el eje hasta un máximo en la periferia y H_u es un promedio integrado. Una forma muy simplificada de analizar el flujo en este impulsor es considerar en la ecuación 2.28 que $r = r_p = (r_e + r_i)/2$, donde r_e es el radio exterior del impulsor y r_i , el interior.

De la ecuación 2.23, al tenerse la condición $u_1 = u_2$, la segunda forma de la ecuación de Euler para una bomba de flujo axial es

$$H_u = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

Del triángulo de velocidades se observa que $c_m = w \sin \beta$, por lo que de la condición $c_{m1} = c_{m2}$, se tiene que $w_1 \sin \beta_1 = w_2 \sin \beta_2$. Para que la bomba proporcione energía se requiere que $w_1 > w_2$, por lo que necesariamente $\beta_2 > \beta_1$. Esta condición solo se puede cumplir con un álabe curvo, pues con un álabe plano $\beta_2 = \beta_1$ y $H_u = 0$.

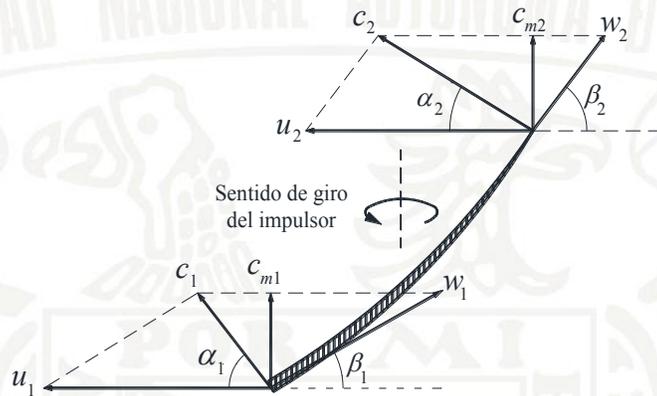


FIGURA 2.21 TRIÁNGULOS DE VELOCIDAD EN UN IMPULSOR DE FLUJO AXIAL

EJEMPLO 2.2

Una bomba de flujo axial opera con una velocidad de giro de $N = 600$ rpm. Su impulsor tiene un radio exterior $r_e = 150$ mm y uno interior $r_i = 75$ mm, el flujo se aproxima sin rotación por lo que $\alpha_1 = 90^\circ$, y el ángulo de salida de cada uno de sus álabes, medido al radio medio, es de $\beta_2 = 65^\circ$.

Determine la carga H_u y la potencia P_u que proporciona el impulsor, si la bomba opera con $Q_i = 0.40$ m³/s. No considere el espesor de los álabes.

Solución

El área de paso del líquido es el área anular determinada como

$$A = \pi r_e^2 - \pi r_i^2 = \pi (0.15^2 - 0.075^2) = 0.053 \text{ m}^2$$

Por tratarse de un impulsor axial, el componente meridional de la velocidad tanto a la entrada como a la salida del impulsor se determina

$$c_{m1} = c_{m2} = \frac{Q_i}{A} = \frac{0.40}{0.053} = 7.545 \text{ m/s}$$

La velocidad angular del impulsor se calcula como

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 600}{60} = 62.832 \text{ rad/s}$$

Dado que se cuenta con información al radio medio, este se calcula como

$$r_p = \frac{r_e + r_i}{2} = \frac{0.15 + 0.075}{2} = 0.1125 \text{ m}$$

Por lo que la velocidad tangencial a ese radio es

$$u = \omega r_p = 62.832 \times 0.1125 = 7.068 \text{ m/s}$$

Con la hipótesis de que la carga teórica deba resultar igual, calculada a cualquier radio del impulsor, se evaluará en el radio medio, que corresponde a los datos conocidos.

Para calcular la carga teórica se requiere conocer también los componentes c_{u1} y c_{u2} . Con la condición de $\alpha_1 = 90^\circ$, $c_1 = c_{m1}$ y $c_{u1} = 0$. En la sección 2 se tiene

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2} = 7.068 - \frac{7.545}{\tan 65^\circ} = 3.55 \text{ m/s}$$

Por lo que la carga teórica es

$$H_u = \frac{u}{g} (c_{u2} - c_{u1}) = \frac{7.068}{9.81} (3.55 - 0) = 2.558 \text{ m}$$

La potencia P_u se calcula

$$P_u = \gamma Q_i H_u$$

$$P_u = 9810 \times 0.4 \times 2.557 = 10033 \text{ W} = 10.033 \text{ kW}$$

2.3.2 Efecto del ángulo de entrada α_1 al impulsor

Un aspecto de interés práctico es el análisis del triángulo de velocidades en la sección de entrada del impulsor. El punto de máxima eficiencia de la bomba se logra con $\alpha_1 = 90^\circ$, es decir, en un impulsor de flujo radial, el flujo a la entrada es netamente radial y en un impulsor axial, el flujo a la entrada solo tiene componente axial. Esta condición corresponde al gasto y carga de diseño y el triángulo de velocidades a la entrada es como el que se muestra en la figura 2.22.

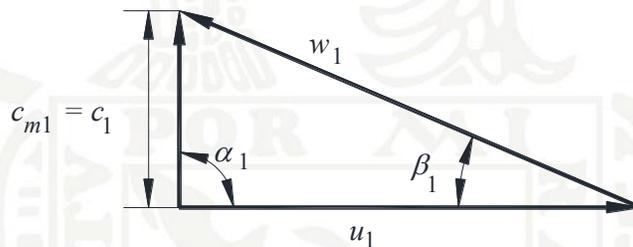


FIGURA 2.22 TRIÁNGULO DE VELOCIDADES CON $\alpha_1 = 90^\circ$

Al analizar la ecuación 2.20 se observa que cuando la bomba opera a un gasto menor al de diseño, el componente meridional c_{m1} es menor que el correspondiente al gasto que se presenta con $\alpha_1 = 90^\circ$. Toda vez que u_1 y β_1 son constantes, la única posibilidad de que c_{m1} se reduzca es que α_1 sea menor que 90° ; el triángulo de velocidades queda como se muestra en la figura 2.23. Con esta condición de operación el componente tangencial c_{u1} tiene el mismo sentido de giro que la bomba, esto es, en la succión se presenta una prerrotación del flujo en el sentido de giro de la bomba.

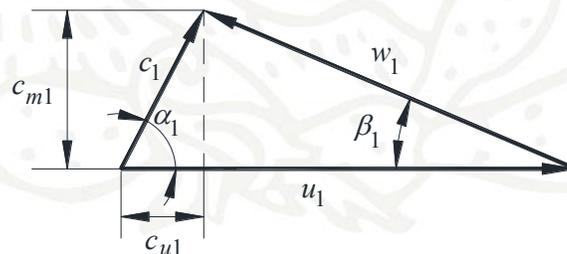


FIGURA 2.23 TRIÁNGULO DE VELOCIDADES CON $\alpha_1 < 90^\circ$

En el caso contrario, es decir, con la bomba operando a un gasto mayor al de diseño, el componente meridional c_{m1} es mayor que el correspondiente a ese gasto y, en consecuencia, el triángulo de velocidades que se presenta es el mostrado en la figura 2.24 (u_1 y β_1 no cambian). Como puede observarse, el componente tangencial c_{u1} tiene sentido contrario al de u_1 , por lo que induce en el flujo una prerrotación contraria al sentido de giro de la bomba.

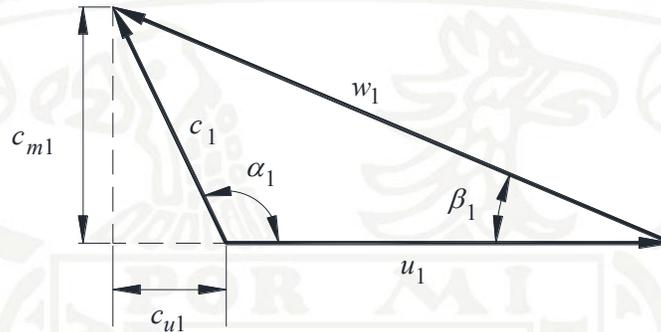


FIGURA 2.24 TRIÁNGULO DE VELOCIDADES CON $\alpha_1 > 90^\circ$

Del análisis de las figuras 2.23 y 2.24 se concluye que la prerrotación del flujo en la succión de las bombas es un fenómeno inherente a la operación fuera de las condiciones de diseño. Este fenómeno no tiene mayores consecuencias en tanto los caudales estén próximos al de diseño; solo es en casos extremos cuando la prerrotación tiene efectos no deseados en fenómenos como la cavitación o la formación de vórtices que pueden provocar ingreso de aire al interior de la bomba.

EJEMPLO 2.3

Con los datos del impulsor del ejemplo 2.1, calcule el gasto, carga y potencia cuando:

- $\alpha_1 = 75^\circ$
- $\alpha_1 = 110^\circ$

Solución

Del ejemplo 2.1 se tienen

$$\omega_1 = 366.52 \text{ rad/s}$$

$$u_1 = 9.309 \text{ m/s}$$

$$u_2 = 23.27 \text{ m/s}$$

a) Con $\alpha_1 = 75^\circ$, del triángulo de velocidades de la figura 2.23 se observa que

$$c_1 \operatorname{sen} \alpha_1 = w_1 \operatorname{sen} \beta_1 = c_{m1}$$

y

$$\frac{c_{m1}}{\tan \alpha_1} + \frac{c_{m1}}{\tan \beta_1} = u_1$$

entonces

$$c_{m1} \left(\frac{1}{\tan 75^\circ} + \frac{1}{\tan 44^\circ} \right) = 9.309$$

$$c_{m1} = 7.142 \text{ m/s}$$

por tanto

$$c_{u1} = u_1 - \frac{c_{m1}}{\tan \beta_1} = 9.309 - \frac{7.142}{\tan 44^\circ} = 1.914 \text{ m/s}$$

Para este caso, el gasto es

$$Q_i = 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = 2\pi \times 0.0254 \times 0.011 \times 7.142 = 0.0125 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para la sección 2, se tiene

$$c_{m2} = \frac{Q_i}{2\pi r_2 b_2} = \frac{1.25 \times 10^{-2}}{2\pi \times 0.0635 \times 0.005} = 6.285 \text{ m/s}$$

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2} = 23.27 - \frac{6.282}{\tan 30^\circ} = 12.39 \text{ m/s}$$

La carga teórica resulta

$$H_u = \frac{1}{g} (23.274 \times 12.39 - 9.309 \times 1.914) = 27.57 \text{ m}$$

y la potencia es

$$P_u = 9810 \times 0.0125 \times 27.579 = 3381 \text{ W} = 3.381 \text{ kW}$$

Note que para $\alpha_1 < 90^\circ$ el gasto disminuye y, en este caso, la carga aumenta con respecto a los valores de $\alpha_1 = 90^\circ$.

b) Con $\alpha_1 = 110^\circ$, y procediendo de forma similar que en el inciso anterior, se tiene

$$c_{m1} \left(\frac{1}{\tan 110^\circ} + \frac{1}{\tan 44^\circ} \right) = 9.309$$

$$c_{m1} = 13.863 \text{ m/s}$$

y, además

$$c_{u1} = u_1 - \frac{c_{m1}}{\tan \beta_1} = 9.309 - \frac{13.863}{\tan 44^\circ} = -5.04 \text{ m/s}$$

El signo negativo significa que el componente tangencial c_{u1} tiene sentido contrario al de u_1 . Para este caso, el gasto es

$$Q_i = 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = 2\pi \times 0.0254 \times 0.011 \times 13.863 = 0.0243 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para la sección 2, se tiene

$$c_{m2} = \frac{Q_i}{2\pi r_2 b_2} = \frac{2.43 \times 10^{-2}}{2\pi \times 0.0635 \times 0.005} = 12.2 \text{ m/s}$$

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2} = 23.27 - \frac{12.2}{\tan 30^\circ} = 2.14 \text{ m/s}$$

La carga teórica resulta

$$H_u = \frac{1}{g} (23.27 \times 2.14 - (9.309 \times (-5.04))) = 9.88 \text{ m}$$

y la potencia es

$$P_u = 9810 \times 0.0243 \times 9.88 = 2355 \text{ W} = 2.355 \text{ kW}$$

Note que para $\alpha_1 > 90^\circ$ el gasto aumenta y, en este caso, la carga disminuye con respecto a los valores de $\alpha_1 = 90^\circ$.

2.3.3 Cebado de la bomba

La ecuación de Euler 2.21a representa la carga H_u en metros de columna del fluido, por lo que una bomba que proporciona una carga de 50 m, dará esa misma carga si está llena de agua o de aire.

En condiciones ideales de 100% de eficiencia, se puede considerar que la carga real que proporciona la bomba H_B es igual a H_u . Si el impulsor y el tubo de succión de la bomba que se muestran en la figura 2.25 están llenos de aire, entonces la carga que proporciona la bomba es $H_B = 50\text{m}$, pero de columna de aire. Con $\rho_{\text{aire}} = 1.22\text{ kg/m}^3$, el incremento en la presión se puede calcular como

$$\Delta p = \rho_{\text{aire}} g H_B = 1.22 \times 9.81 \times 50 = 598.4\text{ Pa}$$

que equivale a una columna de agua de

$$h = \frac{\Delta p}{\rho_{\text{agua}} g} = \frac{598.4}{1000 \times g} = 0.06\text{ m}$$

Donde h es la altura máxima a la que subiría el agua por la tubería de succión, por tanto, es necesario que la columna siempre esté llena de agua, es decir, que esté cebada.

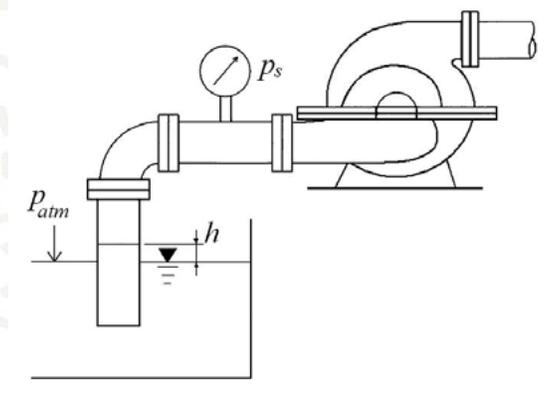


FIGURA 2.25 BOMBA QUE SUCCIONA AIRE

2.4 EFICIENCIA

La eficiencia de una máquina permite conocer qué porcentaje de la energía que entra puede ser convertida en energía útil. Dado que el flujo de energía de entrada y salida ocurre de manera simultánea, la eficiencia puede calcularse como el cociente entre la potencia de salida y la potencia de entrada.

Al plantear la ecuación de Euler no se consideraron las pérdidas internas inherentes al flujo dentro del impulsor ni las pérdidas mecánicas debidas a la fricción en el cojinete y en la empaquetadura en el sello de la flecha motriz, tampoco se tomó en cuenta la recirculación de gasto entre la descarga y la entrada. En realidad, estas pérdidas existen y se consideran de forma implícita en la eficiencia global de la bomba.

Parte de la energía mecánica que es aplicada a la flecha, se pierde por fricción, de tal forma que la potencia que llega al impulsor, P_u , es menor que la potencia mecánica, P_{mec} , por lo que se define la eficiencia mecánica como

$$\eta_{mec} = \frac{P_u}{P_{mec}} \quad (2.29)$$

Por otro lado, parte de la energía se pierde al introducirse el flujo en el interior del impulsor (fricción con las paredes, turbulencia, etc.), de tal forma que la carga de bombeo H_B medida entre las bridas de succión y descarga es menor que la teórica H_u , por lo que se define la eficiencia hidráulica como

$$\eta_H = \frac{H_B}{H_u} \quad (2.30)$$

Al introducirse el flujo en el interior del impulsor, una pequeña fracción se fuga a través de los sellos de la flecha y otra fracción recircula a través de los laberintos del impulsor entre la descarga y la succión de la bomba, de tal forma que el gasto de bombeo Q entregado en la brida de descarga es menor que el gasto en el impulsor Q_i , por lo que se define la eficiencia volumétrica como

$$\eta_v = \frac{Q}{Q_i} \quad (2.31)$$

La eficiencia total de la bomba, que es la que interesa al usuario, se determina como

$$\eta_B = \frac{P_H}{P_{mec}} \quad (2.32)$$

La potencia hidráulica P_H , se determina con la ecuación 1.55b. A partir de las definiciones de eficiencia de las ecuaciones 2.30 y 2.31, la potencia hidráulica se puede expresar

$$P_H = \gamma (\eta_v Q_i) (\eta_H H_u) \quad (2.33)$$

Al sustituir la ecuación 2.18b en la 2.29 y despejando P_{mec} , se tiene

$$P_{mec} = \frac{\gamma Q_i H_u}{\eta_{mec}} \quad (2.34)$$

Y sustituyendo las ecuaciones 2.33 y 2.34 en la 2.32, se obtiene la eficiencia de la bomba en función de las demás eficiencias.

$$\eta_B = \frac{\gamma (\eta_v Q_i) (\eta_H H_u)}{\gamma Q_i H_u} \eta_{mec}$$

$$\eta_B = \eta_v \eta_H \eta_{mec} \quad (2.35)$$

Una bomba entrega potencia hidráulica y recibe potencia mecánica, la cual a su vez es proporcionada por un motor que recibe potencia eléctrica P_E , por lo que también se puede definir la eficiencia del motor eléctrico

$$\eta_{ME} = \frac{P_{mec}}{P_E} \quad (2.36)$$

y la eficiencia global del conjunto motor-bomba

$$\eta_{GB} = \eta_{ME} \eta_B$$

$$\eta_{GB} = \frac{P_H}{P_E} \quad (2.37)$$

La eficiencia global del sistema está directamente relacionada con el consumo de energía eléctrica, y por lo tanto del pago que se tiene que hacer por la misma; es por esto que es importante que tanto la eficiencia de la bomba como la del motor eléctrico sean lo más altas posible.

La figura 2.26 muestra la transmisión de potencia en un sistema motor eléctrico-bomba.

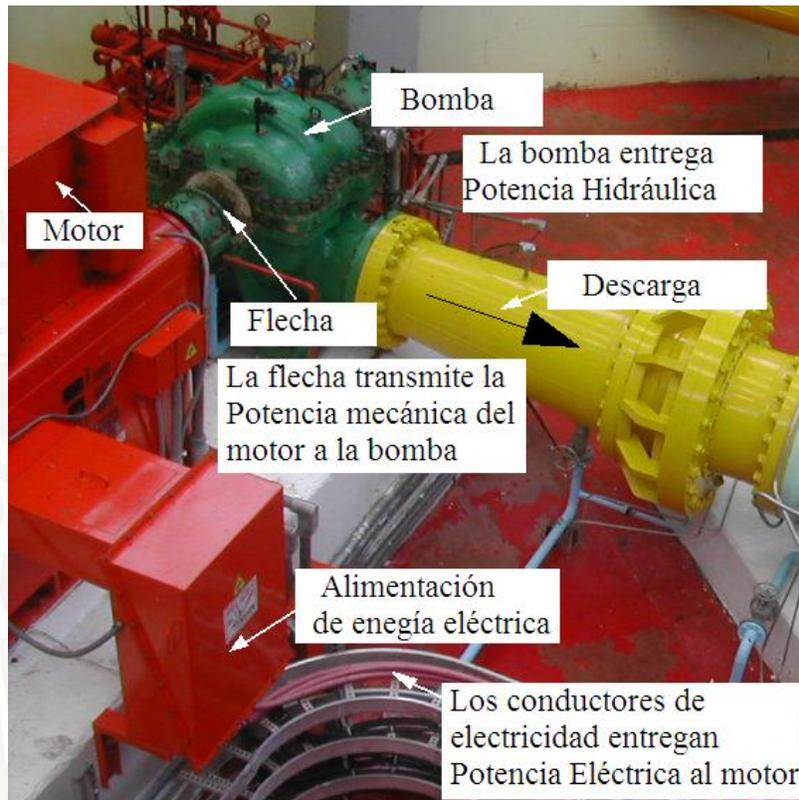


FIGURA 2.26 TRANSMISIÓN DE POTENCIA EN UN SISTEMA MOTOR ELÉCTRICO-BOMBA

EJEMPLO 2.4

Una bomba centrífuga gira a $N = 1800$ rpm y está diseñada para proporcionar un gasto de $Q = 180 \text{ m}^3/\text{h}$. El diseño considera que el flujo entra radialmente al interior del impulsor ($\alpha_1 = 90^\circ$) y que para este caso particular $c_{m1} = c_{m2}$.

El impulsor tiene las siguientes dimensiones y eficiencias:

$$\begin{array}{llll}
 D_1 = 150 \text{ mm} & D_2 = 300 \text{ mm} & \beta_2 = 40^\circ & b_2 = 20 \text{ mm} \\
 \eta_H = 0.8 & \eta_v = 0.95 & \eta_{mec} = 0.85 &
 \end{array}$$

Suponiendo condiciones ideales (flujo sin fricción, espesor insignificante de los álabes, guía perfecta), calcule:

a) $Q_i, u_1, c_{m2}, c_{m1}, c_1, c_{u1}, w_1, u_2, c_2, c_{u2}, w_2$

- b) La carga H_B
 c) Las potencias P_H y P_{mec} , y la eficiencia total η_B
 d) El grado de reacción ε
 e) Si los diámetros de las bridas de succión y descarga son iguales, determine la presión a la descarga de la bomba, si un manómetro en la succión marca $p_s = 40$ kPa .

Solución

- a) El gasto en la sección de salida de la bomba es

$$Q = \frac{180 \text{ m}^3}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 0.05 \text{ m}^3/\text{s}$$

y en el impulsor se calcula

$$Q_i = \frac{Q}{\eta_v} = \frac{0.05}{0.95} = 5.263 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

La velocidad angular se determina

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 1800}{60} = 188.496 \text{ rad/s}$$

la velocidad periférica a la entrada del impulsor es entonces

$$u_1 = \omega r_1 = 188.496 \times \frac{0.15}{2} = 14.137 \text{ m/s}$$

Con la ecuación de continuidad en la sección 2 del impulsor, se calcula el componente meridional de la velocidad

$$c_{m2} = \frac{Q_i}{\pi D_2 b_2} = \frac{5.263 \times 10^{-2}}{\pi \times 0.3 \times 0.02} = 2.792 \text{ m/s}$$

de las condiciones de diseño

$$c_{m1} = c_{m2} = 2.792 \text{ m/s}$$

por lo que la velocidad absoluta en la sección 1 es

$$c_1 = \frac{c_{m1}}{\sin \alpha_1} = \frac{2.792}{\sin 90^\circ} = 2.792 \text{ m/s}$$

Del triángulo de velocidades de la figura 2.22 se observa que

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{c_1}{u_1} = \tan^{-1} \frac{2.792}{14.137} = 11.17^\circ$$

Puesto que $\alpha_1 = 90^\circ$

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2} = \sqrt{2.792^2 + 14.137^2} = 14.41 \text{ m/s}$$

Para la sección de salida

$$u_2 = \omega r_2 = 188.496 \times \frac{0.3}{2} = 28.274 \text{ m/s}$$

De la geometría del triángulo de velocidades de la figura 2.19

$$w_2 = \frac{c_{m2}}{\sin \beta_2} = \frac{2.792}{\sin 40^\circ} = 4.343 \text{ m/s}$$

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2} = 28.274 - \frac{2.792}{\tan 40^\circ} = 24.947 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{c_{m2}}{c_{u2}} = \tan^{-1} \frac{2.792}{24.947} = 6.38^\circ$$

$$c_2 = \frac{c_{u2}}{\cos \alpha_2} = \frac{24.947}{\cos 6.38^\circ} = 25.103 \text{ m/s}$$

b) Como $\alpha_1 = 90^\circ$, la carga H_u que proporciona el impulsor es

$$H_u = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2}) = \frac{1}{g} (28.274 \times 24.947) = 71.902 \text{ m}$$

y la carga que proporciona la bomba se determina

$$H_B = \eta_H H_u = 0.8 \times 71.902 = 57.521 \text{ m}$$

c) La potencia hidráulica entregada por la bomba es

$$P_H = \gamma Q H_B$$

$$P_H = 9810 \times 0.05 \times 57.521 = 28214 \text{ W}$$

$$P_H = 28.214 \text{ kW}$$

La eficiencia total de la bomba se calcula

$$\eta_B = \eta_{mec} \eta_v \eta_H = 0.85 \times 0.95 \times 0.8 = 0.646$$

Por lo que la potencia mecánica o potencia de accionamiento es

$$P_{mec} = \frac{P_H}{\eta_B} = \frac{28.214}{0.646} = 43.675 \text{ kW}$$

d) La carga de presión que adiciona el impulsor se determina con

$$h_p = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$$

$$h_p = \frac{28.274^2 - 14.137^2}{2g} + \frac{14.41^2 - 4.343^2}{2g} = 40.18 \text{ m}$$

por lo que el grado de reacción es

$$\varepsilon = \frac{h_p}{H_u} = \frac{40.18}{71.902} = 0.558$$

e) La ecuación de la energía 1.32 entre las secciones de succión y descarga de la bomba es

$$z_s + \frac{p_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_B = z_d + \frac{p_d}{\gamma} + \frac{V_d^2}{2g}$$

Como el diámetro de succión y el de la descarga son iguales, $V_s^2 = V_d^2$, y considerando

$$z_s \approx z_d$$

$$\frac{p_d}{\gamma} = H_B + \frac{p_s}{\gamma} = 57.521 + \frac{40000}{9810} = 61.595 \text{ m}$$

$$p_d = 61.595 \times 9810 = 604246 \text{ Pa}$$

$$p_d = 604.25 \text{ kPa}$$

EJEMPLO 2.5

En la instalación mostrada se tienen los siguientes datos: pérdida de carga en la succión, $h_{rs} = 1 \text{ m}$, pérdida de carga en la descarga, $h_{rd} = 9 \text{ m}$, el diámetro de la conducción tanto en el tramo de succión como en el de descarga es $D_T = 350 \text{ mm}$.

Las características del impulsor son:

$$D_2 = 400 \text{ mm}$$

$$b_2 = 25 \text{ mm}$$

$$\beta_2 = 30^\circ$$

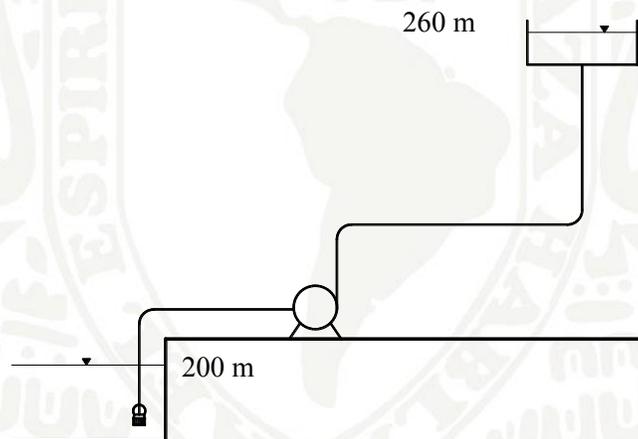
$$\alpha_1 = 90^\circ$$

$$\eta_H = 0.82$$

$$\eta_v = 1$$

$$\eta_{GB} = 0.76$$

$$N = 1800 \text{ rpm}$$



Calcule:

- El gasto y la potencia hidráulica
- La velocidad en el conducto
- El consumo de energía cuando la bomba opera dos horas

Solución

- Al plantear la ecuación de la energía 1.32, se tiene

$$0+0+0+H_B = 60+0+0+1+9$$

Por lo que el sistema demanda a la bomba

$$H_B = 70 \text{ m}$$

De la definición de eficiencia hidráulica 2.30, se puede calcular la carga H_u que debe proporcionar el impulsor

$$H_u = \frac{70}{0.82} = 85.365 \text{ m}$$

La velocidad angular es

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 1800}{60} = 188.496 \text{ rad/s}$$

y la velocidad periférica a la salida del impulsor se calcula como

$$u_2 = \omega r_2 = 188.496 \times 0.2 = 37.7 \text{ m/s}$$

De la ecuación 2.21b con $\alpha_1 = 90^\circ$, y despejando c_{u2}

$$c_{u2} = \frac{H_u \times g}{u_2}$$

$$c_{u2} = \frac{85.365 \times g}{37.70} = 22.21 \text{ m/s}$$

Del triángulo de velocidades de la figura 2.19

$$w_2 \cos 30^\circ = u_2 - c_{u2}$$

$$w_2 = \frac{37.70 - 22.21}{\cos 30^\circ} = 17.88 \text{ m/s}$$

$$c_{m2} = w_2 \sin 30^\circ = 17.88 \sin 30^\circ = 8.94 \text{ m/s}$$

El gasto se calcula

$$Q = \pi D_2 b_2 c_{m2} = \pi \times 0.4 \times 0.025 \times 8.94$$

$$Q = 0.281 \text{ m}^3/\text{s}$$

por tanto, la potencia hidráulica resulta

$$P_H = \gamma Q H_B = 9810 \times 0.281 \times 70$$

$$P_H = 192.96 \text{ kW}$$

b) El área del conducto y la velocidad dentro del mismo son, respectivamente,

$$A = \pi \frac{0.35^2}{4} = 0.0962 \text{ m}^2$$

$$V = \frac{0.281}{0.0962} = 2.92 \text{ m/s}$$

c) Conocidas la potencia hidráulica y la eficiencia global del sistema, la potencia eléctrica requerida se puede determinar con la ecuación 2.37

$$P_E = \frac{P_H}{\eta_{GB}} = \frac{192.96}{0.76} = 253.89 \text{ kW}$$

y la energía consumida durante dos horas es

$$E = P_E t = 253.89 \times 10^3 \times 2 \times 3600 = 1.828 \times 10^9 \text{ J}$$

El consumo de energía también se acostumbra expresar en kW · h

$$E = P_E t = 253.89 \times 2 = 507.79 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

2.5 ECUACIONES DE SIMILITUD

La teoría de la similitud establece que, si dos sistemas obedecen al mismo grupo de ecuaciones y condiciones gobernantes, y si los valores de todos los parámetros adimensionales y las condiciones se hacen idénticas, los dos sistemas deben exhibir comportamientos similares por lo que existe una solución única para el grupo de ecuaciones y condiciones que lo representa.

La teoría de la similitud hizo evolucionar notablemente a las turbomáquinas, ya que permite probar en el laboratorio modelos físicos que representan a prototipos escalados geométricamente y hacerles modificaciones que optimicen su funcionamiento. Otra posibilidad derivada de la

teoría de la similitud es realizar ensayos a turbomáquinas con velocidad de giro distinta a la de operación, lo que permite el ensayo con parámetros menos exigentes que hacen posible su realización en laboratorio.

Para utilizar modelos físicos en el diseño de turbomáquinas se requiere que el modelo y el prototipo cumplan tres condiciones fundamentales:

- Similitud geométrica
- Similitud cinemática
- Similitud dinámica

La similitud geométrica implica que sea igual la relación de todas las longitudes homólogas en los dos sistemas.

Para cumplir con la similitud cinemática se requiere que las velocidades referidas a puntos homólogos del flujo guarden entre sí la misma relación, llamada escala de velocidades; esto implica que los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida del impulsor sean semejantes en el modelo y en el prototipo, es decir, que sus lados guarden una misma proporción y sus ángulos correspondientes tengan el mismo valor.

La similitud dinámica implica la misma relación de fuerzas dinámicas en puntos homólogos.

En la práctica es imposible satisfacer la condición de similitud dinámica tomando en cuenta todas las fuerzas que actúan, pues se llega a concluir que la escala de longitudes debe ser igual a la unidad. Para salvar esta situación, se consideran solo aquellas fuerzas que predominan en el movimiento del flujo. En las turbomáquinas la similitud dinámica implica principalmente guardar la proporción entre las fuerzas de presión en puntos homólogos.

Para minimizar que el comportamiento observado dependa de la viscosidad del fluido, es necesario que tanto el modelo como el prototipo trabajen en régimen de flujo turbulento. Cuando la escala geométrica del modelo es muy grande, se recurre a expresiones empíricas que corrijan el efecto del número de Reynolds.

En las máquinas hidráulicas la fuerza de gravedad resulta insignificante en comparación con los efectos dinámicos del flujo, por lo que tampoco se considera en el análisis. Si se cumple que tanto las fuerzas viscosas como las fuerzas de gravedad tengan poca importancia, se asegura que en los modelos físicos de máquinas hidráulicas la fuerza preponderante en el movimiento sea la fuerza de presión.

La figura 2.27 muestra los impulsores de una bomba, tanto en prototipo como en modelo, los subíndices p y m indican respectivamente a cada uno.

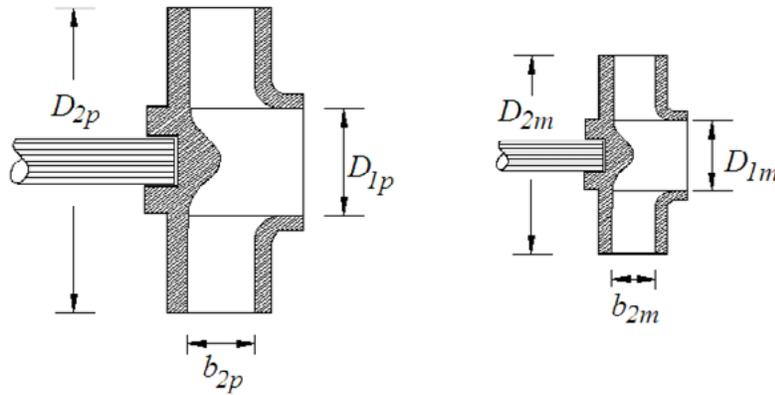


FIGURA 2.27 SEMEJANZA GEOMÉTRICA EN EL IMPULSOR DE UNA BOMBA

Para que se presente similitud geométrica se requiere que el ángulo β sea el mismo en modelo y prototipo, además de que sea igual la relación de todas las longitudes homólogas en los dos sistemas. Se define la escala de longitudes.

$$Le = \frac{D_{1p}}{D_{1m}} = \frac{b_{2p}}{b_{2m}} = \frac{D_{2p}}{D_{2m}} = \dots \quad (2.38)$$

Para que se presente similitud cinemática entre ambas máquinas, los triángulos de velocidades deben ser semejantes, por consiguiente, es necesario que se cumpla con la similitud geométrica y, además, que los ángulos internos de los triángulos sean iguales, por tanto, para una condición de operación común a ambas máquinas debe corresponder el mismo ángulo α . Por ejemplo, para el triángulo de velocidades a la salida del impulsor se tiene

$$Ve = \frac{c_{2p}}{c_{2m}} = \frac{u_{2p}}{u_{2m}} = \frac{w_{2p}}{w_{2m}} = \frac{c_{2p} \operatorname{sen} \alpha_2}{c_{2m} \operatorname{sen} \alpha_2} = \frac{c_{2p} \operatorname{cos} \alpha_2}{c_{2m} \operatorname{cos} \alpha_2} = \dots \quad (2.39)$$

Si se cumple con la similitud geométrica y cinemática, también es posible definir una escala de gastos

$$Qe = \frac{Q_p}{Q_m} \quad (2.40)$$

Si se sustituye la ecuación 2.40 en la 2.19, y con $w_2 \text{ sen } \beta_2 = c_2 \text{ sen } \alpha_2$ se puede escribir para Q_p y Q_m

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{\pi D_{2p} b_{2p} w_{2p} \text{ sen } \beta_2}{\pi D_{2m} b_{2m} w_{2m} \text{ sen } \beta_2}$$

Pero, de la ecuación 2.38, $\frac{b_{2p}}{b_{2m}} = \frac{D_{2p}}{D_{2m}}$ por lo que

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{D_{2p}}{D_{2m}} \right)^2 \frac{w_{2p}}{w_{2m}}$$

De la definición de escala de velocidades se cumple

$$\frac{w_{2p}}{w_{2m}} = \frac{u_{2p}}{u_{2m}} = \frac{N_p D_{2p}}{N_m D_{2m}}$$

por lo que

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \frac{N_p D_p}{N_m D_m} \quad (2.41)$$

El subíndice de la sección (2) se omitió, ya que las relaciones de similitud se cumplen para cualquier magnitud correspondiente entre modelo y prototipo. Por lo común, se emplea el diámetro máximo del impulsor.

La operación más eficiente se presenta cuando $\alpha_1 = 90^\circ$, con esta condición, el planteamiento teórico se asemeja más al comportamiento real de la bomba, y los valores de carga y gasto que se obtienen se consideran los de diseño. Valores de α_1 distintos conducen a operaciones menos eficientes.

Empleando la condición de diseño ($\alpha_1 = 90^\circ$), las cargas de bombeo en prototipo y en modelo son las siguientes:

$$H_{Bp} = \frac{\eta_{Hp}}{g} (u_{2p} c_{2p} \cos \alpha_{2p}) \quad (2.42)$$

$$H_{Bm} = \frac{\eta_{Hm}}{g} (u_{2m} c_{2m} \cos \alpha_{2m}) \quad (2.43)$$

Como lo que interesa es relacionar la carga que proporciona la bomba, se hace $H_{Bp} = H_p$ y $H_{Bm} = H_m$. Al relacionar las ecuaciones 2.42 y 2.43, considerando inicialmente $\eta_{Hp} \approx \eta_{Hm}$ y con $\alpha_{2p} = \alpha_{2m}$, se tiene

$$\frac{H_p}{H_m} = \frac{u_{2p} c_{2p}}{u_{2m} c_{2m}}$$

Tomando en cuenta la ecuación 2.39, se puede expresar

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{u_{2p}}{u_{2m}} \right)^2$$

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{N_p D_{2p}}{N_m D_{2m}} \right)^2 \quad (2.44)$$

Por sencillez, en la deducción anterior se condicionó a que $\alpha_1 = 90^\circ$, en general, es posible demostrar que esta ecuación es válida para condiciones fuera de la eficiencia máxima, ya que la carga de bombeo siempre es proporcional al producto de las velocidades uc .

Las potencias hidráulicas en el prototipo y en el modelo son, respectivamente,

$$P_p = \gamma Q_p H_p$$

$$P_m = \gamma Q_m H_m$$

Ordenando términos de 2.41 y de 2.44, y con P_p / P_m , se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right) \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 \quad (2.45)$$

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^2 \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \quad (2.46)$$

$$\frac{P_p}{P_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^3 \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^5 \quad (2.47)$$

La ecuación 2.45 es la *primera ley de similitud o semejanza* en bombas y permite determinar los gastos que proporcionará el prototipo a partir de los gastos medidos en el modelo.

La ecuación 2.46 es la *segunda ley de similitud* en bombas, la cual permite calcular la carga de bombeo en un prototipo a partir de la carga obtenida en el modelo en una bomba homóloga.

La ecuación 2.47 es la *tercera ley de similitud* en bombas y permite calcular la potencia hidráulica en el prototipo a partir de la potencia medida en una bomba homóloga.

Cabe aclarar que la eficiencia real de las máquinas hidráulicas se altera sensiblemente con el valor del número de Reynolds, por lo que al variar el tamaño y/o la velocidad angular, la eficiencia puede alterarse y es por esto que la ecuación 2.47 solo debe utilizarse para escalar la potencia hidráulica. El cambio en la eficiencia se comentará en el punto 2.5.3.

2.5.1 Cambio de la velocidad de giro

En la práctica es común ensayar el caso en que $D_p = D_m$ y $N_p \neq N_m$, es decir, se trata de la misma bomba girando a dos velocidades diferentes, entonces, las leyes de similitud se reducen a la forma

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right) \quad (2.48)$$

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^2 \quad (2.49)$$

$$\frac{P_p}{P_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^3 \quad (2.50)$$

2.5.2 Recorte del diámetro del impulsor de una bomba, ecuaciones de afinidad

Una práctica común consiste en ajustar la curva de la bomba para que cumpla con un punto de operación particular. Esto se puede lograr variando la velocidad angular de la bomba, o si esta debe permanecer fija, se puede optar por recortar el diámetro mayor del impulsor.

En el caso en que $N_p \neq N_m$ y $D_p = (\% \text{ recorte}) D_m$, referido a la misma bomba con el diámetro del impulsor reducido, se considera que el ancho b_2 del impulsor y la velocidad periférica antes y después del recorte no cambian significativamente, y se acepta que el gasto con impulsor recortado solo varía con la relación de diámetros elevada a la primera potencia, por lo que se tiene

$$Q_p = Q_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right) \left(\frac{D_p}{D_m} \right) \quad (2.51)$$

en donde D_m se refiere al diámetro máximo del impulsor y D_p al impulsor recortado.

La relación de cargas entre modelo y prototipo indicada en la ecuación 2.46 no cambia y la potencia con el impulsor recortado se determina a partir de la definición de potencia $P = \gamma Q H$, tanto para modelo como para prototipo, por lo que

$$\frac{P_p}{P_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^3 \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 \quad (2.52)$$

Es decir, resulta que el gasto que proporciona la bomba con el impulsor recortado solo varía con la relación de diámetros a la primera potencia. En el caso en que la velocidad de giro no cambie, se tiene $\frac{N_p}{N_m} = 1$.

Las ecuaciones 2.51 y 2.52 son conocidas como ecuaciones de afinidad y representan solo una aproximación para el caso de ligeros recortes al impulsor. En la práctica no se recomiendan realizar recortes mayores al 5% del diámetro original en una sola maniobra de ajuste de las condiciones de operación de la bomba, es decir, que el diámetro final debe ser cuando menos el 95% del diámetro original, no sin antes verificar experimentalmente los efectos que el recorte provoque sobre la curva de la bomba.

La aproximación al recorte generalmente resulta en un valor sobreestimado. Esto se debe a que las expresiones de afinidad solo ofrecen una aproximación que refleja un error mayor en proporción al porcentaje de recorte. Garay (1993) propone una relación empírica que a partir del valor del recorte calculado obtiene que el recorte real debe ser de

$$(\% \text{ Diám original})_{real} = \left(\frac{(\% \text{ Diám original})_{calc}}{1.20685} \right) + (17.1429) \quad (2.53)$$

Si el recorte es mayor al 5% siempre es recomendable llevar a cabo un recorte intermedio y probar la bomba en laboratorio para poder recalcular un nuevo recorte. Si bien esta práctica requiere de dos pruebas antes de llegar al diámetro requerido, permite prevenir el realizar un recorte excesivo, el cual llevaría a no cumplir con la expectativa de funcionamiento y obligaría a fabricar un nuevo impulsor.

2.5.3 Eficiencia entre modelo y prototipo

La teoría empleada en la similitud presupone que la eficiencia en prototipo y modelo es igual para puntos homólogos, sin embargo, una máquina tiende a ser más eficiente a medida que es mayor su tamaño, esto se debe a que disminuye la rugosidad relativa de las zonas de paso de flujo. Por lo regular, en las bombas se ensaya al tamaño menor de una familia de tamaños distintos. La experiencia muestra que no hay reglas exactas para predecir la eficiencia del prototipo a partir de la eficiencia del modelo, sin embargo, es usual emplear una expresión semi-empírica que Moody (Stepanoff, 1957) dedujo para encontrar una relación de eficiencias entre modelo y prototipo de turbinas, la cual para el caso de las bombas establece

$$\frac{1-\eta_{Bp}}{1-\eta_{Bm}} = \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45}$$

Por lo que la eficiencia del prototipo de una bomba se puede estimar de forma general como

$$\eta_{Bp} = 1 - (1 - \eta_{Bm}) \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^{0.2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^{0.45} \quad (2.54)$$

Para calibrar experimentalmente la expresión anterior, se han reemplazado los exponentes por los valores x y z

$$\eta_{Bp} = 1 - (1 - \eta_{Bm}) \left(\frac{N_m}{N_p}\right)^x \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^z \quad (2.55)$$

Esta expresión es usada por diferentes autores, los cuales han encontrado correlaciones adecuadas con los siguientes valores para los exponentes x y z :

$$0.1 < x < 0.25, \text{ con un valor típico de } 0.2$$

$$0.2 < z < 0.5, \text{ con valores típicos de } 0.4 \text{ o } 0.45$$

Aunque es recomendable que el flujo en el modelo sea claramente turbulento, si esta condición no se cumple, se debe tomar en cuenta el efecto de la viscosidad a través del número de Reynolds, tanto en modelo como en prototipo. Una de las expresiones que considera este efecto es la fórmula de Hutton (1974):

$$\eta_{Bp} = 1 - (1 - \eta_{Bm}) \left(0.3 + 0.7 \left(\frac{Re_m}{Re_p} \right)^{0.2} \right) \quad (2.56)$$

Es importante recalcar que las leyes de similitud se deducen a partir de las ecuaciones de la teoría fundamental de las turbomáquinas. Las hipótesis utilizadas para su planteamiento se acercan en mayor medida a la realidad alrededor del punto de funcionamiento óptimo de la máquina hidráulica; por tanto, para puntos de operación muy alejados de las condiciones de diseño, las leyes de similitud, así como las expresiones empíricas para la eficiencia, proporcionan valores poco confiables por lo que no se recomienda su uso.

2.6 VELOCIDAD ESPECÍFICA. CLASIFICACIÓN DEL IMPULSOR

De las condiciones de similitud se concluye que, si una máquina tiene un punto de máxima eficiencia dado, este se trasladará si se cambia su velocidad de rotación y/o su tamaño a otro punto homólogo también de máxima eficiencia.

Tomando en cuenta lo anterior, los fabricantes de turbomáquinas han definido un parámetro denominado *velocidad específica*, que se obtiene al relacionar las variables H , Q y N de diseño.

Reagrupando los términos de la ecuación 2.46 se obtiene

$$\frac{D_p}{D_m} = \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} \left(\frac{N_m}{N_p} \right) \quad (2.57)$$

y sustituyendo la ecuación 2.57 en la 2.45 se llega a

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} \left(\frac{N_m}{N_p} \right)^2$$

Sacando raíz cuadrada a ambos términos y reagrupando variables para prototipo y modelo, se tiene

$$\frac{N_P \sqrt{Q_P}}{H_P^{3/4}} = \frac{N_m \sqrt{Q_m}}{H_m^{3/4}} \quad (2.58)$$

La velocidad específica, evaluada para las condiciones de diseño, se convierte en una designación que caracteriza la forma del impulsor de la bomba

$$\frac{N \sqrt{Q_{\text{diseño}}}}{H_{\text{diseño}}^{3/4}} \quad (2.59)$$

En la ecuación 2.59 todos los términos corresponden al punto de máxima eficiencia, por lo que al tomar en cuenta la definición de velocidad específica, se concluye que esta tiene el mismo valor en modelo y en prototipo siempre que se cumplan con las condiciones de similitud. Cada clase o familia de bombas tiene asociado un intervalo particular de valores de velocidad específica. Este concepto es muy útil ya que, si se especifica la carga, el gasto y la velocidad de giro, es posible elegir la bomba más eficiente para un caso particular.

Al revisar las variables que intervienen en la velocidad específica se observa que esta no es adimensional, por lo que su valor y notación será distinto según el sistema de unidades que se emplee.

En el sistema métrico se emplean: N en rpm, Q en m^3/s y H en m, y se denota

$$N_S = \frac{N \sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (2.60)$$

En el sistema inglés de unidades, que es empleado en las especificaciones de equipo de bombeo de fabricantes norteamericanos, se emplea N en rpm, Q en gal/min y H en ft; y cuando se emplean estas unidades, se cambia la notación de la velocidad específica, por lo que se tiene

$$n_S = \frac{N \sqrt{Q}}{H^{3/4}} \quad (2.61)$$

En el SI, la velocidad específica se define como un parámetro adimensional que conserva el mismo origen de la ecuación 2.59 y se expresa como

$$\Omega_S = \frac{\omega \sqrt{Q}}{(g H)^{3/4}} \quad (2.62)$$

En esta ecuación ω está en rad/s, Q en m³/s, H en m y g en m/s². Al ser adimensional la expresión 2.62, se llega al mismo valor si se expresa ω en rad/s, Q en ft³/s, H en ft y g en ft/s². Es deseable que se popularice el uso de Ω_S ya que, como ya se indicó, se obtiene el mismo valor tanto en el sistema de unidades métrico como en el inglés.

Las relaciones entre N_S , n_S y Ω_S son

$$n_S = 51.64 N_S \quad (2.63)$$

$$n_S = 2733 \Omega_S \quad (2.64)$$

$$N_S = 59.62 \Omega_S \quad (2.65)$$

Los coeficientes 51.64, 2733 y 52.92 son dimensionales y resultan al considerar las conversiones de unidades entre cada definición de velocidad específica.

Cuando el motor que acciona la bomba es eléctrico, el valor de la velocidad de giro N está dado por

$$N = \frac{60 f}{np} (1 - R) \quad (2.66)$$

Siendo f la frecuencia eléctrica (60 Hz en México), R el factor de deslizamiento que depende del motor ($0.01 \leq R \leq 0.1$) y np el número de pares de polos que tiene el motor.

La figura 2.29 muestra la relación de la velocidad específica con el tipo adecuado de bomba, según los requerimientos de gasto, carga y velocidad de giro. Note que para $500 \leq n_S \leq 1500$, la forma del impulsor obliga a que tanto a la entrada como a la salida del mismo la velocidad tenga componente predominantemente radial y no se presenta componente axial.

A partir de $n_S > 1500$, la entrada del impulsor se hace curva y se presentan componentes de velocidad axial, por lo que el flujo ya es mixto; además, la altura de álabes se incrementa y el diámetro del impulsor disminuye. Dado que para $1500 \leq n_S \leq 4200$ los impulsores tienen una forma similar a la de los rodetes de turbina tipo Francis, algunos autores llaman a esta zona de flujo mixto como zona Francis o tipo turbina. Para valores de $4200 \leq n_S \leq 9000$, tanto a la entrada como a la salida del impulsor, el flujo es totalmente mixto y, aproximadamente para

valores entre $9000 \leq n_s \leq 15000$, ya no se presenta componente radial y el impulsor es netamente axial. En la figura 2.29 y en la tabla 2.1 se presentan los intervalos aproximados para cada tipo de impulsor; los valores indicados solo son indicativos, pues no hay un cambio brusco de forma entre los límites que separan a los impulsores de flujo radial al mixto y entre estos y los de flujo axial.

Al consultar diferentes autores se encontró que los valores de la velocidad específica varían ligeramente en los límites ya indicados, pero en la práctica esto no representa mayor problema. La variación más significativa es el valor superior de los impulsores de flujo axial con respecto al mostrado en la figura 2.29. Hay que recordar que la velocidad específica se determina para las condiciones de gasto y carga requeridos, y que, si el valor de la velocidad específica se incrementa, esto implica un aumento en la velocidad de giro y, como se verá en el tema 3, también se aumenta la posibilidad de cavitación.

Para determinar la velocidad específica en impulsores de doble succión se emplea la mitad del gasto total que entra a la bomba; en el caso de impulsores de varios pasos, la carga que interviene en la velocidad específica se calcula como la carga total dividida entre el número de pasos.

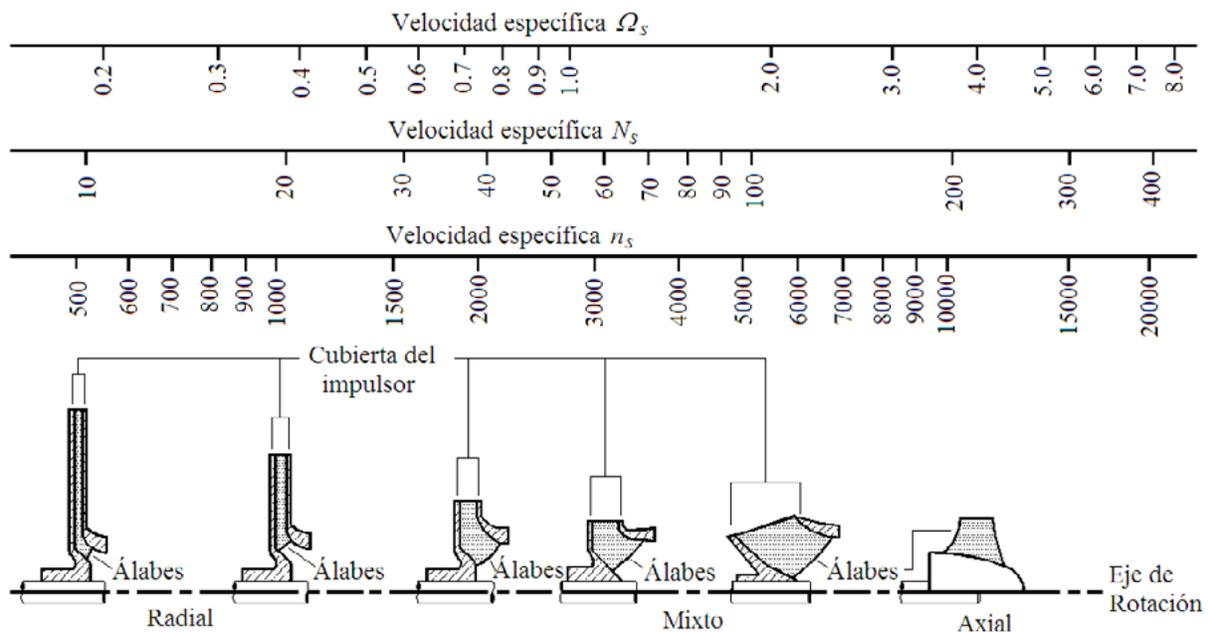


FIGURA 2.29 VARIACIÓN DE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA CON EL TIPO DE IMPULSOR (HYDRAULIC INSTITUTE 1994), ADAPTADA POR LOS AUTORES

TABLA 2.1 RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA Y EL TIPO DE IMPULSOR

Impulsor	N_S	n_S	Ω_S
	$\frac{\text{rpm} \sqrt{\text{m}^3 / \text{s}}}{\text{m}^{3/4}}$	$\frac{\text{rpm} \sqrt{\text{gpm}}}{\text{ft}^{3/4}}$	$\frac{\text{rad/s} \sqrt{\text{m}^3 / \text{s}}}{(\text{m/s}^2)^{3/4} \text{m}^{3/4}} = [\theta]$
Radial	9.7-29	500-1500	0.18-0.55
Mixto	29-174	1500-9000	0.55-3.29
Axial*	174-290	9000-15000	3.29-5.49

* Para impulsores de flujo axial, el límite superior puede aumentar, aunque esto no es común

El diseño de las bombas de flujo mixto y axial tiende a producir mejores eficiencias que las bombas de flujo radial. Esto ocurre porque en los impulsores de flujo radial, los canales de flujo definidos por los álabes son muy largos y estrechos, de manera tal que la fricción del flujo con las paredes es importante. La figura 2.30 muestra la relación entre eficiencia máxima y velocidad específica que se ha observado en diferentes tipos de bombas. Note que la eficiencia más alta está asociada con valores de velocidad específica correspondientes a las bombas de flujo mixto.

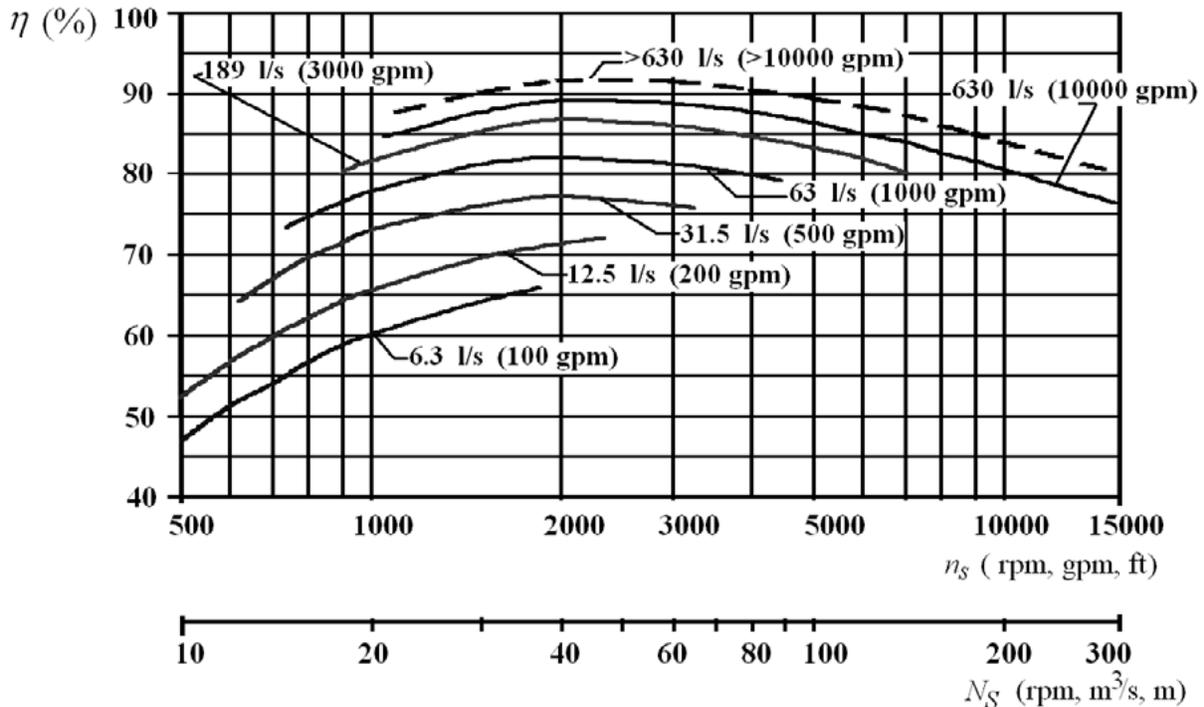


FIGURA 2.30 MÁXIMAS EFICIENCIAS ESPERADAS EN FUNCIÓN DE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA

EJEMPLO 2.6

Una bomba fue diseñada para las siguientes características:

$$H_B = 30\text{ m} \quad Q = 21.6 \text{ m}^3/\text{h} \quad N = 3600 \text{ rpm} \quad P_{mec} = 2.8 \text{ kW}$$

- Calcule la eficiencia en las condiciones nominales de operación, determine la velocidad específica en las diferentes unidades, e indique a qué tipo de impulsor corresponde.
- Determine las condiciones de operación de la misma bomba acoplada a un motovariador con $N = 2700 \text{ rpm}$.

Solución

- La bomba original se considera como modelo y proporciona un gasto en m^3/s de

$$Q_m = \frac{21.6}{3600} = 0.006 \text{ m}^3/\text{s}$$

La potencia hidráulica de la bomba es

$$P_{Hm} = \gamma Q_m H_m = 9810 \times 0.006 \times 30 = 1765 \text{ W}$$

$$P_{Hm} = 1.765 \text{ kW}$$

por lo que la eficiencia resulta

$$\eta_{Bm} = \frac{P_{Hm}}{P_{mec m}} = \frac{1.765}{2.8} = 0.63$$

La velocidad específica se calcula con la ecuación 2.60

$$N_s = \frac{3600 \sqrt{0.006}}{30^{3/4}} = 21.75 \quad (\text{rpm}, \text{m}^3/\text{s}, \text{m})$$

Si se quiere realizar el cálculo de la velocidad específica en el SI es necesario determinar la velocidad angular en rad/s

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 3600}{60} = 376.99 \text{ rad/s}$$

y con la expresión 2.62 se obtiene

$$\Omega_s = \frac{376.99\sqrt{0.006}}{(g \times 30)^{3/4}} = 0.41$$

Note que se cumple la equivalencia de la expresión 2.65

$$\Omega_s = \frac{N_s}{52.92} = \frac{21.75}{52.92} = 0.41$$

En el sistema inglés de unidades se puede calcular la velocidad específica con la ecuación 2.61, empleando las unidades adecuadas, o se puede usar la ecuación 2.63, que relaciona los valores de velocidades específicas cuando se emplean diferentes unidades, y de esta última se tiene

$$n_s = 51.64 \times 21.75 = 1123 \quad (\text{rpm, gpm, ft})$$

y, de la figura 2.29 o la tabla 2.1, se observa que corresponde a una bomba de flujo radial.

b) La relación de velocidades de giro entre prototipo y modelos es

$$\frac{N_p}{N_m} = \frac{2700}{3600} = 0.75$$

Como se trata del mismo impulsor

$$\frac{D_p}{D_m} = 1$$

Con las ecuaciones de similitud 2.48, 2.49 y 2.50 que se emplean cuando solo cambia la velocidad de giro, pero no el diámetro del impulsor, se determinan el gasto, la carga y la potencia hidráulica de la bomba girando a 2700 rpm

$$Q_p = Q_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right) = 0.006 \times 0.75 = 0.0045 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_p = H_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^2 = 30 \times 0.75^2 = 16.875 \text{ m}$$

$$P_p = P_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^3 = 1765 \times 0.75^3 = 744 \text{ W}$$

La eficiencia con las nuevas condiciones de giro se determina con la ecuación 2.55, empleando los valores típicos $x = 0.2, z = 0.4$

$$\eta_{Bp} = 1 - (1 - 0.63) \times (1.33)^{0.2} \times (1)^{0.4} = 0.608$$

Finalmente, la potencia mecánica del prototipo es

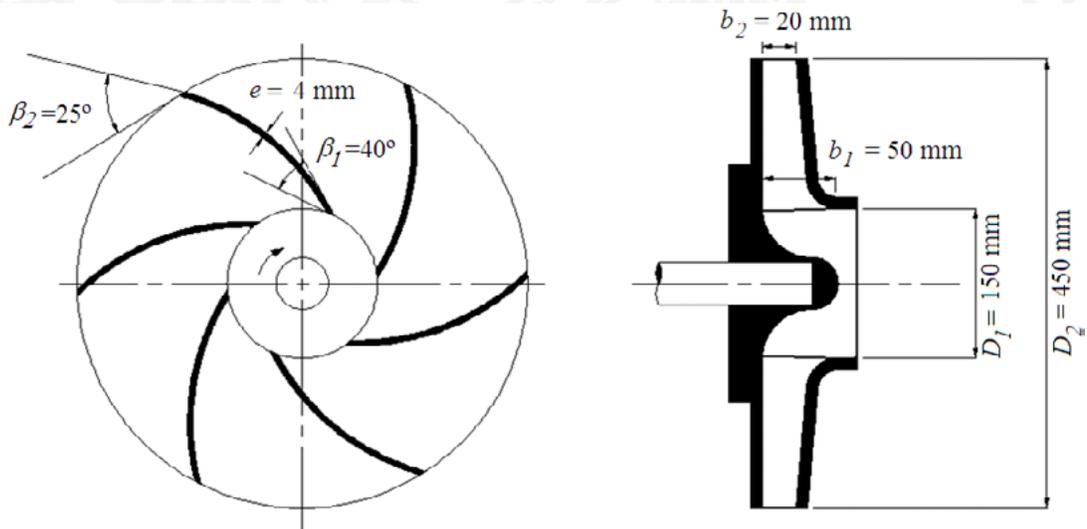
$$P_{mec p} = \frac{P_{Hp}}{\eta_{Bp}} = \frac{744}{0.608} = 1223 \text{ W}$$

EJEMPLO 2.7

Una bomba centrífuga tiene las siguientes características:

$\beta_1 = 40^\circ$	$D_1 = 150 \text{ mm}$	$b_1 = 50 \text{ mm}$
$\alpha_1 = 90^\circ$		
$\beta_2 = 25^\circ$	$D_2 = 450 \text{ mm}$	$b_2 = 20 \text{ mm}$
$\eta_H = 89\%$	$\eta_{mec} = 84\%$	$\eta_v = 94\%$
$e = 4 \text{ mm}$	$n = 6 \text{ álabes}$	$N = 1800 \text{ rpm}$

- Determine el gasto Q_i , la carga H_u y el grado de grado de reacción ε .
- Calcule la potencia hidráulica P_H , la potencia mecánica P_{mec} , y la velocidad específica en las diferentes unidades.
- Considere un impulsor geoméricamente similar al del inciso a) con $D_2 = 600 \text{ mm}$ y $N = 900 \text{ rpm}$; determine Q , H_B , P_H y P_{mec} .



Solución

a) La velocidad angular del impulsor se determina como

$$\omega = \frac{2\pi N}{60} = \frac{2\pi \times 1800}{60} = 188.496 \text{ rad/s}$$

Por lo que la velocidad periférica a la entrada del impulsor es

$$u_1 = \omega r_1 = 188.49 \times 0.075 = 14.137 \text{ m/s}$$

Del triángulo de velocidades de la figura 2.22 se observa que

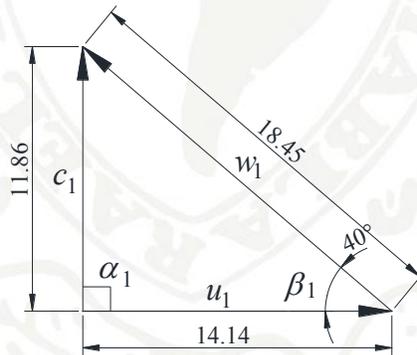
$$c_1 = u_1 \tan \beta_1$$

$$c_1 = 14.137 \tan 40^\circ = 11.862 \text{ m/s}$$

$$c_{m1} = c_1 \sin \alpha_1 = 11.862 \text{ m/s}$$

Puesto que $\alpha_1 = 90^\circ$

$$w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2} = \sqrt{11.862^2 + 14.137^2} = 18.454 \text{ m/s}$$



En el cálculo del área en la sección de entrada del impulsor se toma en cuenta la disminución debida al espesor de los seis álabes, y se calcula como

$$(2\pi r_1 - ne)b_1$$

El gasto en la sección de entrada del impulsor se calcula con la ecuación de continuidad 2.20, pero afectada con la disminución de área debida al espesor de los álabes

$$Q_i = (2\pi r_1 - ne) b_1 c_{m1}$$

$$Q_i = (2\pi \times 0.075 - 6 \times 0.004) \times 0.05 \times 11.862$$

$$Q_i = 0.265 \text{ m}^3/\text{s}$$

De la ecuación de continuidad para la sección de salida, y con el valor de Q_i conocido, se puede determinar

$$c_{m2} = \frac{Q_i}{(2\pi r_2 - ne) b_2} = \frac{0.265}{(2\pi \times 0.225 - 6 \times 0.004) \times 0.02} = 9.544 \text{ m/s}$$

La velocidad periférica en la sección de salida es

$$u_2 = \omega r_2 = 188.496 \times 0.225 = 42.41 \text{ m/s}$$

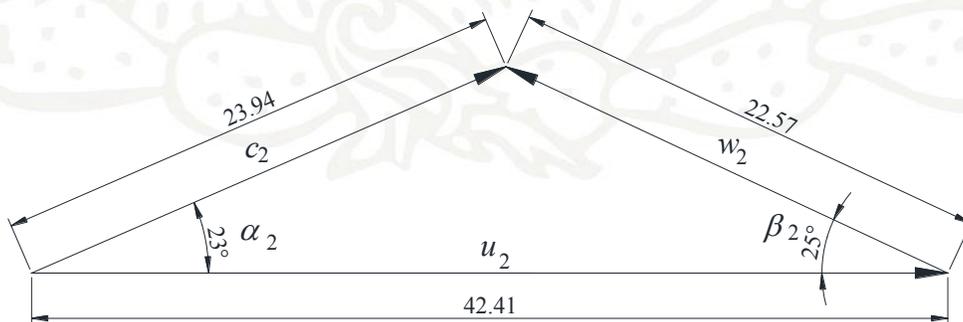
De la geometría del triángulo de velocidades

$$c_{u2} = u_2 - \frac{c_{m2}}{\tan \beta_2} = 42.41 - \frac{9.544}{\tan 25^\circ} = 21.94 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{c_{m2}}{c_{u2}} = \tan^{-1} \frac{9.544}{21.94} = 23.5^\circ$$

$$w_2 = \frac{c_{m2}}{\sin \beta_2} = \frac{9.544}{\sin 25^\circ} = 22.57 \text{ m/s}$$

$$c_2 = \frac{c_{u2}}{\cos \alpha_2} = \frac{21.94}{\cos 23.5^\circ} = 23.94 \text{ m/s}$$



De la ecuación 2.21b con $\alpha_1 = 90^\circ$

$$H_u = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2}) = \frac{1}{g} (42.41 \times 21.94) = 94.87 \text{ m}$$

La carga de presión que adiciona el impulsor se calcula con la ecuación 2.26, y se tiene

$$h_p = \frac{42.41^2 - 14.137^2}{2g} + \frac{18.45^2 - 22.58^2}{2g} = 72.86 \text{ m}$$

Por lo que el grado de reacción es, según la expresión 2.27,

$$\varepsilon = \frac{72.86}{94.87} = 0.768$$

- b) La carga que proporciona la bomba se determina a partir del valor de H_u y la definición de eficiencia hidráulica 2.30 como

$$H_B = \eta_H H_u = 0.89 \times 94.87 = 84.43 \text{ m}$$

El gasto en la brida de descarga se calcula como el gasto en el impulsor por la eficiencia volumétrica de la bomba, según se indica en la relación 2.31,

$$Q = 0.265 \times 0.94 = 0.249 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por lo que la potencia hidráulica es

$$P_H = \gamma Q H_B$$

$$P_H = 9810 \times 0.249 \times 84.43 = 206236 \text{ W}$$

$$P_H = 206.23 \text{ kW}$$

Con la relación 2.35 se determina la eficiencia de la bomba η_B , la cual depende del producto de las eficiencias hidráulica, volumétrica y mecánica

$$\eta_B = 0.94 \times 0.89 \times 0.84 = 0.702$$

La potencia mecánica o potencia de accionamiento es

$$P_{mec} = \frac{P_H}{\eta_B} = \frac{206.23}{0.702} = 293.77 \text{ kW}$$

La velocidad específica se calcula con la ecuación 2.60, donde la carga H se refiere a la carga de bombeo H_B .

$$N_S = \frac{1800\sqrt{0.249}}{84.43^{3/4}} = 32.26$$

Para determinar la velocidad específica en el sistema inglés de unidades, se requieren las equivalencias: $Q = 0.249 \text{ m}^3/\text{s} = 3952 \text{ gpm}$ y $H = 84.43 \text{ m} = 277 \text{ ft}$; a partir de estas se tiene

$$n_s = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = \frac{1800\sqrt{3952}}{277^{3/4}} = 1666$$

Este valor también se pudo calcular con la ecuación 2.63, que relaciona los valores de velocidad específica de ambos sistemas.

En el Sistema Internacional, con 2.62 se tiene

$$\Omega_S = \frac{188.496\sqrt{0.249}}{(9.81 \times 84.43)^{3/4}} = 0.61$$

Según la figura 2.29 o la tabla 2.1, la velocidad específica corresponde a un impulsor de tipo mixto. No es necesario determinar la velocidad específica con los diferentes sistemas de unidades, basta hacerlo con el sistema con el que se esté trabajando.

- c) En este caso cambian tanto los diámetros del impulsor como las velocidades de giro y se determinan las relaciones entre prototipo y modelo

$$\frac{N_p}{N_m} = \frac{900}{1800} = 0.5$$

$$\frac{D_p}{D_m} = \frac{600}{450} = \frac{4}{3}$$

Por lo que el gasto, la carga y la potencia hidráulica del prototipo son, según las ecuaciones 2.45, 2.46 y 2.47, respectivamente,

$$Q_p = Q_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right) \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 = 0.249 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3} \right)^3 = 0.295 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_{Bp} = H_{Bm} \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^2 \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 = 84.43 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{4}{3} \right)^2 = 37.52 \text{ m}$$

$$P_{Hp} = P_{Hm} \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^3 \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^5 = 206.23 \times \left(\frac{1}{2} \right)^3 \left(\frac{4}{3} \right)^5 = 108.63 \text{ kW}$$

La eficiencia con las nuevas condiciones de giro se determina con la ecuación 2.55, empleando los valores típicos $x = 0.2$, $z = 0.4$

$$\eta_{Bp} = 1 - (1 - 0.702)(2)^{0.2} \left(\frac{3}{4} \right)^{0.4} = 0.696$$

Note que la eficiencia prácticamente no varía. La potencia mecánica del prototipo es

$$P_{mec p} = \frac{P_{Hp}}{\eta_{Bp}} = \frac{108.63}{0.696} = 156.07 \text{ kW}$$

2.7 EJERCICIOS PROPUESTOS

Salvo aclaración, la frecuencia eléctrica en todos los problemas es de 60 Hz y no se considera el espesor de los álabes.

Ejercicio 2.1 Una bomba tiene las siguientes características:

$\beta_1 = 20^\circ$	$D_1 = 150 \text{ mm}$	$b_1 = 40 \text{ mm}$
$\beta_2 = 35^\circ$	$D_2 = 450 \text{ mm}$	$b_2 = 20 \text{ mm}$
$\eta_H = 88\%$	$\eta_v = 95\%$	$\eta_{mec} = 95\%$ $N = 1800 \text{ rpm}$

- a) Considere $\alpha_1 = 90^\circ$ y determine: los gastos Q_i y Q , las cargas H_u y H_B , el ángulo α_2 la potencia teórica P_u , la potencia hidráulica P_H , la potencia mecánica P_{mec} , el grado de reacción ε y la velocidad específica en sus diferentes unidades. Clasifique el impulsor. Dibuje los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida del impulsor.
- b) Si el ángulo de entrada cambia a $\alpha_1 = 75^\circ$, calcule: Q_i , Q , H_u , H_B , α_2 , P_u , P_H , P_{mec} y ε . Dibuje los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida del impulsor.
- c) Si el ángulo de entrada ahora cambia a $\alpha_1 = 110^\circ$, calcule Q_i , Q , H_u , H_B , α_2 , P_u , P_H , P_{mec} y ε . Dibuje los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida del impulsor.
- d) Considere un impulsor geoméricamente similar al del inciso a) con $D_2 = 600\text{mm}$ y $N = 900\text{ rpm}$; determine Q , H_B , P_H y P_{mec} (emplee la teoría de la similitud).

Ejercicio 2.2 Demuestre que $n_s = 51.64 N_s$ y $N_s = 52.92 \Omega_s$. Indique cuáles son las unidades de los coeficientes para cada caso.

Ejercicio 2.3 Una bomba proporciona $Q = 550\text{ m}^3/\text{h}$ y tiene las siguientes características:

$$\eta_v = 0.95 \quad D_1 = 200\text{ mm} \quad b_1 = 40\text{ mm} \quad \beta_1 = 35^\circ \quad \alpha_1 = 90^\circ$$

- a) Calcule la velocidad de giro N de la bomba.
- b) Determine el número de polos np y el factor de deslizamiento R del motor eléctrico.

Ejercicio 2.4 A partir de las leyes de semejanza en bombas, demuestre que:

$$\frac{D_m H_m^{1/4}}{Q_m^{1/2}} = \frac{D_p H_p^{1/4}}{Q_p^{1/2}}$$

Ejercicio 2.5 Una bomba centrífuga tiene las siguientes características:

$$\begin{array}{llll} \beta_1 = 15^\circ & D_1 = 100\text{ mm} & \alpha_1 = 90^\circ & \beta_2 = 45^\circ \\ D_2 = 250\text{ mm} & b_2 = 45\text{ mm} & \eta_H = 82\% & \eta_v = 97\% \\ \eta_{mec} = 85\% & \eta_{ME} = 98\% & & \end{array}$$

Para el motor eléctrico considere $f = 60\text{Hz}$, $np = 2$ y $R = 0$

- a) El gasto que proporciona la bomba es $Q=0.085\text{ m}^3/\text{s}$, calcule: H_u , α_2 , P_u , P_H , P_{mec} y P_E . Dibuje los triángulos de velocidad a la entrada y a la salida del impulsor.
- b) Determine la velocidad específica y clasifique el tipo de impulsor.
- c) Calcule la energía consumida en 20 horas de operación, exprese en J y en kW·h.
- d) Se va a construir una bomba geoméricamente similar a la de los datos mostrados, considere $D_2=450\text{ mm}$ y $N=900\text{ rpm}$. Calcule los valores de Q , H_B , P_H , η_B y P_{mec} que se esperan de esta bomba.
- e) Considere que la misma bomba del inciso a) opera en un país en el que la frecuencia eléctrica es de 50 Hz, determine Q , H_B y P_H .

Ejercicio 2.6 Una bomba requiere proporcionar $H_B=63\text{ m}$ y $Q=0.04\text{ m}^3/\text{s}$.

La geometría y eficiencias son:

$$\begin{array}{llllll} D_1=100\text{ mm} & b_1=40\text{ mm} & \alpha_1=90^\circ & N=1800\text{ rpm} & & \\ D_2=300\text{ mm} & b_2=20\text{ mm} & \eta_H=88\% & \eta_v=97\% & \eta_{mec}=97\% & \end{array}$$

El espesor de los álabes resta un 5% al área, tanto a la entrada como a la salida del impulsor. Determine β_2 , β_1 , P_u , P_{mec} y dibuje los triángulos de velocidad a la entrada y a la salida del impulsor.

Ejercicio 2.7 Una bomba centrífuga tiene las siguientes características:

$$\begin{array}{llllll} D_1=200\text{ mm} & \alpha_1=90^\circ & N=1800\text{ rpm} & D_2=400\text{ mm} & b_2=20\text{ mm} & \\ \beta_2=35^\circ & \eta_H=0.85 & \eta_v=0.95 & \eta_{mec}=0.85 & & \end{array}$$

Cuando proporciona un gasto $Q=0.120\text{ m}^3/\text{s}$, se tiene que $c_{m1}=c_{m2}$.

- a) Determine β_1 .
- b) Determine α_1 tal que el gasto disminuya a $0.110\text{ m}^3/\text{s}$. Calcule: H_u , α_2 , P_u , P_H , y P_{mec} . Dibuje los triángulos de velocidades a la entrada y a la salida del impulsor.

Ejercicio 2.8 Una bomba tiene las siguientes características:

$$\begin{array}{llllll} \beta_1=22^\circ & \beta_2=35^\circ & D_1=100\text{ mm} & D_2=200\text{ mm} & b_1=60\text{ mm} & \\ b_2=40\text{ mm} & \alpha_1=90^\circ & \eta_H=80\% & \eta_v=96\% & \eta_{mec}=95\% & \end{array}$$

a) El motor tiene tres pares de polos y opera en un país en el que la frecuencia eléctrica es de 60 Hz. Determine: Q , H_B , P_H y P_{mec} . Clasifique el impulsor. Dibuje los triángulos de velocidad a la entrada y a la salida.

b) Considere que la misma bomba opera en un país en el que la frecuencia eléctrica es de 50 Hz. Determine: Q , H_B , P_H y P_{mec} .

Ejercicio 2.9 Una bomba de flujo axial opera con una velocidad de giro $N=510$ rpm. Su impulsor tiene un radio exterior $r_e=350$ mm y uno interior $r_i=120$ mm. Cuando $Q=3.5$ m³/s, el flujo se aproxima sin rotación por lo que $\alpha_1 = 90^\circ$, y el ángulo de salida de cada uno de sus álabes, medido al radio medio, es de $\beta_2 = 63^\circ$. Las eficiencias son: $\eta_H = 85\%$ y $\eta_v = 100\%$.

a) Determine la carga H_B y la potencia P_H que proporciona el impulsor.

Ejercicio 2.10 La bomba proporciona al sistema una carga $H_B = 40.0$ m.

Los datos del sistema son

Tubo	D	E	L
	(m)	(mm)	(m)
Succión	0.25	1	8
Descarga	0.203	0.5	600

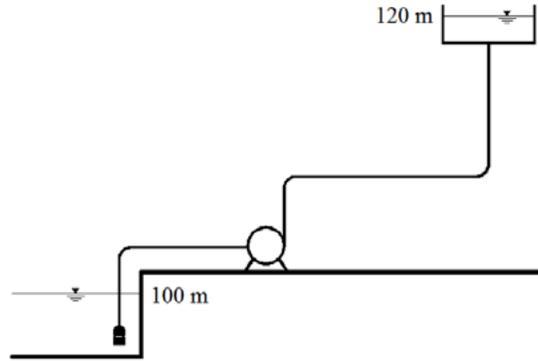


Solo considere pérdidas por fricción, entrada a la conducción ($ke = 0.5$), válvula ($kv = 5.6$), y salida ($ks = 1$).

a) Determine el gasto, la potencia hidráulica y la eficiencia global bomba-motor eléctrico si se sabe que consumió 240 kW·h durante 12 horas continuas de operación.

b) La velocidad de giro es $N=1800$ rpm. Calcule la velocidad específica en sus diferentes unidades y clasifique el impulsor.

Ejercicio 2.11 En la instalación mostrada se tiene: pérdida de carga en la succión $h_{rs} = 0.2$ m, pérdida de carga en la descarga $h_{rd} = 2.0$ m, diámetro del conducto $D_T = 300$ mm.



Las características del impulsor son: $D_2 = 250 \text{ mm}$, $b_2 = 30 \text{ mm}$, $\beta_2 = 22^\circ$, $\alpha_1 = 90^\circ$, $\eta_H = 0.85$, $\eta_{mec} = 0.94$, $\eta_v = 0.98$ y $N = 1800 \text{ rpm}$.

Calcule:

- El gasto y la potencia hidráulica.
- La velocidad específica y la clasificación del impulsor.
- La eficiencia del motor eléctrico η_{ME} si en 10 horas de operación consumió $350 \text{ kW}\cdot\text{h}$.
- La velocidad en el conducto.

2.8 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES

Ejercicio 2.1

$$\text{a) } Q_i = 0.097 \text{ m}^3/\text{s} \quad Q = 0.0921 \text{ m}^3/\text{s} \quad H_u = 162.18 \text{ m} \quad H_B = 142.72 \text{ m} \quad \alpha_2 = 5.22^\circ$$

$$P_u = 154.3 \text{ kW} \quad P_H = 129 \text{ kW} \quad P_{mec} = 162.43 \text{ kW} \quad \varepsilon = 0.56 \quad N_s = 13.23 \frac{\text{rpm} \sqrt{\text{m}^3/\text{s}}}{\text{m}^{3/4}}$$

$$n_s = 683 \frac{\text{rpm} \sqrt{\text{gpm}}}{\text{ft}^{3/4}} \quad \Omega_s = 0.25, \text{ impulsor de flujo radial}$$

$$\text{b) } Q_i = 0.0884 \text{ m}^3/\text{s} \quad Q = 0.084 \text{ m}^3/\text{s} \quad H_u = 162.25 \text{ m} \quad H_B = 142.78 \text{ m} \quad \alpha_2 = 4.7^\circ$$

$$P_u = 140.66 \text{ kW} \quad P_H = 117.59 \text{ kW} \quad P_{mec} = 148.06 \text{ kW} \quad \varepsilon = 0.55$$

$$c) \quad Q_i = 0.1118 \text{ m}^3/\text{s} \quad Q = 0.1062 \text{ m}^3/\text{s} \quad H_u = 162.05 \text{ m} \quad H_B = 142.61 \text{ m} \quad \alpha_2 = 6.13^\circ$$

$$P_u = 177.74 \text{ kW} \quad P_H = 148.59 \text{ kW} \quad P_{mec} = 187.09 \text{ kW} \quad \varepsilon = 0.58$$

Ejercicio 2.3

a) $N = 872 \text{ rpm}$ b) $np = 4, R = 0.03$

Ejercicio 2.5

a) $H_u = 50.64 \text{ m}$ $\alpha_2 = 6.7^\circ$ $P_u = 43.53 \text{ kW}$ $P_H = 34.62 \text{ kW}$ $P_{mec} = 51.21 \text{ kW}$
 $P_E = 52.26 \text{ kW}$

b) $N_S = 32.08$, impulsor de flujo mixto

c) $E = 3.76 \times 10^9 \text{ J} = 1045 \text{ kW}\cdot\text{h}$

d) $Q = 0.248 \text{ m}^3/\text{s}$ $H_B = 33.63 \text{ m}$ $P_H = 81.78 \text{ kW}$ $\eta_B = 0.706$ $P_{mec} = 115.85 \text{ kW}$

e) $Q = 0.0708 \text{ m}^3/\text{s}$ $H_B = 28.83 \text{ m}$ $P_H = 20.04 \text{ kW}$

Ejercicio 2.7

a) $\beta_1 = 14.93^\circ$

b) $\alpha_1 = 71.17^\circ$ $H_u = 116.57 \text{ m}$ $\alpha_2 = 8.42^\circ$ $P_u = 132.41 \text{ kW}$ $P_H = 106.92 \text{ kW}$
 $P_{mec} = 155.78 \text{ kW}$

Ejercicio 2.9

$H_B = 7.94 \text{ m}$ $P_H = 272.55 \text{ kW}$

Ejercicio 2.11

a) $Q = 0.1184 \text{ m}^3/\text{s}$ $P_H = 25.78 \text{ kW}$

b) $N_S = 60.55$, impulsor de flujo mixto

c) $\eta_{ME} = 94\%$

d) $V = 1.67 \text{ m/s}$

CAPÍTULO 3

DESEMPEÑO DE LA BOMBA

En el diseño de un sistema de bombeo intervienen de manera primordial las características de transporte, como son el gasto que se va a proporcionar, la carga estática a vencer y la topografía entre el sitio de captación y el de entrega; con base en estas características se plantea el diseño de la conducción, incluidos los dispositivos de alivio. De igual importancia, es necesario realizar la selección adecuada de los equipos de bombeo, de suerte tal que se cumpla con la expectativa de operación al menor costo posible. Una correcta selección del equipo garantiza que las bombas satisfagan los requerimientos del sistema y que operen en condiciones de eficiencia razonable y con ello se prevenga la ocurrencia de un desgaste prematuro.

En este capítulo se analiza el desempeño individual de una bomba, el cual forma parte fundamental de la revisión de todo proyecto.

3.1 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LA BOMBA

Debido a la complejidad del flujo a través de una bomba, el comportamiento real de la misma no se puede predecir con exactitud sobre una base completamente teórica, por lo que es necesario acudir a la evidencia experimental a través de las pruebas a las que se somete la bomba. A partir de estas pruebas, las características de funcionamiento son determinadas y presentadas en forma gráfica como curvas características de la bomba. Esta información es, en la práctica, la más útil para seleccionar la bomba adecuada para satisfacer los requerimientos de bombeo de un sistema determinado.

Las curvas características del comportamiento real de la bomba para una geometría y velocidad de operación dadas que proporciona el fabricante son:

- gasto-carga, $Q - H$
- gasto-eficiencia, $Q - \eta$
- gasto-potencia mecánica, $Q - P_{mec}$
- gasto-carga de succión positiva neta, $Q - (CSPN)$ o $Q - (NPSH)$

Las curvas son presentadas en un mismo plano. La curva gasto-carga de succión positiva neta, la cual será analizada en el subcapítulo 3.2, se emplea para evitar problemas de cavitación.

Previo al estudio de las curvas características que proporciona el fabricante, se analiza la relación gasto-carga a partir de la ecuación de Euler.

De la geometría del triángulo de velocidades mostrada en la figura 2.19, se tiene

$$c_2 \cos \alpha_2 = u_2 - c_{m2} \cot \beta_2$$

Al sustituir esta relación en la ecuación 2.21a, con $\alpha_1 = 90^\circ$, que considera el mejor funcionamiento de la bomba, la ecuación de Euler se expresa como

$$H_u = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 c_{m2} \cot \beta_2}{g} \quad (3.1)$$

con base en la ecuación de continuidad 2.19, suponiendo que no hay fugas internas, $Q = Q_i$ y con $D_2 = 2r_2$, se tiene

$$c_{m2} = \frac{Q}{2\pi r_2 b_2}$$

de $u = \omega r$ y la relación anterior sustituidas en la ecuación 3.1, resulta

$$H_u = \frac{\omega^2 r_2^2}{g} - \frac{\omega \cot \beta_2}{2\pi b_2 g} Q \quad (3.2)$$

Para una bomba con velocidad angular ω constante, la ecuación 3.2 se puede expresar

$$H_u = a_0 - a_1 Q \quad (3.3)$$

Esta ecuación muestra que la carga teórica varía linealmente con el gasto para una geometría y una velocidad angular del impulsor dadas. El efecto del ángulo β_2 se muestra en la figura 3.1. Es importante tener en cuenta que la ecuación 3.2 es válida para la operación de la bomba en la vecindad de α_1 cercano a 90° , lo que significa que el gasto esté cerca del valor de diseño y, por tanto, las rectas mostradas en la figura 3.1 solo son válidas para esta condición. Por consiguiente, solo sería correcto trazarlas alrededor del gasto de diseño de la bomba.

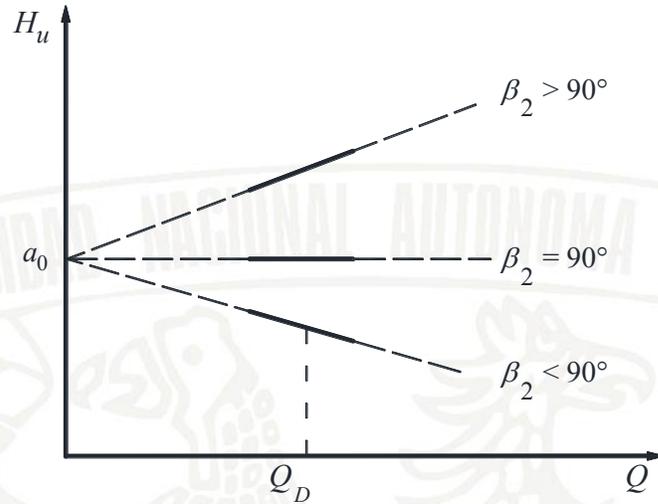


FIGURA 3.1 EFECTO DE β_2 EN LA RELACIÓN GASTO - CARGA

Si se diseña un impulsor que tenga álabes radiales en la descarga, como el mostrado en la figura 3.2, entonces $\beta_2 = 90^\circ$, con lo cual $H_u = a_0$, es decir, la presión se mantiene constante en todo el intervalo de gastos, y debido a que la carga no varía con el gasto, se dice que la curva de cargas es plana. Entre otros usos, este tipo de impulsor se emplea en bombas de desagüe, en bombas de enfriamiento en sistemas de refrigeración y en turbosopladores, ya que tiene la propiedad de mantener constante la presión, aunque se haga variar el gasto.

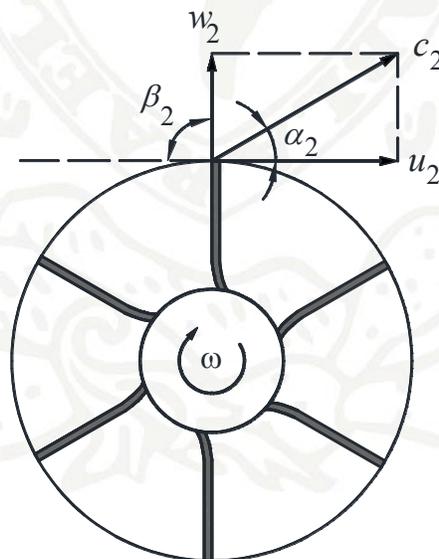


FIGURA 3.2 IMPULSOR CON $\beta_2 = 90^\circ$

Los diseños con $\beta_2 > 90^\circ$, como el mostrado en la figura 3.3, se emplean en ventiladores. Estos diseños buscan incrementar el caudal entregado sacrificando su eficiencia de operación. El estudio exhaustivo del comportamiento de este tipo de impulsores en bombas que operan con agua no ha sido efectuado. Algunas pruebas muestran un comportamiento inestable en la curva de carga-gasto que no es aceptable. En efecto, para caudales pequeños la curva es ascendente, pero al ir creciendo el gasto, la curva real se separa de la tendencia de la curva teórica y la carga disminuye, lo que provoca que para una misma carga se puedan presentar dos gastos distintos. Dado que este tipo de curvas favorece la inestabilidad en el funcionamiento de los sistemas, las bombas con ángulos $\beta_2 > 90^\circ$ no suelen diseñarse.

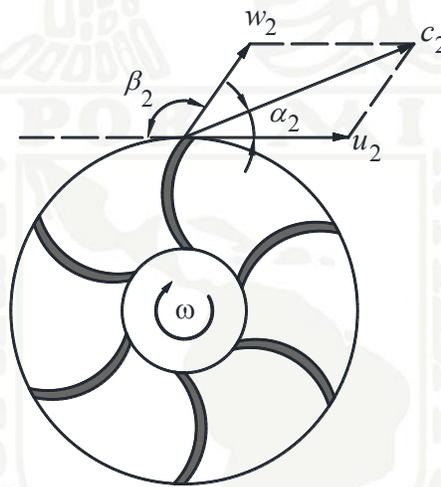


FIGURA 3.3 IMPULSOR CON $\beta_2 > 90^\circ$

El diseño más común de las bombas centrífugas y de las axiales se hace con $\beta_2 < 90^\circ$, dando como resultado que conforme aumenta el gasto bombeado la carga disminuya, según se muestra en la figura 3.1. En la figura 2.18 se muestran los triángulos de velocidades para este caso. Los álabes con $\beta_2 < 90^\circ$ se denominan álabes inclinados hacia atrás. Todos los impulsores mostrados en el capítulo 2 son de este tipo.

Las bombas con impulsores con $\beta_2 < 90^\circ$ se utilizan para todo tipo de aplicaciones debido a la gran estabilidad en su funcionamiento, ya que casi toda la energía es proporcionada en forma de presión.

Mataix (2009) indica que para bombas radiales conviene hacer $\beta_1 > 15^\circ$, donde el intervalo de 15° a 20° es el más frecuente, aunque puede llegar a 30° . Con respecto al ángulo β_2 , este autor

comenta que se emplean ángulos entre 14° y 60° , siendo los valores de 20° a 30° los más favorables y de 22° a 23° , el valor más usual. Para bombas centrífugas, Karassik indica que los ángulos a la entrada varían en el intervalo $15^\circ < \beta_1 < 50^\circ$; con respecto al ángulo β_2 , este varía de 15° a 35° , con un intervalo normal de $20^\circ < \beta_2 < 25^\circ$. Como se puede observar, no hay gran diferencia entre los valores de los ángulos que proporcionan ambos autores.

Como en la ecuación 3.2 no se consideran las pérdidas de energía y su deducción se efectuó a partir de $\alpha_1 = 90^\circ$, la relación teórica planteada no se verifica completamente en la práctica, por lo que es necesario recurrir a la experimentación para determinar la curva real $Q-H$, donde H es la carga que realmente proporciona la bomba.

La figura 3.4 muestra las curvas $Q-H_u$ y $Q-H$, la diferencia entre ambas se debe principalmente a que no se cumple la teoría del número infinito de álabes para impartir velocidad relativa con un ángulo β_2 a todo el flujo de agua. En efecto, al no tener una conducción perfecta, el fluido es descargado con un ángulo $\beta'_2 < \beta_2$. A esta falta de capacidad de los álabes para lograr una conducción perfecta se le llama efecto circulatorio; reduce el valor de c_{u2} y, por tanto, disminuye la carga real desarrollada. La fricción del fluido a su paso por los conductos ocasiona pérdidas de carga que son proporcionales al cuadrado del gasto. A las pérdidas anteriores se les suma las llamadas pérdidas por turbulencia, debidas a un ángulo inapropiado de la velocidad relativa en la entrada al álabe. El resultado de todas estas pérdidas se ve reflejado en la curva real $Q-H$.

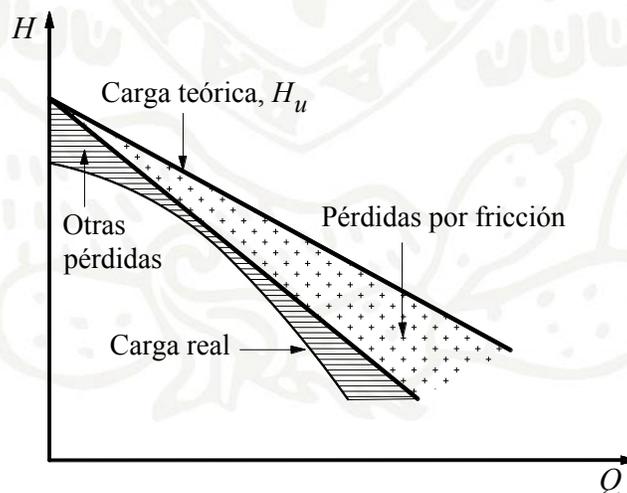


FIGURA 3.4 COMPARACIÓN ENTRE CURVAS DE DESEMPEÑO TEÓRICA Y REAL DE UNA BOMBA DE FLUJO RADIAL

La figura 3.5 muestra las curvas características típicas de una bomba que es operada con velocidad angular constante, en esta figura se observa que la eficiencia es función del gasto y alcanza un valor máximo en algún punto particular, comúnmente denominado gasto de diseño o capacidad de la bomba. Cuando se elige una bomba para una aplicación particular, es evidente que esta debe operar alrededor de la zona de eficiencia máxima, cuyas condiciones de operación son las de diseño o nominales, Q_D y H_D .

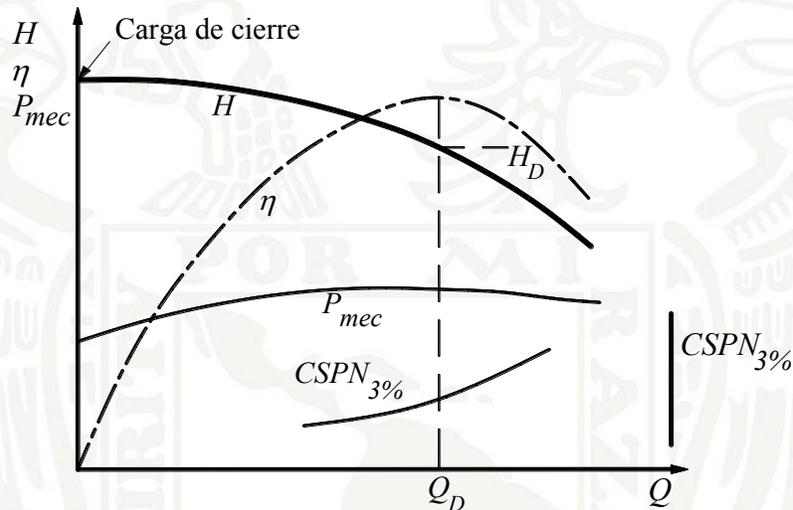


FIGURA 3.5 CARACTERÍSTICAS DE UNA BOMBA QUE OPERA CON VELOCIDAD ANGULAR CONSTANTE DEL IMPULSOR

La carga desarrollada por la bomba cuando la válvula de descarga está completamente cerrada, se denomina carga de cierre. Debido a que no hay flujo, la potencia hidráulica es nula y, en consecuencia, la eficiencia es cero. Las bombas centrífugas pueden operar durante cortos periodos con la válvula de descarga cerrada, pero debido a que la potencia mecánica es disipada como calor, en periodos prolongados puede haber daño asociado al sobrecalentamiento y gran esfuerzo mecánico, por lo que no es conveniente que la válvula permanezca cerrada demasiado tiempo.

3.1.1 Forma de las curvas características

Una forma de comparar las características de bombas de diferentes velocidades específicas y comportamientos es normalizando estas curvas, para lo cual se definen los valores adimensionales

$$q = \frac{Q}{Q_D}, \quad h = \frac{H}{H_D}$$

La figura 3.6 muestra curvas normalizadas correspondientes a un amplio intervalo de velocidades específicas. Estas curvas son aplicables a bombas de cualquier tamaño. La curva para $N_S = 20$ ($n_S = 1033$) muestra que, para gastos bajos la carga prácticamente no varía, a este tramo de la curva se le llama plana. Las curvas para N_S mayor a 20 y menor o igual a 100 ($n_S = 5164$) se caracterizan por ser estables, es decir, la carga siempre decrece con el incremento del gasto.

La curva de $N_S = 250$ ($n_S = 12900$), que corresponde a una bomba de flujo axial, presenta una zona inestable cuando opera con cargas altas y caudales bajos, por lo que este tipo de bombas no debe operarse en esta región, además de que la potencia consumida tiende a incrementarse. Para todos los casos se muestra que conforme se aleja del punto de diseño, la eficiencia tiende a disminuir.

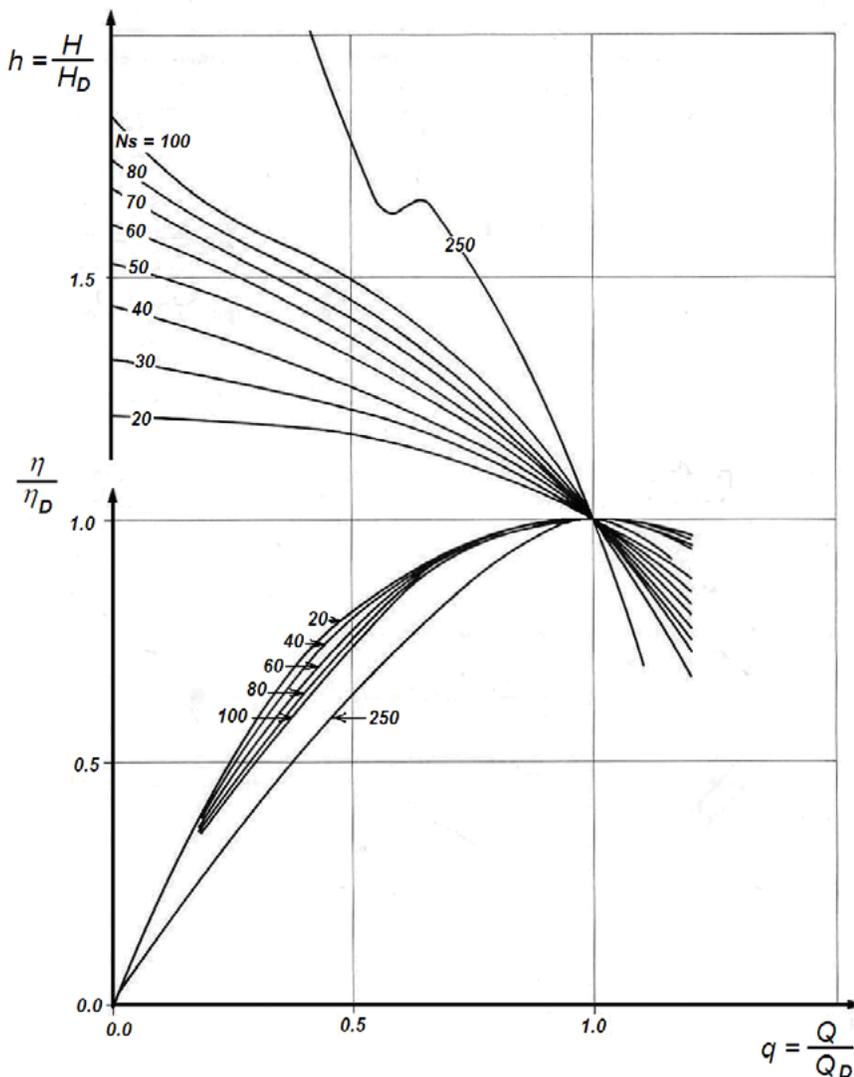


FIGURA 3.6 CURVAS NORMALIZADAS (SULZER 1998)

3.1.2 Ensayo completo de la bomba

La figura 3.5 muestra el comportamiento de una bomba que opera con una sola velocidad de giro; sin embargo, las bombas pueden ser accionadas con diferentes velocidades N_i . Para cada una de ellas se puede elaborar la curva $Q-H$ correspondiente y presentarlas en el mismo plano. Cada uno de los puntos con los que se traza la curva tiene su respectiva eficiencia; cuando se unen los puntos de igual eficiencia se tienen curvas como la que se muestra en la figura 3.7.

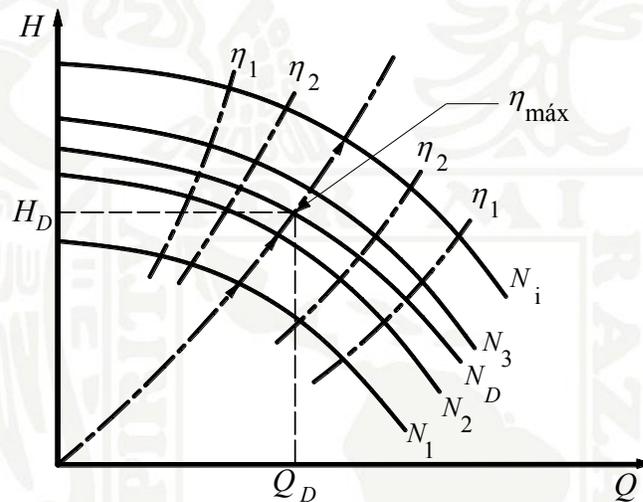


FIGURA 3.7 CURVAS DE GASTO-CARGA PARA DIFERENTES VELOCIDADES ANGULARES

3.1.3 Efecto del diámetro del impulsor

Normalmente, la carcasa se diseña para que se puedan usar impulsores con distintos recortes respecto al diámetro máximo original. Las características de eficiencia se pueden proporcionar mediante líneas que indican los puntos de igual eficiencia, dando como resultado las denominadas curvas de isoeficiencia, las cuales tienen un comportamiento como el mostrado en la figura 3.8. Con esta representación se puede localizar el punto de eficiencia máxima $\eta_{m\acute{a}x}$ y los correspondientes valores de diseño de gasto y carga de la bomba (Q_D y H_D). Para este punto se define la velocidad específica de la bomba.

Por lo regular, la eficiencia máxima corresponde al diámetro máximo del impulsor o a un valor cercano a este. Al reducirse el diámetro, mediante el recorte del impulsor, la eficiencia también

disminuye; es importante aclarar que cuando un impulsor es recortado, se cambia el diámetro de este, pero no se varía el tamaño del ancho de los álabes (b en la figura 2.18) ni el tamaño de la carcasa, por tanto, no hay similitud geométrica ni dinámica.

El error de estimación crece en función del porcentaje del recorte realizado, por tanto, es aconsejable que al calcular un recorte dado siempre se realice una aproximación conservadora previa (recorte menor al calculado) y se efectúen pruebas de funcionamiento antes de obtener el recorte definitivo. El cálculo del recorte, mediante las ecuaciones de afinidad, es siempre mayor al realmente requerido.

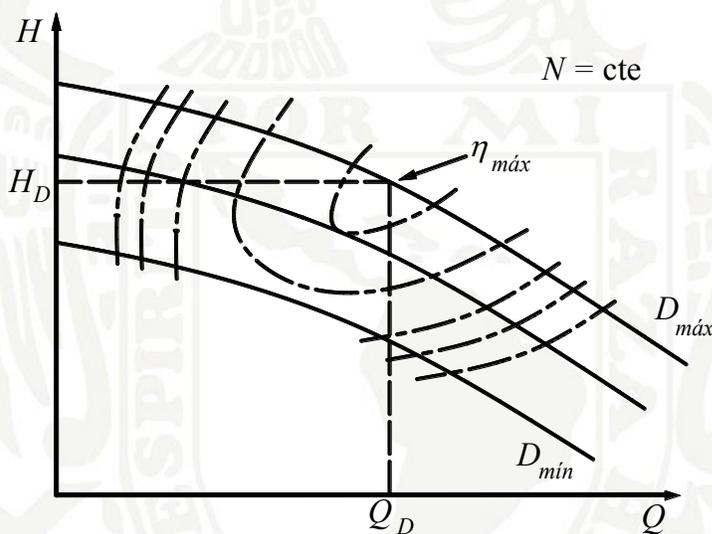


FIGURA 3.8 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE UNA BOMBA QUE OPERA CON DIFERENTES RECORTES DE IMPULSOR

3.1.4 Curvas características comerciales

Las curvas características de la figura 3.9 corresponden a una bomba de 60 hp (44.74 kW), con eje horizontal, de un paso y con succión simple. La velocidad específica es $n_s = 1680$ (rpm, gpm, ft) o $N_s = 32.53$ (rpm, m³/s, m). Los ejes principales de la gráfica son el gasto y la carga. Se señalan con líneas continuas y trazos gruesos las curvas gasto-carga, correspondientes al diámetro máximo (8 3/16") y a diámetros menores asociados al recorte del impulsor (7 1/2", 7" y 6"), el diámetro mínimo corresponde al 73% del diámetro máximo. Como se puede observar, a estos niveles de recorte es notoria la disminución de la eficiencia, pero por tratarse de una bomba pequeña, la pérdida de eficiencia puede resultar tolerable; recortes mayores no son recomendados porque producirían una operación con eficiencias aún menores. Con líneas

continuas y trazos delgados, se representan las curvas de igual eficiencia, mientras que con líneas discontinuas se indican las curvas de igual consumo de potencia. En la parte inferior se presenta la curva $Q-(CSPN)$. Dado que esta curva solo depende de la geometría del ojo de succión del impulsor, es común a cualquier diámetro.

En estas curvas la velocidad de giro es constante. La potencia mecánica es fácil de calcular, ya que en la curva se proporcionan gasto, carga y eficiencia de la bomba, variables de las que depende la potencia mecánica ($P_{mec} = P_H / \eta_B$), sin embargo, la mayoría de las curvas características incluyen esta información para facilitar su uso.

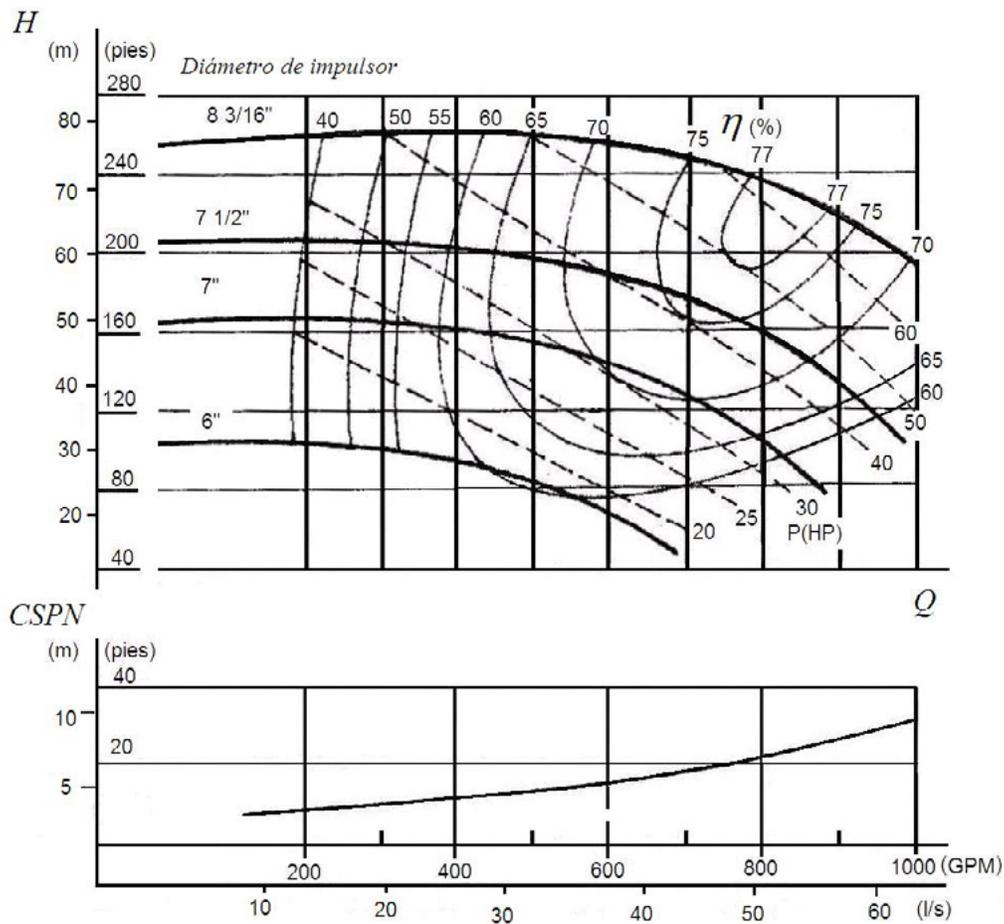


FIGURA 3.9 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE UNA BOMBA DE EJE HORIZONTAL DE UN PASO, CON DIFERENTES DIÁMETROS DE IMPULSOR

La figura 3.10 muestra las curvas características de una bomba de 500 hp (372.8 kW), eje vertical, con un paso y que gira a 1180 rpm. La velocidad específica es $n_s = 2600$ (rpm, gpm,

ft) o $N_s = 50.34$ (rpm, m^3/s , m). Los ejes principales de la gráfica son el gasto y la carga. En este caso, todas las líneas son continuas y de igual grosor; sin embargo, se distingue cada una de acuerdo con su forma. Las curvas gasto-carga corresponden al diámetro máximo (21 1/2") y a posibles recortes del impulsor. Con líneas cerradas en la región del centro se indica la operación con igual eficiencia. En la parte inferior se presenta la curva de consumo de potencia para los diámetros máximo y mínimo del impulsor. En la parte superior derecha se agrega un eje vertical auxiliar que permite trazar la curva $Q-(CSPN)$ o $(Q-NPSH)$. En la parte superior izquierda se indica la sumergencia mínima, distancia que al menos debe existir entre la superficie libre y la campana de succión para impedir que se formen vórtices capaces de arrastrar e introducir aire a la bomba. Este último es un aspecto muy importante en el diseño de tanques y cárcamos de succión, por lo que será abordado con mayor detalle en el capítulo 4.

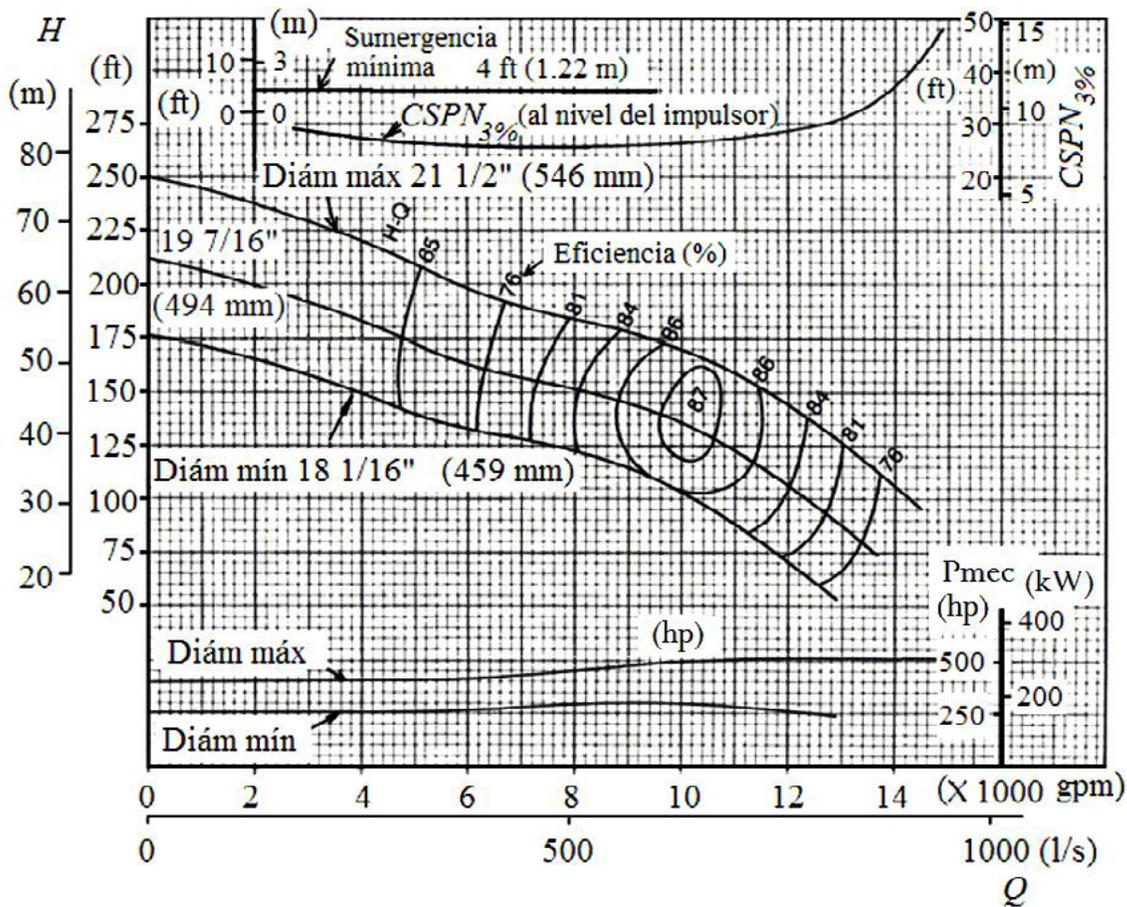
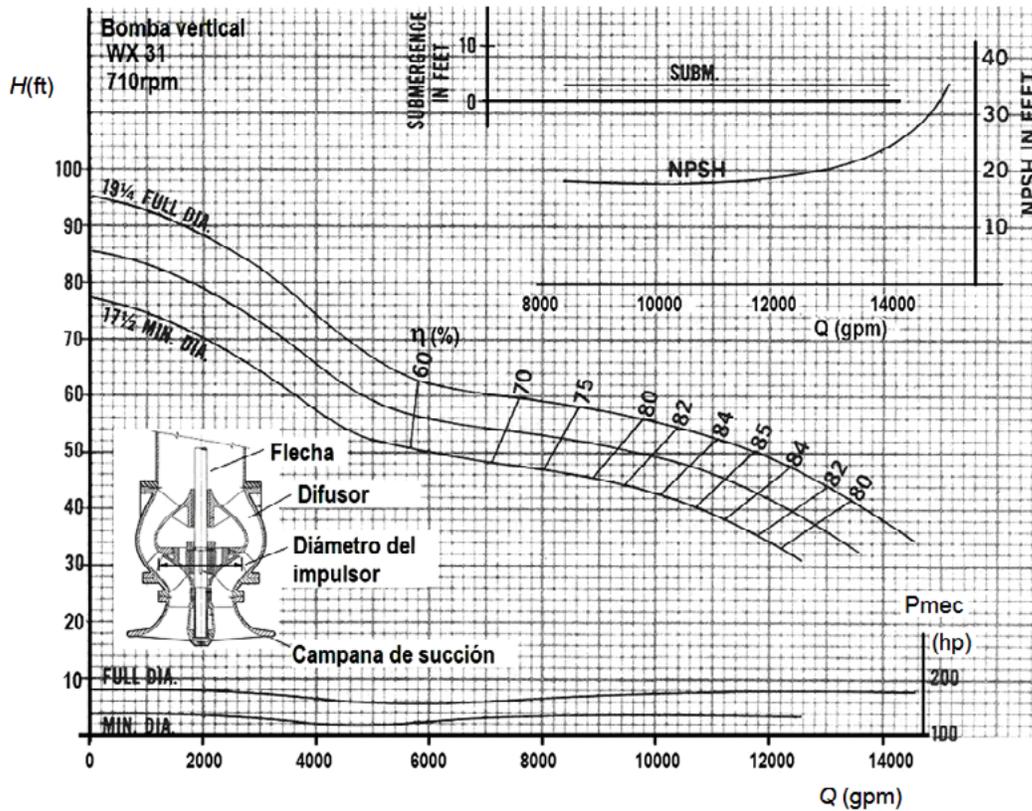


FIGURA 3.10 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE UNA BOMBA VERTICAL DE UN PASO, FLUJO MIXTO, DISEÑADA PARA OPERAR A 1180 RPM

EJEMPLO 3.1

La figura siguiente muestra las curvas características de una bomba cuyos datos se proporcionan en el sistema inglés de unidades. La velocidad de giro es $N=710$ rpm y el diámetro máximo es $D_{m\acute{a}x}=19.25"$. De la tabla 1.5, los factores de conversi3n de estas unidades son: $1 \text{ gpm} = 6.309 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, $1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m}$, $1 \text{ in} = 0.0254 \text{ m}$.



CURVA ORIGINAL

Determine:

- El diámetro al que se debe recortar el impulsor tal que, con la misma velocidad de giro, la bomba satisfaga la condición de operación: $Q_1 = 6000 \text{ gpm} = 0.3785 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_1 = 52 \text{ ft} = 15.85 \text{ m}$.
- La potencia mecánica (en kW), que debe entregar el motor a la bomba una vez que el impulsor ha sido recortado.

Solución

- a) Para determinar el valor de recorte que se debe practicar al impulsor, se deben utilizar las ecuaciones de afinidad 2.46 y 2.51, en las que al tenerse $N_p = N_m$, se expresan como

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2$$

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)$$

Se considera prototipo la condición con Q_1, H_1 con el impulsor recortado, y modelo la condición de operación con el impulsor sin recortar.

Para determinar el punto homólogo correspondiente (sobre la curva con diámetro máximo), es necesario determinar la curva que describe el lugar geométrico de los puntos homólogos (Q_m, H_m) a la condición requerida (Q_p, H_p) . Combinando las ecuaciones de afinidad se obtiene

$$H_m = H_p \left(\frac{1}{Q_p} \right)^2 Q_m^2$$

Reemplazando los valores correspondientes al punto de operación requerido se llega a

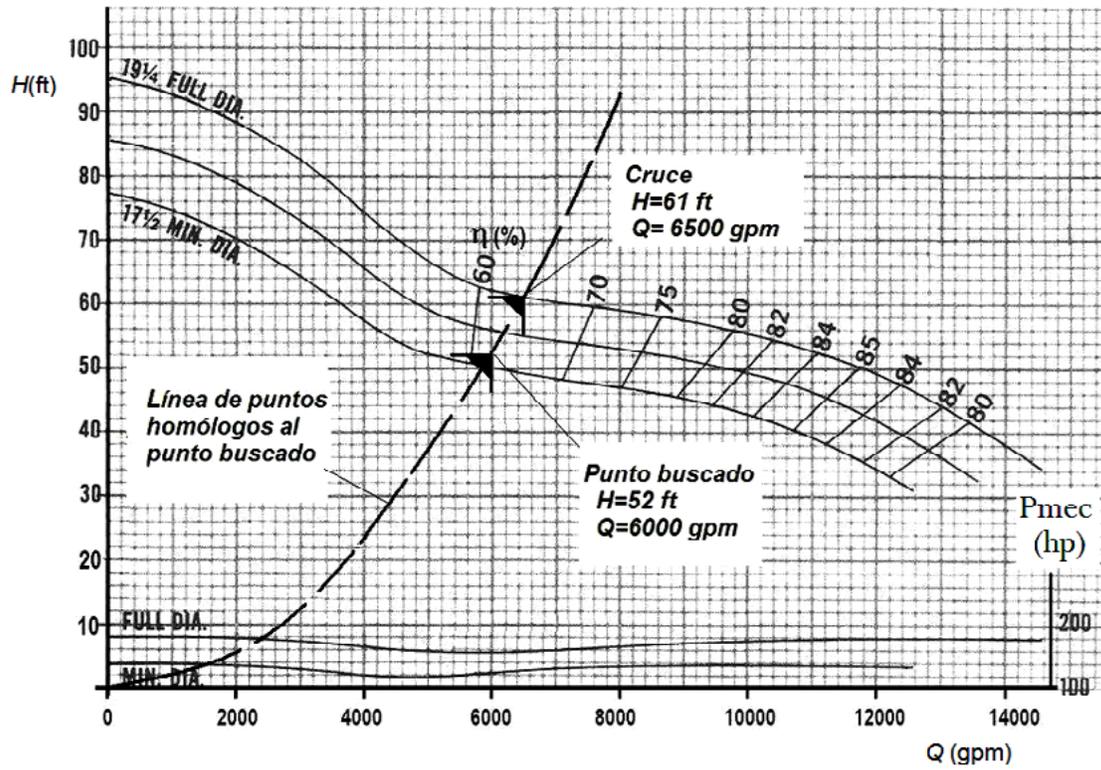
$$H_m = 52 \left(\frac{1}{6000} \right)^2 Q_m^2$$

$$H_m = 1.44 \times 10^{-6} Q_m^2$$

Se realiza la gráfica de esta relación sobre el plano de las curvas características, tal como se muestra en la siguiente figura, y se busca la intercepción con la curva gasto-carga original, determinando así los valores de (Q_m, H_m) , que resultan ser

$$Q_m = 6500 \text{ gpm} = 0.410 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_m = 61 \text{ ft} = 18.60 \text{ m}$$



PUNTO DE OPERACIÓN BUSCADO

Reemplazando los valores homólogos en la ecuación 2.51, se determina el porcentaje de recorte respecto al diámetro original,

$$\left(\frac{D_p}{D_m}\right) \times 100 = \left(\frac{Q_p}{Q_m}\right) \times 100 = \left(\frac{6000}{6500}\right) \times 100 = 92.3\%$$

por lo que el diámetro de recorte calculado es de

$$D_{rec\ cal} = \frac{92.3}{100} \times 19.25 = 17.77''$$

o bien, empleando la ecuación 2.46

$$\left(\frac{D_p}{D_m}\right) \times 100 = \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{\frac{1}{2}} \times 100 = \left(\frac{52}{61}\right)^{\frac{1}{2}} \times 100 = 92.3\%$$

La aproximación al recorte mediante estas expresiones generalmente resulta en un valor sobrestimado. Esto se debe a que las expresiones de afinidad solo ofrecen una aproximación, lo cual refleja un error en proporción al porcentaje de recorte.

Es conveniente corregir el valor del recorte mediante la relación empírica 2.53, a partir de la cual se obtiene el recorte real que se debe practicar al impulsor. La expresión queda

$$(\% \text{ Diám original})_{real} = \left(\frac{92.3\%}{1.20685} \right) + (17.1429) = 93.6\%$$

de manera que el diámetro del impulsor recortado será de

$$D_{recortado} = \frac{93.6}{100} \times 19.25 = 18.02'' \approx 18''$$

El recorte calculado es mayor a un 5% del valor original, por lo que, según se comentó en el capítulo 2, es ampliamente recomendable llevar a cabo un recorte intermedio, probar la bomba en laboratorio para obtener la curva carga gasto y recalculer un nuevo recorte, si es que es necesario. Si bien esta práctica requiere de dos pruebas de laboratorio, permite prevenir el realizar un recorte excesivo que resulte no reversible y requiera de un nuevo impulsor.

- b) Se calcula la potencia para la bomba con el impulsor original (modelo), en el punto homólogo (Q_m, H_m) , con $\eta = 64\%$, leída en la curva de la bomba. Para proporcionar directamente la potencia en kW, se emplean los datos en unidades del Sistema Internacional

$$P_{mec m} = \frac{P_{H m}}{\eta} = \left(\frac{9.81 \times 0.41 \times 18.60}{0.64} \right) = 116.89 \text{ kW}$$

Con la ecuación de afinidad 2.52, se calcula la potencia que requiere la bomba con el impulsor recortado, la cual es

$$P_{mec p} = 116.89 \times (0.9233)^3 = 92.00 \text{ kW}$$

3.1.5 Margen de operación recomendable

La capacidad de las bombas no debe exceder de 15% o 20% sobre el caudal de diseño. Un margen excesivo en la capacidad de la bomba puede llevar a una operación fuera de lo recomendado por el fabricante. Por otro lado, utilizar una bomba por periodos largos a una fracción de su caudal de diseño tiene también consecuencias indeseables, tales como operar a baja eficiencia, tener mayor susceptibilidad de presentar cavitación y operar con niveles de vibración altos.

En general, no es recomendable operar con gastos menores de 70% de la capacidad de diseño de la bomba.

El Instituto de Hidráulica de Estados Unidos (HI) recomienda operar preferentemente dentro del margen indicado en la tabla 3.1.

TABLA 3.1 INTERVALOS DE OPERACIÓN RECOMENDADOS CON RESPECTO AL GASTO DE DISEÑO DE LA BOMBA (HI, 1997)

Velocidad específica		Intervalo preferente de operación
N_S	n_S	
≤ 87	≤ 4500	70% al 120% del gasto de diseño
> 87	> 4500	80% al 115% del gasto de diseño

3.2 CAVITACIÓN. CARGA DE SUCCIÓN POSITIVA NETA (CSPN)

3.2.1 Cavitación

Cuando en un sistema a presión se tiene un líquido como fluido de trabajo, este puede vaporizarse si la presión absoluta que lo rodea cae por debajo de la presión de vapor de este. El resultado es la formación de burbujas o cavidades llenas de vapor del líquido, las cuales al ser transportadas hacia regiones de mayor presión colapsan rápidamente, generando presiones transitorias extremadamente altas, a este fenómeno se le denomina cavitación. Las regiones donde se puede observar el fenómeno de cavitación se asocian a zonas del flujo donde la presión en el interior de la máquina es baja; por lo que, en una bomba, estas corresponden a la

entrada de los álabes del impulsor. Las burbujas que colapsan cerca de fronteras sólidas pueden causar severos daños mecánicos por fatiga, ya que la superficie expuesta al cabo de miles de colapsos termina por erosionarse. El daño que se presenta en el material corresponde exclusivamente a un proceso físico, es decir, no hay ningún componente químico en la cavitación. Presiones del orden de 1 GPa han sido estimadas durante el colapso de la burbuja.

Además del desgaste del material, la formación de burbujas de vapor puede disminuir el espacio disponible para la conducción del líquido en el impulsor, lo cual distorsiona las líneas de flujo entre los álabes y produce una disminución en la eficiencia de la bomba.

Una característica típica de la cavitación es que la máquina produce ruidos y vibraciones fuertes, lo que representa una advertencia para el operador.

En el capítulo 1 se presentó la relación entre la temperatura y la presión absoluta de vaporización del agua (tabla 1.6), por lo que, la caracterización de la susceptibilidad del líquido a formar burbujas de vapor debe realizarse en función de la presión absoluta, la cual es función de la presión manométrica y la presión atmosférica local. La ecuación 1.9 o la tabla 1.3 permiten calcular la presión atmosférica en función de la altitud.

3.2.2 Carga de succión positiva neta (CSPN)

Para determinar la posibilidad de que en una bomba se presente la cavitación, se emplea el concepto de carga de succión positiva neta (CSPN), también conocida por su nombre en inglés: *Net positive suction head (NPSH)*.

Las zonas en las que potencialmente se puede presentar la cavitación se encuentran en el interior de la bomba, generalmente son de difícil acceso, por lo que se hace la hipótesis de que la susceptibilidad de cavitación se puede inferir indirectamente a partir de la medición de la carga en la brida de succión.

La figura 3.11 muestra una bomba que es alimentada por un almacenamiento cuya elevación es mayor que la se tiene a la entrada de la bomba. La sección 1 corresponde a la superficie libre del almacenamiento donde la presión es la atmosférica local p_{am} ; la sección 2 se considera justo aguas arriba de la entrada de la bomba, es decir, en la sección de succión de esta. En este tipo de instalación se dice que la bomba está *en carga*.

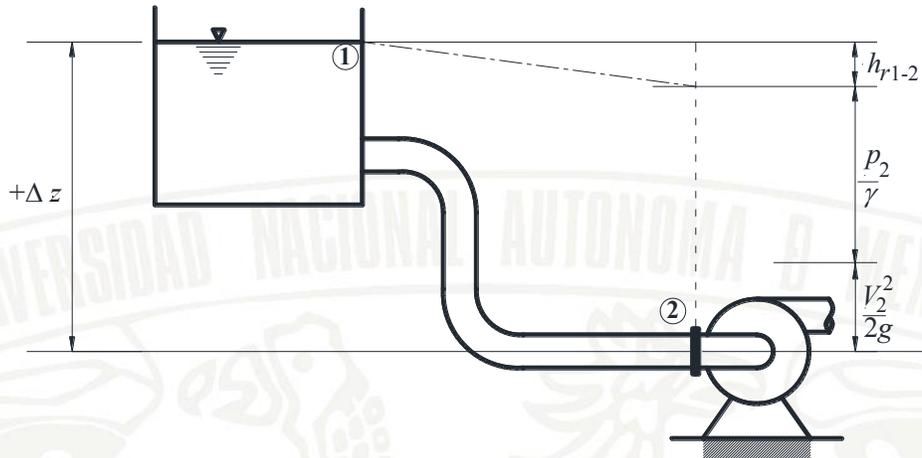


FIGURA 3.11 INSTALACIÓN DE UNA BOMBA EN CARGA

La figura 3.12 muestra otra instalación en la que el nivel del almacenamiento es menor que el de la sección de succión de la bomba, en este tipo de instalación se dice que la bomba está en *elevación o aspiración*.

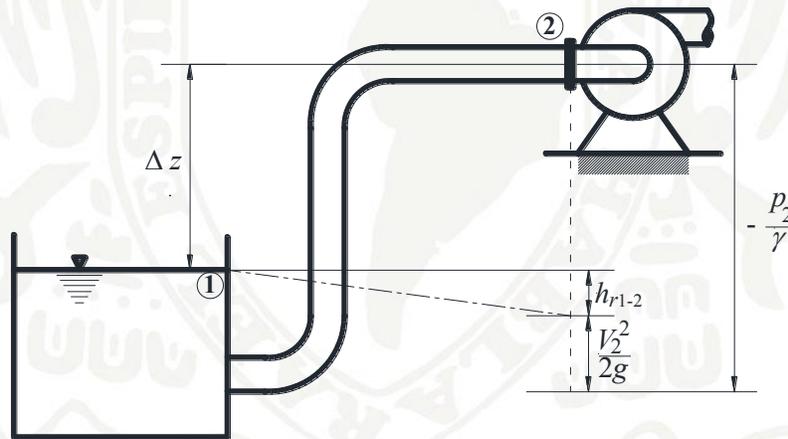


FIGURA 3.12 INSTALACIÓN DE UNA BOMBA EN ELEVACIÓN

Para cualquiera de las dos instalaciones, al plantear la ecuación de la energía entre la sección 1 del almacenamiento y la sección 2 de entrada a la bomba, se tiene

$$z_1 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{r1-2}$$

Al reacomodar términos

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = \Delta z - h_{r1-2} \quad (3.4)$$

donde $\Delta z = z_1 - z_2$.

En el caso de que $z_1 > z_2$, la bomba está en carga y el valor de Δz siempre es positivo, y cuando $z_1 < z_2$, entonces está en elevación y el valor de Δz es negativo. Esta ecuación también se puede escribir en términos de carga de presión absoluta, $\frac{p_{ab}}{\gamma} = \frac{p_{atm} + p}{\gamma}$, por lo que al sumar el término de carga de presión atmosférica a ambos lados de la ecuación se tiene

$$\frac{p_{2ab}}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = \Delta z + \frac{p_{atm}}{\gamma} - h_{r1-2} \quad (3.5)$$

El lado izquierdo de la ecuación 3.5 indica la carga disponible que se tiene en la succión de la bomba.

En una bomba, se define la carga de succión positiva neta disponible $(CSPN)_D$ como la carga hidráulica disponible en la brida de succión menos la carga de presión de vapor $\frac{p_v}{\gamma}$, en la misma sección en la brida de succión de la bomba, es decir

$$(CSPN)_D = \left[\frac{p_{2ab} - p_v}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \right] \quad (3.6)$$

Pero, de la ecuación 3.5 también se puede calcular como

$$(CSPN)_D = \left[\Delta z + \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - h_{r1-2} \right] \quad (3.7)$$

Los fabricantes determinan experimentalmente la carga de succión positiva neta mínima para que el impulsor trabaje adecuadamente, esta carga se denomina *requerida*. Para definir un umbral de presencia de cavitación, la carga de succión positiva neta requerida se asocia al efecto de disminución del 3% en la carga entregada por la bomba y se le llama *requerida al 3%*, $(CSPN)_{3\%}$. Por lo regular, se proporciona la relación $Q - (CSPN)_{3\%}$ como una de las curvas características de la bomba; esta curva depende de la velocidad angular de operación y de la forma geométrica del interior de la bomba.

La mayoría de los fabricantes omiten el subíndice, por lo que el usuario debe asumir que los datos indicados corresponden a este criterio, este es el caso de las figuras 3.9 y 3.10. Siempre que existe un criterio distinto, el fabricante lo aclara mediante una nota. La figura 3.13 muestra el efecto en la curva gasto-carga, cuando se mantiene $(CSPN)_D = (CSPN)_{3\%}$ para un gasto dado.

Para que se produzca la caída de carga de bombeo, en el interior del impulsor se debe presentar un grado avanzado de cavitación tal que perturbe al flujo. El inicio de formación de cavitación o cavitación incipiente no produce ninguna caída, por lo que esta condición no está reflejada por la $(CSPN)_{3\%}$. Para evitar que exista cavitación, es necesario guardar un margen o factor de seguridad al utilizar la $(CSPN)_{3\%}$ como referencia.

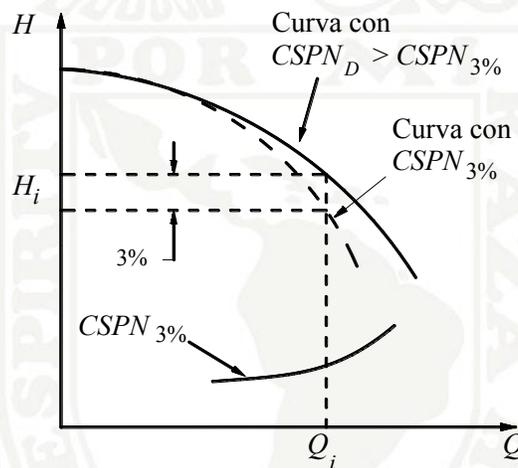


FIGURA 3.13 CURVA GASTO-CARGA, CON UNA CAÍDA EN LA CARGA DEL 3%

La experiencia indica que para evitar totalmente la cavitación se requiere en la mayoría de los casos que la $(CSPN)_D$ sea de 4 a 5 veces la $(CSPN)_{3\%}$, incluso esta relación puede alcanzar para algunos casos particulares un valor de 20 veces. Proporcionar al sistema valores tan altos de la $(CSPN)_D$ implica una diferencia de elevaciones Δz muy grande y, por tanto, lleva a diseños muy costosos. En la práctica se aceptan valores menores que si bien no evitan por completo la cavitación, permiten que la vida útil del impulsor sea aceptable.

Para asegurar una vida útil aceptable del impulsor y, por consiguiente, evitar que se altere la carga de bombeo, se requiere considerar en el diseño un factor de seguridad f_{cav} mayor que la unidad, tal que

$$(CSPN)_D \geq f_{cav} (CSPN)_{3\%} \quad (3.8)$$

es decir,

$$\left(\frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} + \Delta z - h_{r1-2} \right) \geq f_{cav} (CSPN)_{3\%} \quad (3.9)$$

donde f_{cav} depende del diseño de la bomba.

En la ecuación 3.9, el valor de Δz es positivo cuando la bomba está en carga, por lo que entre más grande sea este desnivel, menor es la posibilidad de cavitación. Para bombas en elevación, el valor de Δz es negativo por lo que el desnivel Δz está limitado. Este último tipo de arreglo prácticamente solo se emplea en instalaciones domiciliarias y jamás en sistemas de bombeo industriales, en los cuales las bombas siempre están en carga, pues se debe asegurar que para cualquier condición de operación el nivel en el almacenamiento no permita la cavitación.

Se define la carga de succión positiva neta realmente requerida o necesaria como

$$(CSPN)_R = f_{cav} (CSPN)_{3\%} \quad (3.10)$$

Al sustituir la ecuación 3.10 en la 3.9, se llega a

$$\left(\frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} + \Delta z - h_{r1-2} \right) \geq (CSPN)_R \quad (3.11)$$

Algunos fabricantes incluyen junto con la curva de la $(CSPN)_{3\%}$, otra curva de la carga de succión positiva neta realmente requerida o necesaria $(CSPN)_R$, que representa su recomendación para evitar problemas severos de cavitación. En este caso $(CSPN)_R = f_{cav\text{ fabricante}} (CSPN)_{3\%}$.

La figura 3.14 muestra las curvas características de una bomba cuyo fabricante incluye tanto $(CSPN)_{3\%}$ como $(CSPN)_R$. En esta curva se presentan las características del impulsor con y sin recorte, nótese que la eficiencia prácticamente no varía. También se observa que los valores de $(CSPN)_{3\%}$ y $(CSPN)_R$ cambian con el punto de operación, particularmente a medida que el gasto se aleja del gasto de diseño. Este comportamiento se debe a que, si la bomba opera en el punto de máxima eficiencia tiene entonces las mejores condiciones de aproximación del flujo a los álabes del impulsor. Esto ocurre en todas las bombas, por lo que siempre es necesario ampliar la revisión de la $(CSPN)_D$, no solo para el gasto nominal de operación, sino para todo el intervalo de gastos con los que se espera que opere normalmente la bomba en el sistema.

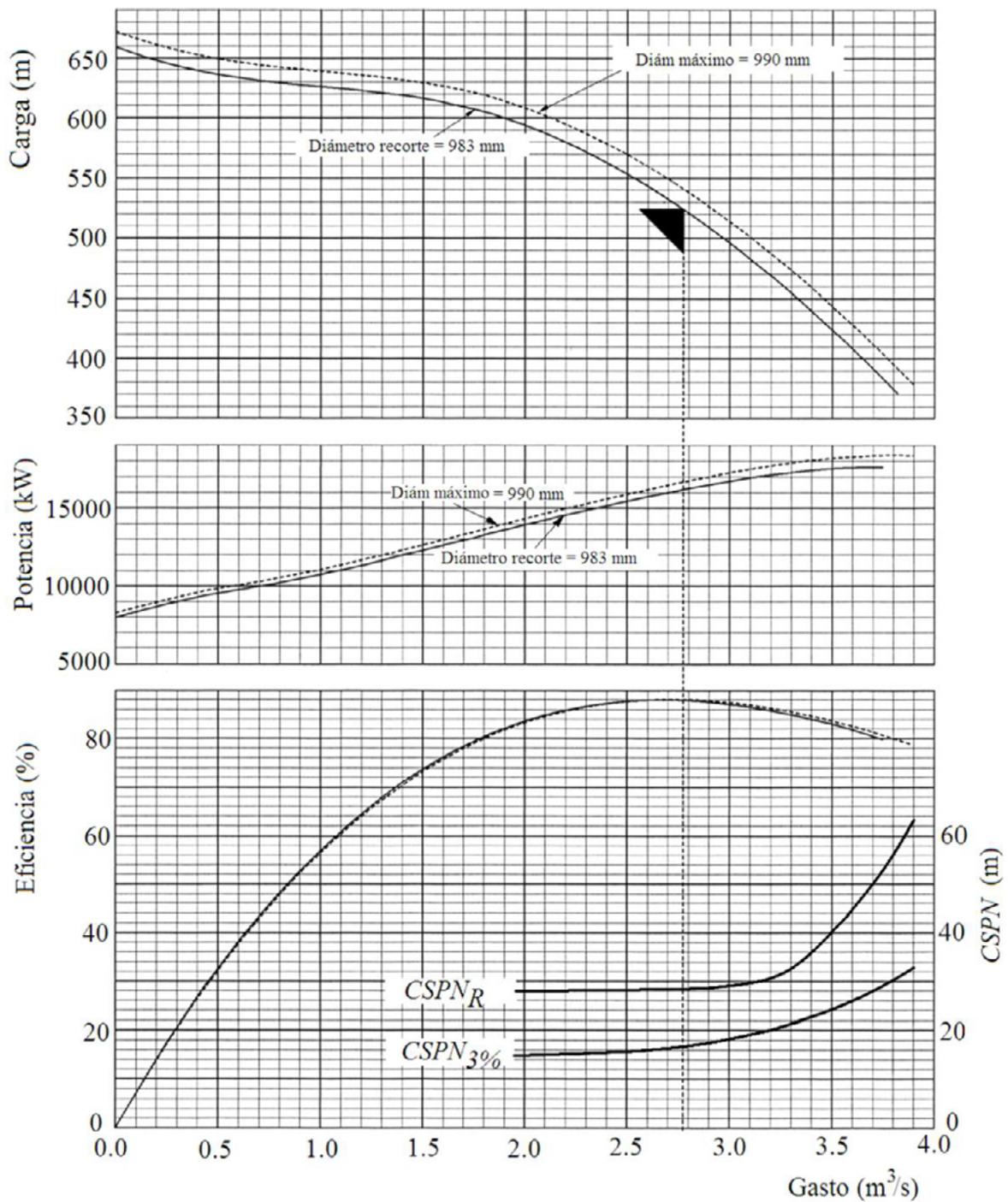


FIGURA 3.14 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE UNA BOMBA DE FLUJO RADIAL DE 3 PASOS, CON DOBLE SUCCIÓN Y 1190 rpm

De la figura 3.14, la velocidad específica correspondiente a un paso ($H = 525/3 = 175$ m) y al gasto por ojo de impulsor ($Q = 2.78/2 = 1.39$ m³/s) es $N_S = 29$ (rpm, m³/s, m) o $n_S = 1508$ (rpm, gpm, ft).

La figura 3.15 (Sulzer, 1998) muestra, para tres valores de N_S distintos y que corresponden a diferentes tipos de impulsor, el comportamiento de la $(CSPN)_{3\%}$, cuando se opera a gastos menores o mayores al de máxima eficiencia.

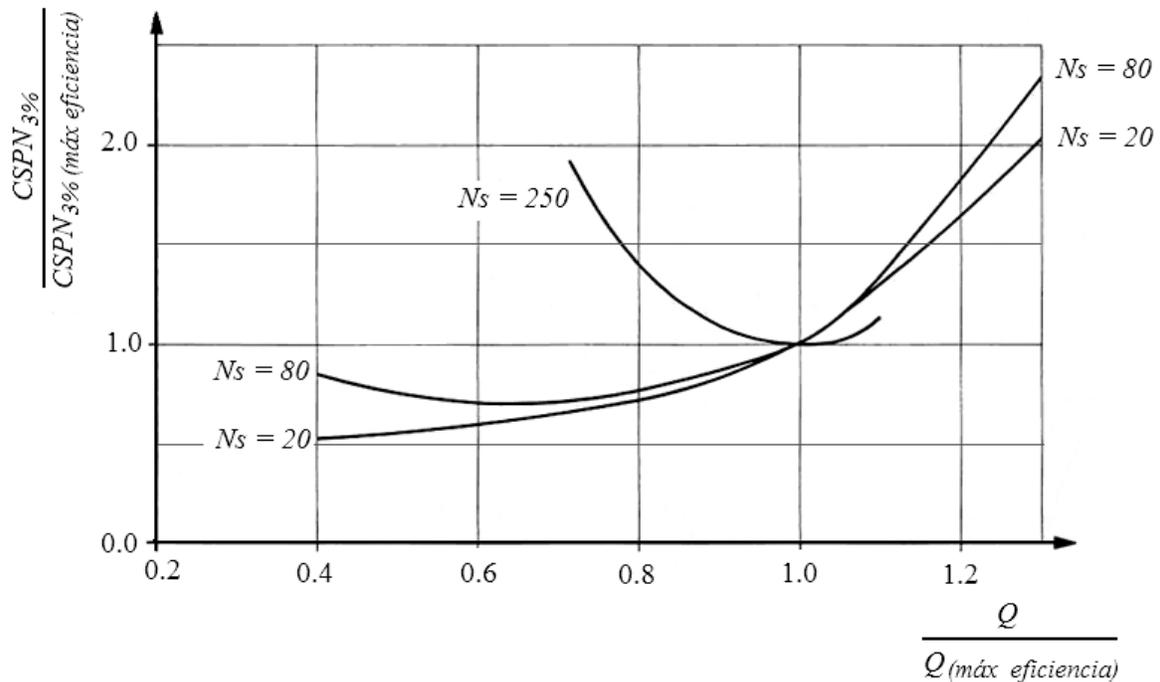
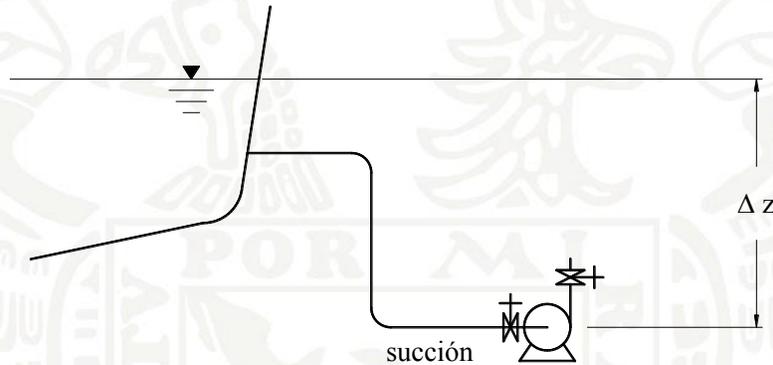


FIGURA 3.15 RELACIÓN $\frac{(CSPN)_{3\%}}{(CSPN)_{3\%(\text{máx eficiencia})}}$ PARA DIFERENTES TIPOS DE IMPULSOR

EJEMPLO 3.2

Determine la mínima diferencia de elevaciones entre el almacenamiento y la bomba, tal que no se presente cavitación. La temperatura promedio del agua es $t = 20$ °C y la altitud es de 2000 msnm. En el tramo de succión, para calcular la pérdida $h_{r,s}$, solo considere pérdidas por fricción, entrada, dos codos, y válvula. La siguiente tabla muestra los datos del conducto de succión:

D (in)	D (m)	A (m ²)	f	L (m)	ke entrada	kc codo	kv válvula
60	1.524	1.824	0.015	400	0.5	0.2	5.5



La bomba que se empleará tiene las curvas características mostradas en la figura 3.14. Considere dos condiciones de operación, $Q = 2.78 \text{ m}^3/\text{s}$ y $Q = 3.2 \text{ m}^3/\text{s}$.

Solución

En este caso el fabricante proporciona la curva de la carga de succión positiva neta realmente requerida o necesaria $(CSPN)_R$, por lo que se emplea la ecuación 3.11, en la que al despejar Δz se tiene

$$\Delta z \geq (CSPN)_R - \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} + h_{rs}$$

La presión atmosférica se calcula con la ecuación 1.9

$$p_{atm} = 101.3(1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 2000)^{5.256} = 79.43 \text{ kPa}$$

De la tabla 1.6, la presión de vapor para $t = 20^\circ\text{C}$, es 2.34 kPa, por lo que

$$\frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} = \frac{79.43 - 2.34}{9.81} = 7.86 \text{ m}$$

Las pérdidas de carga se determinan como

$$h_{rs} = \left(f \frac{L}{D} + ke + 2kc + kv \right) \frac{Q^2}{2g A^2}$$

Al sustituir valores se llega a

$$h_{rs} = \left(0.015 \frac{400}{1.524} + 0.5 + (2 \times 0.2) + 5.5 \right) \frac{Q^2}{2g \times 1.824^2}$$

$$h_{rs} = (10.337) \frac{Q^2}{65.275}$$

Para $Q = 2.78 \text{ m}^3/\text{s}$, la pérdida es

$$h_{rs} = 1.22\text{m}$$

y para $Q = 3.2 \text{ m}^3/\text{s}$, se calcula

$$h_{rs} = 1.62\text{m}$$

De las curvas características de la figura 3.14, se tiene

Q	$(CSPN)_R$
(m^3/s)	(m)
2.78	28
3.2	30.5

Por lo que la diferencia de elevaciones, para evitar cavitación debe ser, para $Q = 2.78 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\Delta z \geq 28 - 7.86 + 1.22$$

$$\Delta z \geq 21.36\text{m}$$

y para $Q = 3.2 \text{ m}^3/\text{s}$

$$\Delta z \geq 30.5 - 7.86 + 1.62$$

$$\Delta z \geq 24.26\text{m}$$

La condición más desfavorable es para $Q = 3.2 \text{ m}^3/\text{s}$, por lo que, aunque el sistema solo opere ocasionalmente con este gasto, se debe diseñar con la condición más desfavorable, es decir con $\Delta z \geq 24.61 \text{ m}$.

3.2.3 Velocidad específica de succión y valores recomendados de f_{cav}

Haciendo uso de las ecuaciones de similitud y con la hipótesis de que los diseños se realizan de manera semejante, se define la velocidad específica de succión que ayuda a determinar de forma preliminar cuál es el valor de la $(CSPN)_R$ para diversos tipos de bombas. La velocidad específica de succión se determina de acuerdo con el sistema de unidades empleado.

En el caso del sistema métrico, la velocidad específica de succión $(N_S)_S$ se calcula con N en rpm, Q en m^3/s , y $(CSPN)_{3\%}$ en metros.

$$(N_S)_S = \frac{N\sqrt{Q}}{(CSPN)_{3\%}^{3/4}} \quad (3.12)$$

En el sistema de unidades de uso común en Estados Unidos, la velocidad específica de succión $(n_S)_S$ se calcula con N en rpm, Q en gpm y $(CSPN)_{3\%}$ en ft.

$$(n_S)_S = \frac{N\sqrt{Q}}{(CSPN)_{3\%}^{3/4}} \quad (3.13)$$

Así como la velocidad específica se determina para el punto de operación con la mayor eficiencia de una familia de bombas geoméricamente semejantes, la velocidad específica de succión se determina también para el punto de máxima eficiencia, por lo que tiene un valor constante. Los factores de conversión, incluidos en las expresiones 2.63 a 2.65 para la velocidad específica, son también aplicables a la velocidad específica de succión.

Para determinar el valor de $f_{cav} = (CSPN)_R / (CSPN)_{3\%}$, cuando el fabricante solo proporciona $(CSPN)_{3\%}$ o en la etapa preliminar de diseño, se puede emplear el criterio que presentan Bloch y Budris (2006) y que se basa en un parámetro denominado energía de succión SE , el cual se define

$$SE = D_{oi} \times N \times (n_S)_S \times d_R \quad (3.14)$$

Donde D_{oi} es el diámetro del ojo del impulsor en pulgadas; N en rpm; $(n_s)_s$ en rpm, gpm, ft; d_R densidad relativa, adimensional, ($d_R=1$ en el caso del agua).

Si los datos se expresan en Sistema Métrico, se obtiene el mismo valor de SE con la expresión

$$SE = \frac{D_{oi}}{0.0254} \times N \times 51.64 (N_s)_s \times d_R \quad (3.15)$$

en que solo cambian D_{oi} en m, $(N_s)_s$ en rpm, m³/s y m.

Para los casos en que el diámetro del impulsor no se conoce, se puede emplear la siguiente aproximación:

$$D_{oi} = 0.9 D_s \text{ arreglo con impulsor en cantiliver}$$

$$D_{oi} = 0.75 D_s \text{ arreglo con impulsor entre chumaceras}$$

donde D_s es el diámetro del tubo de succión.

Según el valor obtenido de SE y el tipo de bomba, la energía de succión se clasifica en baja, alta y muy alta, según se muestra en la tabla 3.2; este parámetro se relaciona con el grado de susceptibilidad de una bomba a sufrir daños por cavitación.

En las normas del Instituto de Hidráulica de Estados Unidos (1998) se señala que pueden asociarse valores típicos de la velocidad específica de succión a distintos niveles de SE , y presenta intervalos de f_{cav} que han sido utilizados en sistemas de bombeo existentes. Estos valores se obtuvieron basándose en la experiencia de diversos fabricantes. Se ha observado que en bombas con SE alto y muy alto, operando con estos márgenes, sus elementos tales como las chumaceras y sellos, han alcanzado una vida útil razonable; sin embargo, han requerido el reemplazo frecuente de impulsores, debido a daños por cavitación (Budris, 2006). Para impedir en su totalidad el daño por cavitación sería necesario operar con un f_{cav} entre 4 o 5. El emplear estos valores puede encarecer al sistema y muchos proyectistas optan por el reemplazo de impulsores, siempre y cuando la vida útil de la bomba sea la adecuada.

La tabla 3.3 asocia valores de SE tanto para $(N_s)_s$ como para su equivalente $(n_s)_s$, y la tabla 3.4 indica los valores mínimos de f_{cav} .

TABLA 3.2 CLASIFICACIÓN DE LA ENERGÍA DE SUCCIÓN SE , (BUDRIS, 2006)

Tipo de bomba	SE		
	Baja	Alta	Muy alta
Impulsor en cantiliver	$SE < 160 \times 10^6$	$160 \times 10^6 \leq SE < 240 \times 10^6$	$SE \geq 240 \times 10^6$
Impulsor con carcasa bipartida (entre chumaceras)	$SE < 120 \times 10^6$	$120 \times 10^6 \leq SE < 180 \times 10^6$	$SE \geq 180 \times 10^6$
Bomba vertical	$SE < 200 \times 10^6$	$200 \times 10^6 \leq SE < 300 \times 10^6$	$SE \geq 300 \times 10^6$
Bomba de agua residual con 2 álabes	$SE < 100 \times 10^6$	$100 \times 10^6 \leq SE < 150 \times 10^6$	$SE \geq 150 \times 10^6$
Bomba con inductor (inducer)	$SE < 320 \times 10^6$	$320 \times 10^6 \leq SE < 480 \times 10^6$	$SE \geq 480 \times 10^6$

TABLA 3.3 CLASIFICACIÓN DE LA ENERGÍA DE SUCCIÓN EN FUNCIÓN DE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA DE SUCCIÓN (HI, 1998)

Velocidad específica de succión		SE
$(N_S)_S < 135$	$(n_S)_S < 7000$	Alta
$(N_S)_S > 387$	$(n_S)_S > 20000$	Baja

TABLA 3.4 VALORES MÍNIMOS DE f_{cav} EN FUNCIÓN DE LA ENERGÍA DE SUCCIÓN SE (HI, 1998)

SE	f_{cav}
Baja	1.1 a 1.3
Alta	1.3 a 2
Muy alta	2 a 2.5

Sulzer (1998) propone otro criterio, el cual relaciona f_{cav} directamente con la $(CSPN)_{3\%}$, según se muestra en la figura 3.16; sin embargo, no menciona a qué tipo o tipos de diseño corresponde su recomendación. Nótese en todo caso que los valores de f_{cav} son del mismo orden que los presentados en la tabla 3.4.

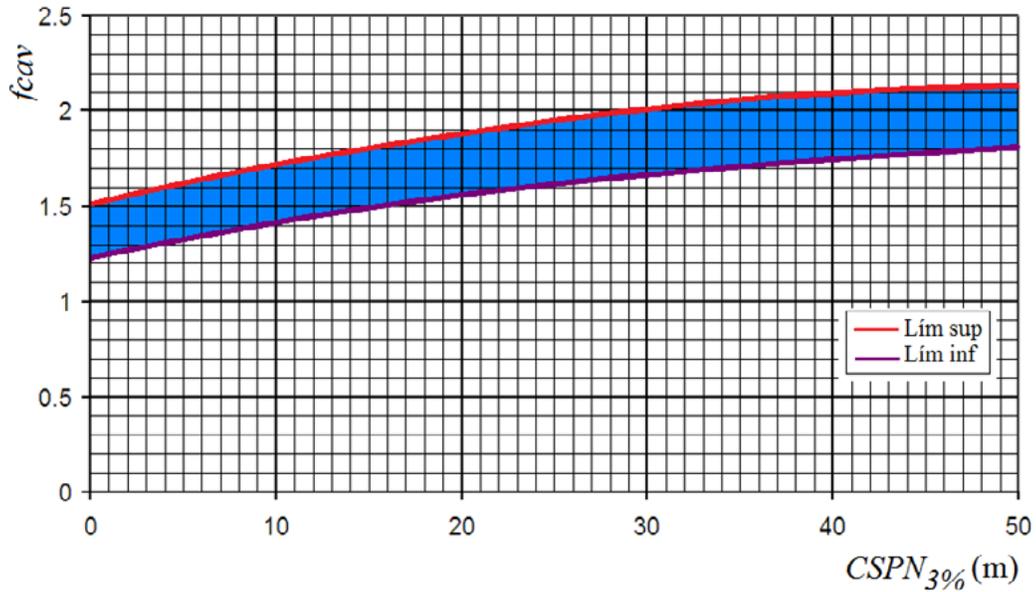


FIGURA 3.16 DETERMINACIÓN DE f_{cav} EN FUNCIÓN DE LA $(CSPN)_{3\%}$ (SULZER, 1998)

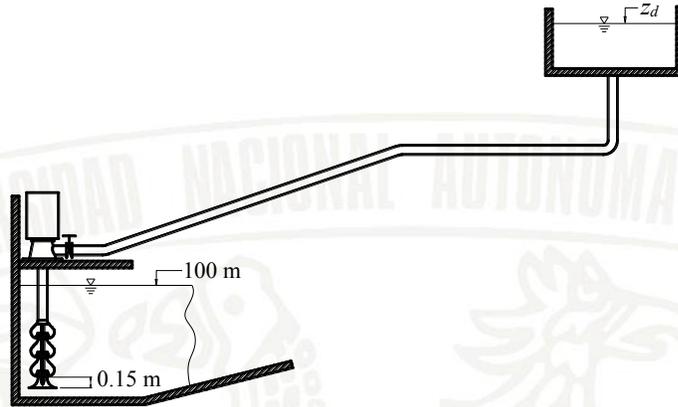
EJEMPLO 3.3

Se tiene una bomba vertical con tres etapas de impulsión. La campana de succión tiene un diámetro $D_C = 15"$. En el tubo de descarga solo se considerarán las pérdidas de carga por fricción, válvula y salida. La temperatura promedio del agua es $t = 15\text{ }^\circ\text{C}$ y la presión atmosférica del lugar es $p_{atm} = 78\text{ kPa}$. No se consideran pérdidas de energía en la campana de succión.

Si la bomba opera con su gasto de diseño y la velocidad de giro es $N=1800\text{ rpm}$, determine:

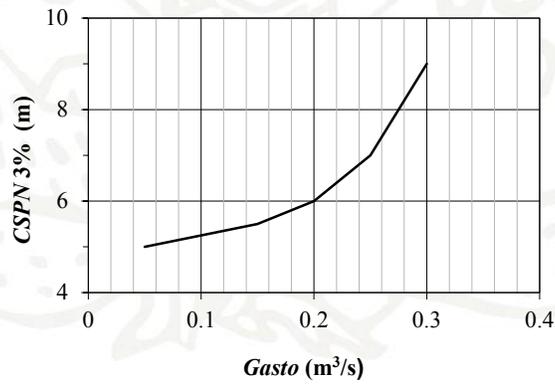
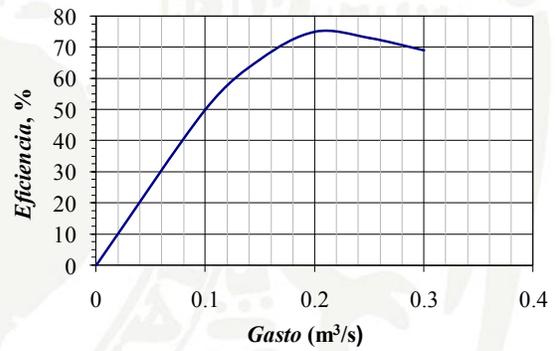
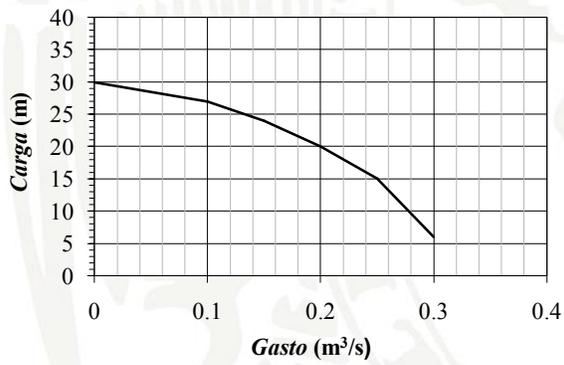
- a) La elevación de la entrada a la campana de succión z_C , tal que no se presenten problemas de cavitación.
- b) La elevación del tanque de descarga z_d .
- c) La energía requerida en 4 horas de operación; considere la eficiencia del motor eléctrico $\eta_E = 0.95$. Exprese en $\text{kW}\cdot\text{h}$.

Tubo	D (in)	L (m)	f	k_v válvula	k_s salida
Descarga	12	100	0.020	4.5	1



(La elevación es con respecto a un plano arbitrario de referencia)

Las curvas de la bomba corresponden a un impulsor



Solución

- a) De los datos de la bomba, se tiene para el punto de máxima eficiencia:
 $Q = 0.2 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 20 \text{ m}$ (por cada impulsor), $\eta_B = 75\%$, $CSPN_{3\%} = 6 \text{ m}$.

De la tabla 1.6, la presión de vapor para $t = 15^\circ\text{C}$ es 1.7 kPa , y con $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$ se tiene

$$\frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} = \frac{78 - 1.7}{9.81} = 7.78 \text{ m}$$

El diámetro y área del tubo de descarga son

$$D_d = 12 \times 0.0254 = 0.3048 \text{ m}$$

$$A_d = \frac{\pi \times (0.3048)^2}{4} = 0.0729 \text{ m}^2$$

La velocidad en el tubo de descarga cuando se presenta el gasto de diseño de la bomba es

$$V_d = \frac{Q}{A_d} = \frac{0.2}{0.0729} = 2.74 \text{ m/s}$$

La pérdida de energía en el tubo de descarga se calcula como

$$h_{rd} = \left(f \frac{L}{D} + kv + ks \right) \frac{V_d^2}{2g}$$

$$h_{rd} = \left(0.02 \frac{100}{0.3048} + 4.5 + 1 \right) \frac{2.74^2}{2g}$$

$$h_{rd} = 4.61 \text{ m}$$

La información que se proporciona corresponde a la $CSPN_{3\%}$, por lo que se requiere determinar el factor de corrección f_{cav} . Para emplear el criterio del Instituto de Hidráulica de Estados Unidos se debe determinar la velocidad específica de succión, la cual se calcula con la ecuación 3.12.

$$(N_S)_S = \frac{1800\sqrt{0.2}}{(6)^{3/4}}$$

$$(N_S)_S = 210$$

De la tabla 3.3, para $135 < (N_S)_S < 387$, se observa que el valor de la energía de succión SE , está entre baja y alta. La tabla 3.4 sugiere valores de f_{cav} entre 1.1 y 1.3 para SE baja, y valores entre 1.3 a 2 para SE alta; para este problema se elige $f_{cav} = 1.5$; con este valor y con los cálculos ya realizados, se tiene, de la ecuación 3.9

$$\Delta z \geq f_C (CSPN)_{3\%} - \frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} + h_{rs}$$

$$\Delta z \geq (1.5 \times 6) - 7.78 + 0$$

$$\Delta z \geq 1.22 \text{ m}$$

El primer impulsor está 15 cm por encima del nivel de entrada a la campana, por lo que la máxima elevación que debe tener la entrada de la campana, para evitar cavitación es

$$z_C \leq 100 - 1.22 - 0.15$$

$$z_C \leq 98.63 \text{ m}$$

Para evitar vórtices y otros efectos negativos, la diferencia de elevaciones también se debe revisar por sumergencia. Este tema se analizará en el capítulo 4.

- b) Dado que se tienen tres impulsores la carga total que adiciona la bomba es

$$H_B = 3 \times 20 = 60 \text{ m}$$

La elevación z_d se calcula planteando la ecuación de la energía entre el tanque de succión y el tanque de descarga

$$z_s + H_B = z_d + h_{rd}$$

$$100 + 60 = z_d + 4.61$$

$$z_d = 155.39 \text{ m}$$

c) La potencia hidráulica que proporciona la bomba, con $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$, es

$$P_H = \gamma QH = 9.81 \times 0.2 \times 60$$

$$P_H = 117.72 \text{ kW}$$

Por lo que, la potencia mecánica se calcula

$$P_{mec} = \frac{P_H}{\eta_B} = \frac{117.72}{0.75}$$

$$P_{mec} = 156.96 \text{ kW}$$

y la potencia eléctrica que proporciona el motor es

$$P_E = \frac{P_{mec}}{\eta_E} = \frac{156.94}{0.95}$$

$$P_E = 165.22 \text{ kW}$$

La energía consumida durante 4 horas de operación resulta

$$E = P_E t = 165.22 \times 4$$

$$E = 660.88 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

3.2.4 Valores estimados de $(CSPN)_{3\%}$

En la etapa preliminar de selección, cuando aún no se tiene disponible la curva $Q-(CSPN)_{3\%}$, es de gran utilidad determinar a qué velocidad de giro es conveniente que operen las bombas, o qué valor de Δz debe considerarse, tal que el factor f_{cav} resulte adecuado. Los valores típicos de la velocidad específica de succión, para emplearlos en la etapa preliminar de diseño, propuestos por el Instituto de Hidráulica de Estados Unidos (1998) se muestran en la tabla 3.5. En la misma tabla se presentan los valores que propone Sulzer (1998) con un enfoque más detallado que incluso clasifica los diseños de bombas para impulsores instalados en cantiliver o entre chumaceras. En los impulsores en cantiliver, el

flujo se aproxima hacia los álabes con mayor facilidad, en cambio para las bombas con impulsores entre chumaceras la flecha ocupa parte del área del ojo del impulsor y, por tanto, el flujo se aproxima con mayor dificultad. Esto se refleja en un valor $(CSPN)_{3\%}$ mayor para los impulsores entre chumaceras.

TABLA 3.5 VALORES DE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA DE SUCCIÓN QUE SE EMPLEAN EN LA ETAPA PRELIMINAR DE SELECCIÓN

Criterio	$(N_S)_S$	$(n_S)_S$
	$\frac{\text{rpm} \sqrt{\text{m}^3 / \text{s}}}{\text{m}^{3/4}}$	$\frac{\text{rpm} \sqrt{\text{gpm}}}{\text{ft}^{3/4}}$
Instituto de Hidráulica de E.U. (HI)	165	8 500
Impulsores entre chumaceras (Sulzer)	160	8 262
Impulsores en cantiliver (Sulzer)	200	10 328

Para determinar el desnivel Δz entre el tanque de succión y la bomba en la etapa preliminar del anteproyecto, cuando se tienen los siguientes datos:

Gasto, altitud, temperatura del agua, diámetro del tubo de succión, material del conducto, coeficientes de pérdidas locales

Se recomienda el siguiente procedimiento:

a) Proponer una velocidad de giro N en rpm. Por ejemplo, si el motor es de corriente alterna: 3600, 1800, 1200, etc., según la expresión 2.66; iniciando con la más alta disponible. Vale la pena mencionar que, a mayor rpm para una pareja gasto–carga, la bomba es más chica y, por tanto, más económica.

b) Proponer un valor de $(N_S)_S$, con auxilio de la tabla 3.5.

c) Con la ecuación 3.12, despejar $(CSPN)_{3\%} = \left(\frac{N \sqrt{Q}}{(N_S)_S} \right)^3$

d) Determinar f_{cav} con alguno de los criterios propuestos anteriormente.

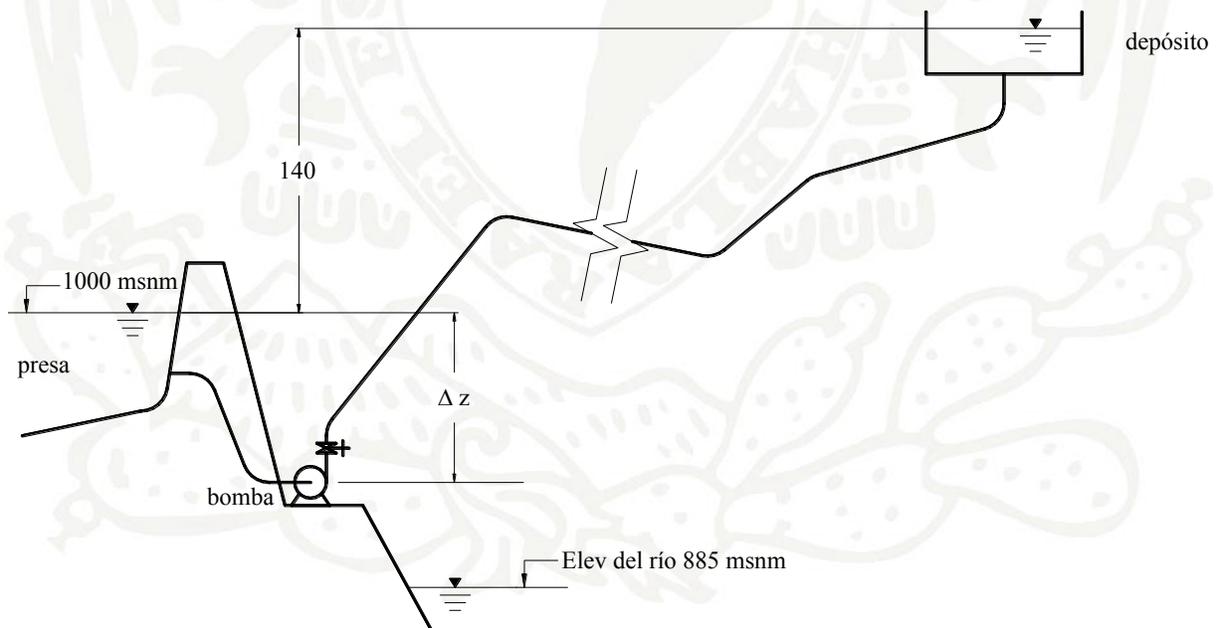
e) Despejar Δz de la ecuación 3.9.

Revisar si la estación de bombeo que se está proyectando tiene una topografía que admita colocar en un punto alto el tanque de succión (por ejemplo, en la ladera de un cerro), de manera tal que cumpla con el valor de Δz calculado, de lo contrario, se propone una velocidad de giro menor y se regresa al paso a), tantas veces como sea necesario hasta que el valor de Δz sea el adecuado.

EJEMPLO 3.4

Se va a extraer agua desde una presa, cuya elevación mínima es 1000 msnm y de ahí será bombeada y conducida a través de la ladera para ser entregada a un tanque cuya elevación se encuentra 140 m por encima del nivel mínimo de la presa. El volumen que se bombeará diariamente es de $70\,000\text{ m}^3$. Se requiere, de forma preliminar, determinar las características del equipo de bombeo que se va a instalar, teniendo en cuenta que la mínima elevación a la que se puede desplantar el eje de la bomba está en la cota 888 msnm. La temperatura promedio del agua es $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$.

Por tratarse de una conducción muy larga, la mayor pérdida de energía se debe a la fricción, y por sencillez en los cálculos solo se consideran pérdidas locales por entrada, válvula y salida.



También, preliminarmente, se propone la siguiente geometría de la conducción:

Tubo	D	D	ε	L	k_e	k_v	k_s
	(in)	(m)	(mm)	(m)			
Succión	36	0.914	1	100	1		
Descarga	36	0.914	1	8000		20	1

Solución

El área del conducto es

$$A = \frac{\pi \times (0.914)^2}{4} = 0.657 \text{ m}^2$$

Se propone utilizar una bomba con impulsor de doble succión que entregue $1.13 \text{ m}^3/\text{s}$, ($0.565 \text{ m}^3/\text{s}$ por succión); con el gasto total, el tiempo de bombeo diario sería de

$$t = \frac{70000}{1.13} = 61946 \text{ s} = 17.2 \text{ h}$$

Para el gasto propuesto, la velocidad en el conducto queda

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{1.13}{0.657} = 1.722 \text{ m/s}$$

que resulta un valor razonable.

Para determinar el valor del factor de fricción, este se estima inicialmente en la zona turbulenta y posteriormente se revisa la zona de flujo. De la ecuación 1.50, para $(\varepsilon/D) = 1/914$, en flujo turbulento el valor de f es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.71}{(1/914)}$$

$$f = 0.020$$

Para $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, de la tabla 1.6, la viscosidad cinemática es $\nu = 1 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ y el número de Reynolds resulta

$$Re = \frac{1.722 \times 0.914}{10^{-6}} = 1.574 \times 10^6$$

Se revisa la zona de flujo con la ecuación 1.48

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{(1/914)}{3.71} + \frac{2.51}{1.574 \times 10^6 \sqrt{0.020}} \right]$$

$$f = 0.0202$$

Este valor solo varía un 1.22% con respecto al estimado inicialmente, por lo que se da por bueno y ya no es necesario volver a revisar.

Si se emplea la ecuación de Swamme, se tiene

$$f = 1.325 \left[\ln \left(\frac{1/914}{3.7} + \frac{5.74}{(1.574 \times 10^6)^{0.9}} \right) \right]^{-2} = 0.0203$$

Note que los valores obtenidos con las dos ecuaciones de uso común para la zona de transición proporcionan valores prácticamente iguales, pero es más sencillo usar la ecuación de Swamme, pues conocidos el número de Reynolds y la rugosidad relativa, no hay necesidad de iterar. Para este ejemplo se continuará con $f = 0.0202$.

Las pérdidas de carga en los tubos de succión y de descarga son, respectivamente,

$$h_{rs} = \left(f \frac{L}{D} + ke \right) \frac{V^2}{2g}$$

$$h_{rs} = \left(0.0202 \frac{100}{0.914} + 1 \right) \frac{1.722^2}{2g}$$

$$h_{rs} = 0.485\text{ m}$$

$$h_{rd} = \left(f \frac{L}{D} + kv + ks \right) \frac{V^2}{2g}$$

$$h_{rd} = \left(0.0202 \frac{8000}{0.914} + 20 + 1 \right) \frac{1.722^2}{2g}$$

$$h_{rd} = 29.895 \text{ m}$$

y la pérdida de carga total es

$$h_r = 0.485 + 29.895 = 30.38 \text{ m}$$

Al plantear la ecuación de la energía entre la presa y el tanque de descarga se obtiene la carga total que debe proporcionar la bomba

$$H_B = 140 + h_r$$

$$H_B = 140 + 30.38$$

$$H_B = 170.38 \text{ m}$$

La presión atmosférica se calcula con la ecuación 1.9

$$p_{atm} = 101.3(1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 1000)^{5.256} = 89.83 \text{ kPa}$$

De la tabla 1.6, la presión de vapor para $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, es 2.34 kPa, por lo que

$$\frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} = \frac{89.83 - 2.34}{9.81} = 8.92 \text{ m}$$

Se analizarán tres velocidades de giro: $N = 3600, 1800$ y 1200 rpm. Como se está en una etapa preliminar de diseño, se propone un valor de velocidad específica de succión. De la tabla 3.5, con el criterio del HI, se tiene

$$(N_S)_S = 165$$

Según la tabla 3.3, este valor de $(N_S)_S$ corresponde a una SE entre baja y alta, y de la tabla 3.3, para SE entre baja y alta se podría elegir un valor mínimo de $f_{cav} = 1.3$. Si se emplea el criterio Bloch, como aún no se conocen las dimensiones del impulsor, se puede considerar

$D_{oi} = 0.75 D_s$, que corresponde a un arreglo con impulsor entre chumaceras con doble succión.

$$D_{oi} = 0.75 \times 0.914 = 0.685 \text{ m}$$

El valor de SE se calcula con la ecuación 3.15

$$SE = \frac{D_{oi}}{0.0254} \times N \times 51.64 (N_s)_s \times d_R$$

Para $N = 3600$ rpm

$$SE = \frac{0.685}{0.0254} \times 3600 \times 51.64 \times 165 \times 1 = 827 \times 10^6$$

Para $N = 1800$ rpm

$$SE = \frac{0.685}{0.0254} \times 1800 \times 51.64 \times 165 \times 1 = 413 \times 10^6$$

Para $N = 1200$ rpm

$$SE = \frac{0.685}{0.0254} \times 1200 \times 51.64 \times 165 \times 1 = 275 \times 10^6$$

De la tabla 3.2, para un impulsor entre chumaceras, a todos los valores de SE calculados le corresponde una energía de succión muy alta, y de la tabla 3.4, los valores de f_{cav} están entre 2 y 2.5. Para esta etapa preliminar de diseño se elige un valor de $f_{cav} = 2$.

Para realizar los cálculos de Δz para cada valor de N , de la ecuación 3.12 se tiene,

$$(CSPN)_{3\%} = \left(\frac{N \sqrt{0.565}}{165} \right)^{\frac{4}{3}}$$

y de la 3.9

$$\Delta z \geq 2(CSPN)_{3\%} - 8.92 + 0.485$$

$$\Delta z \geq 2(CSPN)_{3\%} - 8.435$$

Para clasificar el tipo de impulsor, se emplea la expresión 2.60

$$N_s = \frac{N\sqrt{0.565}}{170.11^{3/4}}$$

Cabe aclarar que se considera un impulsor de doble succión por lo que en el cálculo de N_s y $(N_s)_s$ se emplea la mitad del gasto de la bomba. Al sustituir para cada N , se tiene

N (rpm)	$(CSPN_{3\%})$ (m)	$f_{cav} (CSPN)_{3\%}$ (m)	Δz (m)	N_s (rpm, m ³ /s, m)
3600	41.66	83.32	74.88	57.45
1800	16.53	33.06	24.63	28.72
1200	9.63	19.26	10.82	19.15

De la figura 2.29 se observa que, para las diferentes velocidades específicas propuestas en la tabla anterior, la primera corresponde claramente a un impulsor de tipo mixto, la segunda corresponde al límite entre mixto y radial y la tercera es radial. En la figura 2.30 se muestra que para $Q = 0.565 \text{ m}^3/\text{s}$ y con las velocidades específicas propuestas, puede esperarse una buena eficiencia (mayor o igual al 85%), por lo que cualquier opción se podría considerar aceptable, aunque no tiene caso dar una sumergencia tan grande (74.88 m) como la que se tiene para $N = 3600 \text{ rpm}$, por lo que son mejores las otras dos opciones. Finalmente, para cada velocidad de giro se encuentra la máxima elevación a la que se debe colocar el eje de la bomba para evitar problemas de cavitación.

N [rpm]	Δz [m]	z
3600	74.88	925.12
1800	24.63	975.37
1200	10.82	989.18

Al analizar los valores de Δz , es evidente que, desde el punto de vista de la instalación la mejor condición es para $N = 1200 \text{ rpm}$. Sin embargo, la bomba resulta ser más pequeña a medida que

aumenta su velocidad de giro y por tanto más barata. Dado que la elevación máxima, según el estudio hidrológico del río es 885 msnm, cualquiera de las tres velocidades de operación es factible y entonces se debe tomar la decisión determinando lo que resulte económicamente más conveniente al sumar el costo de la bomba más el de la instalación.

3.3 TIPOS DE ACCIONAMIENTO DE UNA BOMBA

El tipo de accionamiento de una bomba se refiere al elemento motriz que le imparte la energía requerida para moverla. Las bombas pueden estar accionadas por motores eléctricos, turbinas de vapor, motores de combustión interna, etc., sin embargo, la gran mayoría de las veces se encuentran acopladas a motores eléctricos de corriente alterna que operan a velocidad constante. Esto se debe a que el arreglo resulta sencillo y, por tanto, económico.

Las bombas acopladas a motores de combustión interna son usadas, por lo general, en situaciones emergentes, donde el funcionamiento no debe depender de la existencia de suministro de energía eléctrica, por ejemplo: plantas contra incendio, control de inundaciones, etc., también son de uso común en instalaciones temporales como el achique en excavaciones durante la construcción.

Cuando se requiere hacer ajustes de gasto o carga de gran magnitud, una alternativa eficiente es accionar las bombas a velocidad variable. Para este propósito se les puede colocar variadores mecánicos de velocidad, motores eléctricos de corriente directa, o de corriente alterna con variadores de velocidad (variador de frecuencia), etc., aunque ello implica una mayor complejidad y, por tanto, un mayor costo.

3.3.1 Principio de operación de un motor de corriente alterna

En México, la energía eléctrica de corriente alterna se genera y distribuye a una frecuencia de 60 Hz. Las líneas de transmisión conducen y suministran la energía eléctrica a través de tres conductores o fases (líneas trifásicas).

Los motores eléctricos de corriente alterna para potencias medias y grandes (potencias mayores a 1 hp), se fabrican por lo regular con arreglos de alimentación de tipo trifásico. Estos arreglos constituyen una forma compacta y eficiente que permite el suministro de la energía requerida. En cambio, los motores pequeños (de potencia menor o del orden de 1 hp), normalmente son

monofásicos, es decir, se conectan entre una sola fase y el neutro. Estos motores por lo regular operan a una velocidad cercana a 3600 rpm y por costumbre se les llama motores fraccionarios.

Dado que en los sistemas de bombeo el motor trifásico se usa con mucha frecuencia, se expondrá una breve explicación de su funcionamiento. El motor monofásico funciona de manera similar al trifásico, solo que en este caso se tienen dos bobinas en el estator que se conectan a una sola fase.

El motor eléctrico de corriente alterna está compuesto por un estator que produce un campo magnético que rota en su interior y un rotor que trata de seguirlo. El esquema del motor es opuesto al del generador de corriente alterna por lo que, para comprender su funcionamiento básico conviene primero plantear la forma en que opera un generador de corriente alterna.

En su esquema más simple, el generador de corriente alterna posee un imán permanente con un par de polos magnéticos (norte y sur) que es sostenido por una flecha que gira a velocidad angular constante (ver lado izquierdo de la figura 3.17).

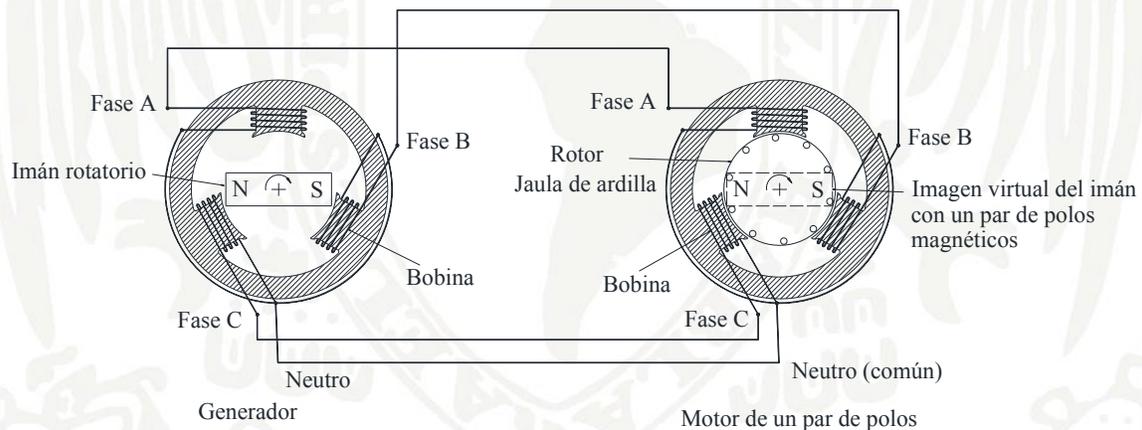


FIGURA 3.17 ESQUEMA DE CORRIENTE ALTERNA

Los polos magnéticos giran en el interior del estator del generador, provocando que, a través de este, se establezca un flujo magnético fluctuante. En el estator se ubican tres bobinas, una por cada fase, en las que se induce una corriente alterna proporcional a la variación del flujo magnético. Ahora bien, se ha concluido que el sistema se optimiza si se disponen tres bobinas independientes colocadas a cada 120° . Cada fase conduce una corriente con un desfase en el tiempo, respecto a las otras dos, de un tercio del tiempo en que transcurre un ciclo completo.

En el esquema mostrado se ejemplifica un arreglo tipo estrella, donde las tres puntas interiores de las tres bobinas se unen para formar la conexión denominada *neutro*. La corriente que circula por el neutro tiende a ser nula cuando las corrientes de cada fase tienen el mismo valor.

El esquema básico del motor de inducción tiene tres bobinas similares a las del generador, que al ser conectadas a las tres fases de alimentación (de manera simétrica a las conexiones del generador), reproducen en su interior un campo magnético rotatorio que es una imagen virtual del imán del generador.

El motor tiene en su interior, en vez de un imán, un par de discos sostenidos por la flecha a la que están conectados entre sí, por conductores que van de la periferia del primer disco al otro, de manera semejante a una jaula de ardilla, (a este tipo de motores se le conoce como tipo jaula de ardilla). El interior de la jaula se rellena con láminas de acero aisladas que ayudan a darle resistencia estructural y a guiar el flujo magnético provocado por las bobinas del estator. La jaula de ardilla forma un circuito conductor con espiras cerradas que, al someterse a la rotación del campo magnético induce sobre él una corriente muy alta que a su vez produce un campo magnético que se opone al original y, en consecuencia, se genera un par que lo hace girar tratando de seguir al campo magnético generado por el estator. De esta forma, el motor entrega un par que resulta proporcional a la diferencia de velocidad entre el rotor y el campo magnético. A esta diferencia de velocidad se le denomina deslizamiento. La velocidad de giro del campo magnético generado por la bobina se le denomina velocidad síncrona.

Para la mayoría de los diseños de un motor de inducción, el valor del deslizamiento puede ser del orden de 0.01 al 0.05 de la velocidad síncrona correspondiente (1 a 5%). Esto implica que, si la frecuencia de alimentación es de 60 Hz y el motor es de un par de polos, entonces la velocidad máxima de giro debe ser cercana a 3600 rpm.

Existen variantes del motor anterior en los cuales se multiplica el esquema básico de las tres bobinas con lo que se produce una imagen virtual de un imán con un mayor número de pares de polos. De esta manera, para que el rotor del motor dé una vuelta completa, es necesario que la corriente alterna termine un número de ciclos igual al número de pares de polos. La figura siguiente ejemplifica el caso de un motor donde las bobinas del estator se han duplicado y, por tanto, se produce una imagen virtual con dos pares de polos.

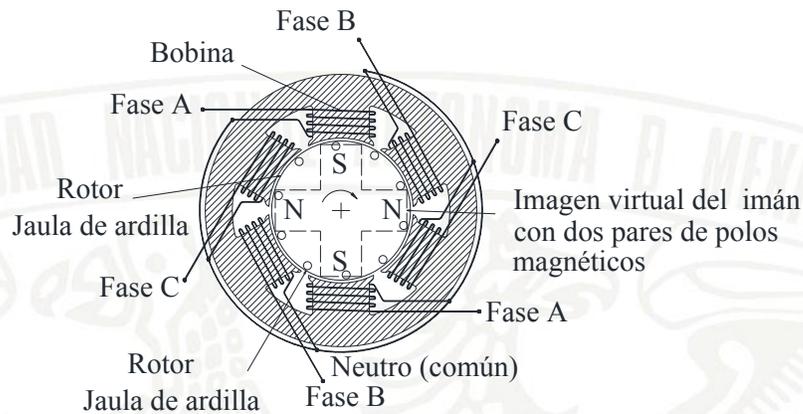


FIGURA 3.18 MOTOR CON DOS PARES DE POLOS

La única limitante para incrementar el número de pares de polos está dada por el espacio disponible en el estator, siendo mayor la posibilidad de aumentar dicho número a medida que el motor crece en tamaño. Los diseños modernos entrelazan las bobinas logrando así optimizar el espacio disponible.

En general, si la frecuencia de la corriente que alimenta al motor es f (Hz), su velocidad de giro será dada por la ecuación 2.66.

Cabe notar que el valor del deslizamiento depende del par entregado y puede variar dependiendo del diseño del motor; sin embargo, la mayoría de los motores empleados tienen diseños similares y, por tanto, deslizamientos parecidos. La tabla 3.6 indica valores típicos de motores comerciales que operan en condiciones nominales de potencia entregada (estos motores corresponden a una corriente con una frecuencia de 60 Hz).

Es común encontrar motores que se fabriquen con la normatividad (NEMA). Esta normatividad (utilizada en EUA) está dictaminada por la National Electrical Manufacturers Association y clasifica los diseños mediante las letras de la A a la V. La mayoría de motores para bombas de agua corresponden a la clasificación NEMA B con un máximo de 0.05 (5%) de deslizamiento permitido. Por lo regular, los fabricantes de motores indican en la placa cuál es la clasificación que le corresponde.

TABLA 3.6 VALORES TÍPICOS DE MOTORES COMERCIALES

Velocidad de giro (rpm)			No. de pares de polos
Síncrona	Rotor	Deslizamiento	
3600	3550	0.014	1
1800	1770	0.017	2
1200	1180	0.017	3
900	885	0.017	4
720	710	0.014	5
600	585	0.025	6
514.3	505	0.018	7

En algunas aplicaciones, sobre todo en aquellas de gran tamaño, resulta conveniente utilizar motores de velocidad síncrona, ya que presentan algunas ventajas asociadas al suministro de energía eléctrica. Estos son un tipo de motores de corriente alterna que se caracterizan por mantener su velocidad angular constante e igual a la velocidad síncrona para cualquier par de accionamiento; sin embargo, el funcionamiento de estos motores se sale del alcance de este texto y solo se mencionan como una posible opción para el accionamiento de una bomba.

3.3.2 Bombas accionadas con motores de velocidad variable

El accionamiento con motores de velocidad variable es cada vez más común debido a que implican grandes ventajas y pueden representar, por ejemplo, ahorros importantes en la reducción del volumen de los cárcamos de bombeo.

Los motores de corriente alterna con variador de frecuencia electrónicos demandan mucho menor corriente de arranque y pueden constituir el esquema más económico. Los motores de corriente directa son una buena opción para tamaños pequeños, pero resultan más costosos y poco prácticos cuando las aplicaciones crecen en tamaño. Por su parte, los variadores de velocidad mecánicos están limitados tanto en tamaño como en potencia y por lo regular disipan mucha energía, es por esto que la eficiencia de funcionamiento es mucho menor a la de los variadores de frecuencia electrónicos.

La ventaja principal de este esquema es que la velocidad de accionamiento es ajustada de manera tal, que puede adaptarse la carga y el gasto bombeado, sin requerir el seccionamiento de la válvula de descarga.

Es importante, además, considerar las condiciones en las que se quiere operar la bomba. Por lo regular, los motores se fabrican para tres condiciones ambientales posibles:

- A prueba de goteo: motor abierto con ranuras de ventilación construido de manera tal que no puedan penetrar en su interior gotas de líquido o partículas sólidas que caigan con un ángulo menor a 15° medidos respecto a la vertical.
- Totalmente cerrado con ventilación forzada de enfriamiento: motor totalmente cerrado, excepto por los ductos de ventilación que pueden estar conectados a un ventilador externo o a uno movido por el propio motor.
- A prueba de explosión: motor diseñado para resistir la explosión de algún gas inflamable a su alrededor. Este siempre deberá trabajar a temperaturas que prevengan la ignición de gases en ambientes inflamables.

También hay que definir la posición en la que opere el motor en el equipo de bombeo, siendo esta horizontal o vertical respecto a su eje. La mayoría de los motores de uso común están diseñados para operar con el eje horizontal y los verticales corresponden a diseños especiales destinados a su uso en bombas también de eje vertical. Por lo regular, estos motores toman el empuje axial de los elementos rotatorios de la bomba. En estos últimos es común que el motor se fabrique con la flecha hueca, de forma que permita alojar en su interior la flecha del equipo de bombeo y permita ajustar su elevación.

Para bombas de tipo radial (N_S pequeños) y mixto (N_S medios), su potencia de accionamiento crece con el gasto y, por tanto, se recomienda arrancarlas a válvula cerrada. En cambio, para bombas de tipo axial, la potencia demandada tiende a disminuir a medida que el gasto crece, de aquí resulta que, a diferencia de las otras dos, estas se deban arrancarse a la válvula de descarga abierta. Cabe aclarar que estas últimas deben evitar ser operadas a válvula cerrada ya que, si el motor fue dimensionado para gastos cercanos al gasto de diseño, el operarlo a un gasto menor puede implicar sobrecargarlo.

La potencia mecánica entregada por un motor se calcula como el par entregado en su flecha por su velocidad angular. Entonces, para una misma potencia, al disminuir la velocidad angular, el par debe incrementarse y, por tanto, la flecha tiende a ser de mayor diámetro. Además, para disminuir la velocidad de giro de un motor de inducción de corriente alterna, se aumenta el número de pares de polos, por tanto, el motor tiende a ser de mayor tamaño. Esto implica que entre menor sea la velocidad de un motor este deberá ser más robusto.

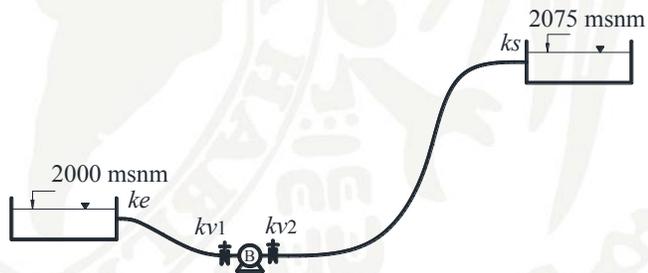
Así, se puede concluir que para una potencia dada el motor más económico siempre será el que tiene el menor número de bobinas en su estator y, por consiguiente, la mayor velocidad angular disponible.

3.4 EJERCICIOS PROPUESTOS

Salvo aclaración, en todos los problemas considere la viscosidad cinemática $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Ejercicio 3.1 El sistema de bombeo que se muestra tiene los siguientes datos:

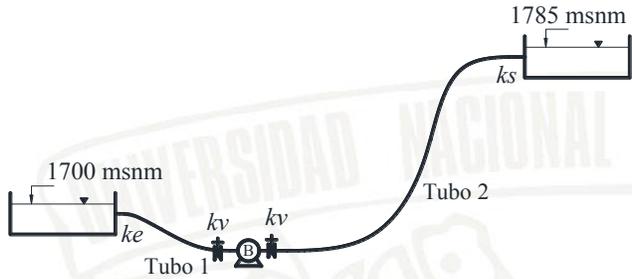
Tubo	D	L	f	k_e	k_v	k_s
	(m)	(m)				
Succión	0.9	300	0.015	0.5	5	
Descarga	0.85	5000	0.015		?	1



La curva de la bomba se aproxima a la ecuación $H_B = 99 - 31Q^2$ (Q en m^3/s y H en m). La velocidad de giro es $N = 900 \text{ rpm}$, la temperatura promedio del agua es de $20 \text{ }^\circ\text{C}$, y en el punto de máxima eficiencia se tiene $Q = 0.7 \text{ m}^3/\text{s}$, $CSPN_{3\%} = 10.0 \text{ m}$ y $\eta = 81\%$.

- Determine el coeficiente de válvula k_{v2} del tramo de descarga, tal que el gasto proporcionado sea el de máxima eficiencia.
- Calcule la energía, en joule y kilowatt-hora, que se consume para bombear un volumen de $28\,000 \text{ m}^3$, considere $P_{mec} = P_E$.
- Calcule el nivel máximo de la brida de succión tal que no se presente cavitación. Emplee los criterios de HI, Sulzer y Budris. Indique el valor de f_{cav} que seleccionó para cada caso. Compare los resultados y comente las diferencias obtenidas en los mismos.

Ejercicio 3.2 Para el sistema de bombeo que se muestra y los siguientes datos, calcule:

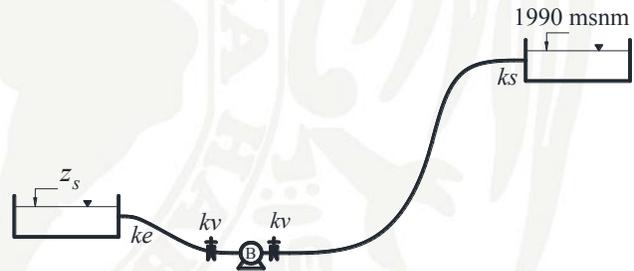


Tubo	D	L	f	ϵ	k_e	k_v	k_s
	(m)	(m)		(mm)			
1	1.27	300	0.014		0.5	4	
2	1.22	9000		1.2		15	1

- El gasto cuando $H_B = 105.5$ m.
- La máxima elevación de la brida de succión tal que no se presenten problemas por cavitación. La bomba es de doble succión. Indique el criterio que seleccionó. $p_v = 2$ kPa, $N = 900$ rpm.

Ejercicio 3.3 Los datos del sistema de bombeo que se muestra son:

Tubo	D	L	f	ϵ	k_e	k_v	k_s
	(m)	(m)		(mm)			
Succión	1.12	200	0.012		0.5	2.94	
Descarga	1	9000		1		25	1



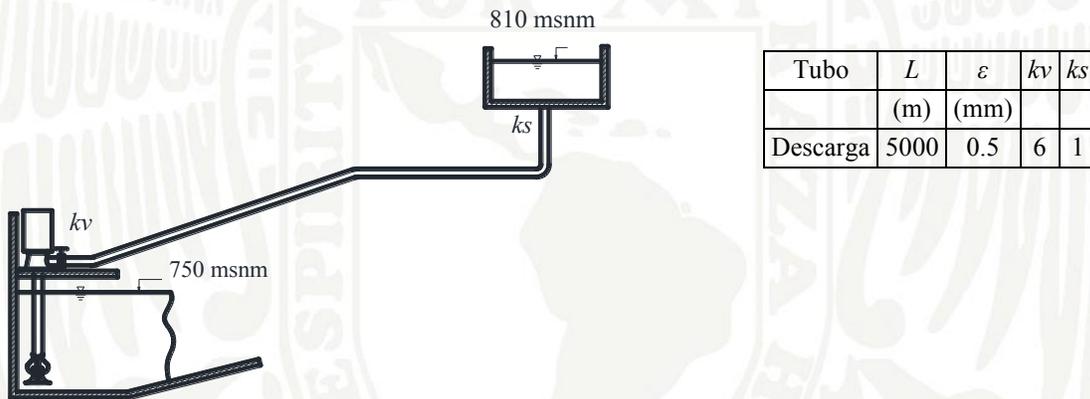
La curva de la bomba que se va a emplear se aproxima a la ecuación $H_B = 120 - 3.8Q^2$ (Q en m^3/s y H en m) y en el punto de máxima eficiencia $Q = 1.2$ m^3/s y $\eta_B = 0.85$.

Con base en estos datos del sistema:

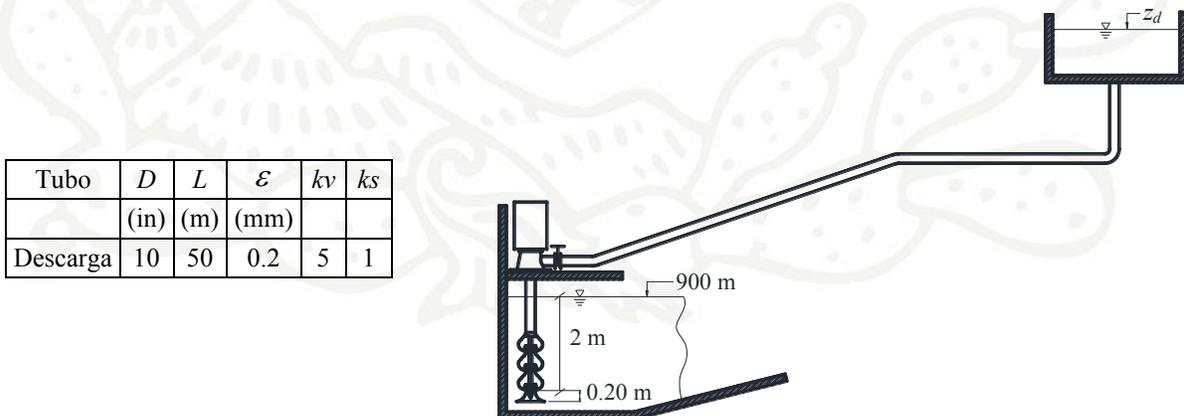
- Determine la elevación z_s en el tanque de succión cuando se presenta el gasto de máxima eficiencia.
- Considere $\eta_{ME} = 0.95$ y calcule la energía consumida para bombear 80000 m^3 .
- La casa de bombas no debe estar por debajo de la elevación 1880 m; analice qué velocidad de giro es conveniente (900 , 1200 o 1800 rpm), tal que no se presenten problema de cavitación de la bomba e indique la máxima elevación de la brida de succión $p_v = 1.8$ kPa.

Ejercicio 3.4 Se va a construir una planta de bombeo para tomar $Q = 0.75 \text{ m}^3/\text{s}$ de un río y de ahí llevar el agua a un tanque alto de distribución. La conducción es muy larga y solo se consideran pérdidas por fricción, válvula y salida. Se proponen instalar una bomba vertical con $N = 900 \text{ rpm}$. Para la etapa preliminar del proyecto:

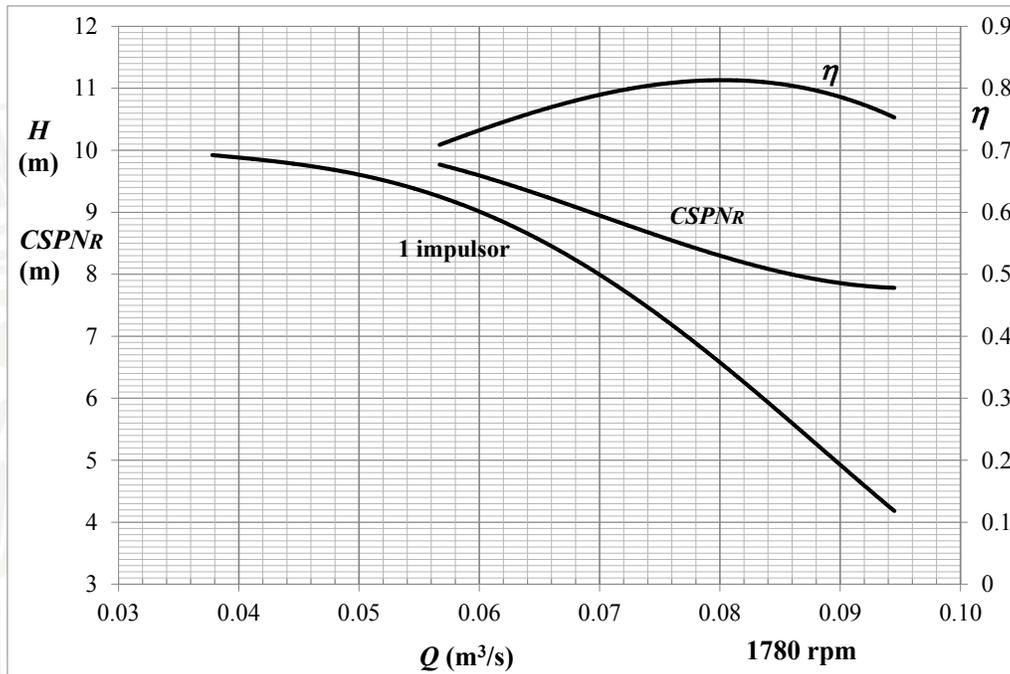
- Proponga un diámetro de la conducción, múltiplo de 5 cm, tal que la velocidad esté cercana a 1.5 m/s.
- Determine el tipo de bomba que emplearía si el gasto indicado y su carga corresponden al punto de máxima eficiencia.
- La elevación en la entrada de la campana es $z_c = 747 \text{ msnm}$, el impulsor queda 15 centímetros arriba de la misma; revise si se presentan problemas por cavitación. La temperatura promedio es de $22 \text{ }^\circ\text{C}$.



Ejercicio 3.5 Una bomba vertical con tres impulsores se instala en un cárcamo en el que la temperatura promedio del agua es de $21 \text{ }^\circ\text{C}$. Los datos de la instalación son:



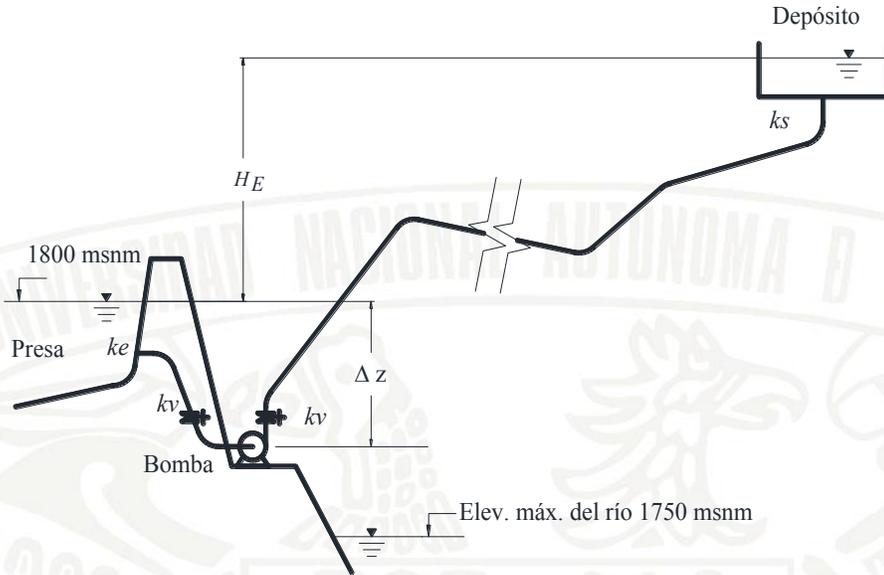
La curva mostrada corresponde a un impulsor. Los valores de la carga de bombeo y de la $CSPN_R$ se leen en el eje del lado izquierdo y los de la eficiencia, en decimal, en el lado derecho.



Los gastos de operación de la bomba varían entre 0.07 y 0.08 m^3/s . Para cada uno de estos gastos:

- Determine la elevación z_d en el tanque de descarga.
- La energía requerida para entregar 4000 m^3 . Considere la eficiencia del motor eléctrico igual a 0.96.
- Calcule la $CSPN_D$ y revise si se presentan problemas por cavitación. La diferencia de elevaciones entre el nivel del agua del cárcamo y el primer impulsor es de 2 m.

Ejercicio 3.6 Se va a extraer agua desde una presa, cuya elevación mínima es 1800 msnm y de ahí será bombeada y conducida a través de la ladera para ser entregada a un tanque cuya elevación se encuentra 140 m por encima del nivel mínimo de la presa. El volumen que se bombeará diariamente es de 80000 m^3 . La mínima elevación a la que se puede desplantar el eje de la bomba está en la cota 1760 msnm. La temperatura promedio del agua es $t = 20$ °C. La bomba es de succión simple.



Los datos del sistema son:

Tubo	D	f	L	k_e	k_v	k_s
	(m)		(m)			
Succión	0.91	0.018	200	0.5	2	
Descarga	0.91	0.020	8500		18	1

Por tratarse de una conducción muy larga, la mayor pérdida de energía se debe a la fricción, y por sencillez en los cálculos solo se consideran pérdidas locales por entrada, válvula y salida. Se analizarán dos casos: en el primero, la velocidad en la conducción es de 1.5 m/s y en el segundo, de 2 m/s.

Para cada caso:

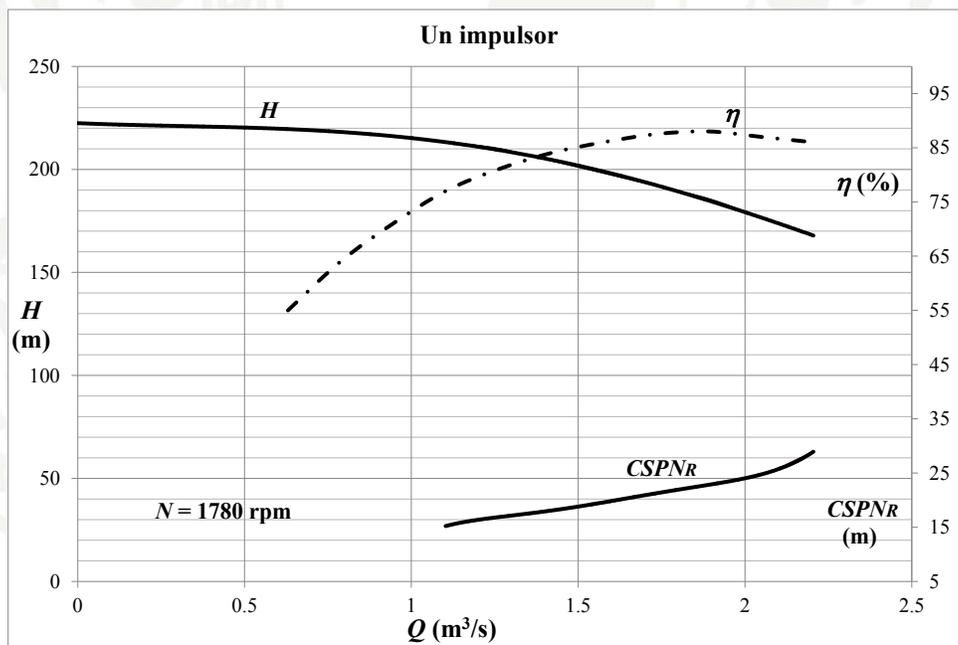
- Determine gasto y tiempo de bombeo para proporcionar el volumen requerido.
- Determine, de forma preliminar, las características del equipo de bombeo que se va a instalar (gasto, carga, N , tipo de impulsor), y la elevación en la que se pondrá la bomba, de tal forma que no se presenten problemas de cavitación. Indique el procedimiento que empleó para determinar la $CSPN_R$.
- Considere una eficiencia global motor eléctrico-bomba = 0.85, y calcule la energía que se consume para proporcionar el volumen requerido.

Ejercicio 3.7 Se hicieron modificaciones al proyecto del ejercicio 3.6 y ahora, la carga estática será de 180 m. El volumen que se bombeará diariamente es de 90000 m^3 . Los valores de los diámetros, longitudes, factores de fricción y los coeficientes de pérdida local, no cambian.

- Proponga un diámetro de conducción (múltiplo de cinco centímetros), tal que la velocidad se encuentre entre 1.2 y 1.8 m/s. El tiempo de bombeo deberá ser de entre 18 y 22 horas. Indique los valores de gasto, carga y potencia hidráulica que correspondan a los valores propuestos, así como la energía que se consume para proporcionar el volumen requerido si $\eta_{GB} = 0.85$.
- Determine, de forma preliminar, las características del equipo de bombeo que se va a instalar (N , tipo de impulsor), y la elevación en la que se pondrá la bomba, tal que no se presenten problemas de cavitación. Indique el procedimiento que utilizó para determinar la $CSPNR$.

Nota: Este problema acepta diferentes soluciones correctas, pues estas dependen de los datos propuestos en el inciso a).

Ejercicio 3.8 La figura muestra las curvas características de un impulsor con el cual se va a construir una bomba de doble succión.



CURVAS CARACTERÍSTICAS DEL IMPULSOR

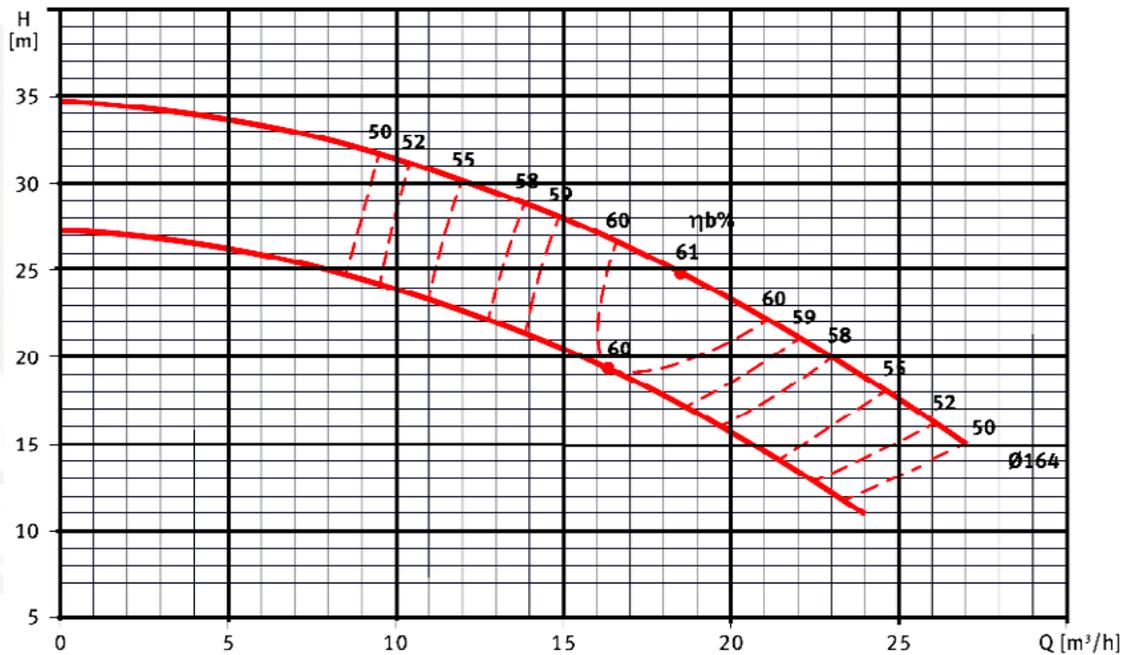
Con base en los datos de la figura:

- a) Calcule la velocidad específica y clasifique el impulsor.
- b) Construya las curvas características de la bomba de doble succión. Presente en tamaño carta incluyendo las curvas $Q - H$, $Q - \eta$ y $Q - CSPN_R$. Antes de graficar, le conviene ordenar los datos de esta forma:

1 impulsor				Doble succión
Q (m^3/s)	H_B (m)	η %	$CSPN_R$ (m)	Q (m^3/s)

Ejercicio 3.9 Una bomba centrífuga horizontal, de flujo radial, tiene las siguientes condiciones de diseño: $Q_a = 18.5 m^3/h$, $Q_D = 18.5 m^3/h$, $H_D = 25 m$, $N = 2900 rpm$ y $\phi_{m\acute{a}x} = 164 mm$.

La curva carga-gasto correspondiente es:

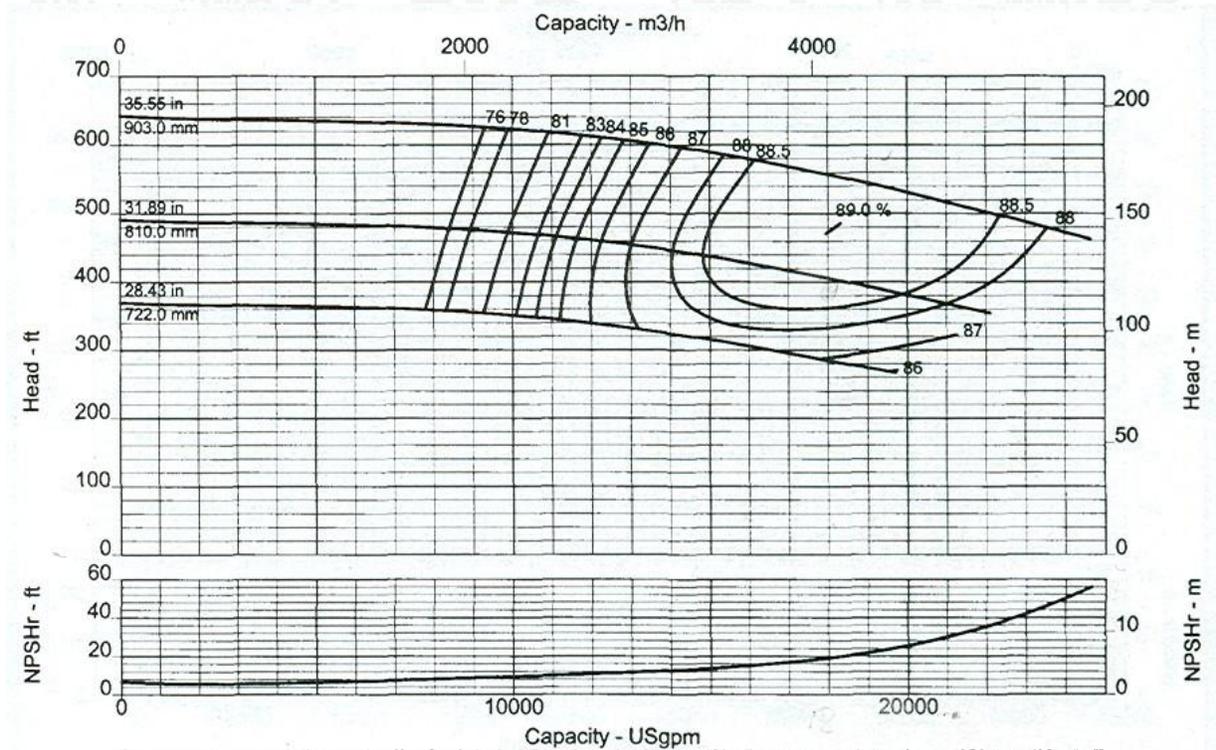


- a) Determine el diámetro al que se debe recortar el impulsor para que la curva de la bomba, operando a la misma velocidad angular, cruce por el punto 1 de operación dado por los valores: $Q_1 = 15 m^3/h$ y $H_1 = 24 m$.

Ejercicio 3.10 Los datos de las curvas características mostradas se determinaron originalmente en unidades del Sistema Inglés. Para facilitar su uso, es conveniente trazar la curva con los datos en el Sistema Internacional de unidades.

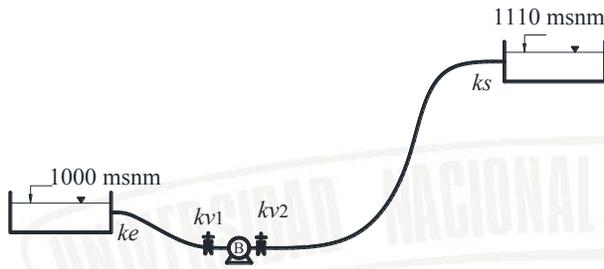
Solo considere el impulsor de 810 mm.

- A partir de los valores del Sistema Inglés, determine los correspondientes de carga y $CSPN_R$ en metros, y del gasto en m^3/s . (Nota: es más fácil la lectura en gpm y ft, y convertir estos valores, que leer directamente los valores del Sistema Métrico).
- Con estos valores, trace las curvas gasto-carga, gasto-eficiencia y gasto- $CSPN_R$. Preséntelas en tamaño carta.
- Indique el intervalo de gastos en los que se presenta la máxima eficiencia.



$N = 1180 \text{ rpm}$

Ejercicio 3.11 La bomba del ejercicio propuesto 3.10 (con diámetro de impulsor de 810 mm) se va a utilizar ahora en el sistema que se muestra enseguida.



Tubo	D	ε	L	k_e	k_v	k_v	k_s
	(in)	(mm)	(m)				
Succión	40	0.5	200	0.5	4		
Descarga	34	0.5	6120			$i?$	1

Si se requiere proporcionar un gasto de $Q = 1.0 \text{ m}^3/\text{s}$:

- Determine la carga que proporciona la bomba y el coeficiente k_{v2} , tal que se puedan proporcionar el gasto y la carga requerida. Indique cuánto fue la pérdida de carga en la succión y de cuánto en la descarga.
- Grafique en el mismo plano la curva de la bomba y la del sistema hidráulico, indique el punto de operación.
- Determine la potencia hidráulica y la potencia mecánica.
- Se propone instalar la bomba en la elevación 995 msnm. Calcule la $CSPN_D$ y revise si se pueden presentar problemas por cavitación. Considere $t = 22 \text{ }^\circ\text{C}$.

3.5 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES

Ejercicio 3.1

- $k_v = 16$
- $E = 2.842 \times 10^{10} \text{ J}$, $E = 7894 \text{ kW}\cdot\text{h}$
- El nivel depende del valor de f_{cav} seleccionado para cada criterio. Con $f_{cav} = 1.65$, se tiene nivel máximo = 1990.7 msnm.

Ejercicio 3.3

- $z_s = 1900 \text{ msnm}$
- $E = 30.92 \text{ MW}\cdot\text{h}$
- El resultado depende del criterio empleado.

Ejercicio 3.5 Para $Q = 0.07 \text{ m}^3/\text{s}$:

- a) $z_d = 922.74 \text{ m}$
- b) $E = 340.62 \text{ kW}\cdot\text{h}$
- c) $CSPN_D = 11.01 \text{ m}$, no se presentan problemas por cavitación.

Para $Q = 0.08 \text{ m}^3/\text{s}$:

- a) $z_d = 918.55 \text{ m}$
- b) $E = 274.16 \text{ kW}\cdot\text{h}$
- c) $CSPN_D = 11.01 \text{ m}$, no se presentan problemas por cavitación.

Ejercicio 3.7 El problema admite múltiples soluciones, una de ellas es:

- a) $V = 1.5 \text{ m/s}$, $D = 1.05 \text{ m}$, $Q = 1.3 \text{ m}^3/\text{s}$, $t = 19.25 \text{ h}$, $H_B = 201.43 \text{ m}$, $P_H = 2566 \text{ kW}$,
 $E = 58.12 \text{ MW}\cdot\text{h}$
- b) Con $N_{SS} = 165$ y $f_{cav} = 1.65$, una solución aceptable es: $N = 900 \text{ rpm}$, impulsor de flujo mixto, Elev. máx. = 1788.5 msnm.

Ejercicio 3.9

$$D_{recal} = \frac{93.7}{100} \times 164 \text{ mm} = 153.7 \text{ mm}$$

Ejercicio 3.11

- a) $H_B = 131 \text{ m}$, $kv_2 = 14$, $h_{rs} = 0.6 \text{ m}$, $h_{rd} = 20.4 \text{ m}$
- b) $P_H = 1285 \text{ kW}$, $P_{mec} = 1452 \text{ kW}$
- c) $CSPN_D = 13.28 \text{ m}$. No se presentan problemas por cavitación

CAPÍTULO 4

INSTALACIONES DE BOMBEO Y OPERACIÓN DEL SISTEMA

4.1 COMPONENTES PRINCIPALES DEL SISTEMA

Un sistema de bombeo de agua consiste en un conjunto de elementos que permiten el transporte del líquido a través de tuberías y de su almacenamiento temporal, de forma que se cumpla con las especificaciones de gasto y presión necesarias en los diferentes sistemas y procesos.

En un sistema de bombeo típico, además de los elementos que proporcionan energía como son los tanques de almacenamiento y las bombas, se requiere de conductos que enlazan los puntos de origen y destino, y de accesorios para la regulación y control, como son las válvulas, equipos de medición, dispositivos de control de transitorios, etc.

La especificación básica que debe satisfacer un sistema de bombeo es el transporte de un fluido de un lugar a otro. Además, suele ser necesario que el líquido llegue al lugar de destino con cierta presión, y que el sistema permita un intervalo de variación, tanto del caudal como de la presión. El diseño de un sistema de bombeo consiste en el cálculo y selección de los elementos que lo constituyen, tal que se cumplan las especificaciones de la forma más económica y segura posible.

En los sistemas que transportan grandes gastos, por lo regular, se opta por enviar el gasto a un tanque de entrega elevado, que pueda almacenar el líquido bombeado y que opere como un tanque distribuidor. La figura 4.1 muestra los principales componentes hidráulicos de un sistema de bombeo con bombas horizontales, los cuales son:

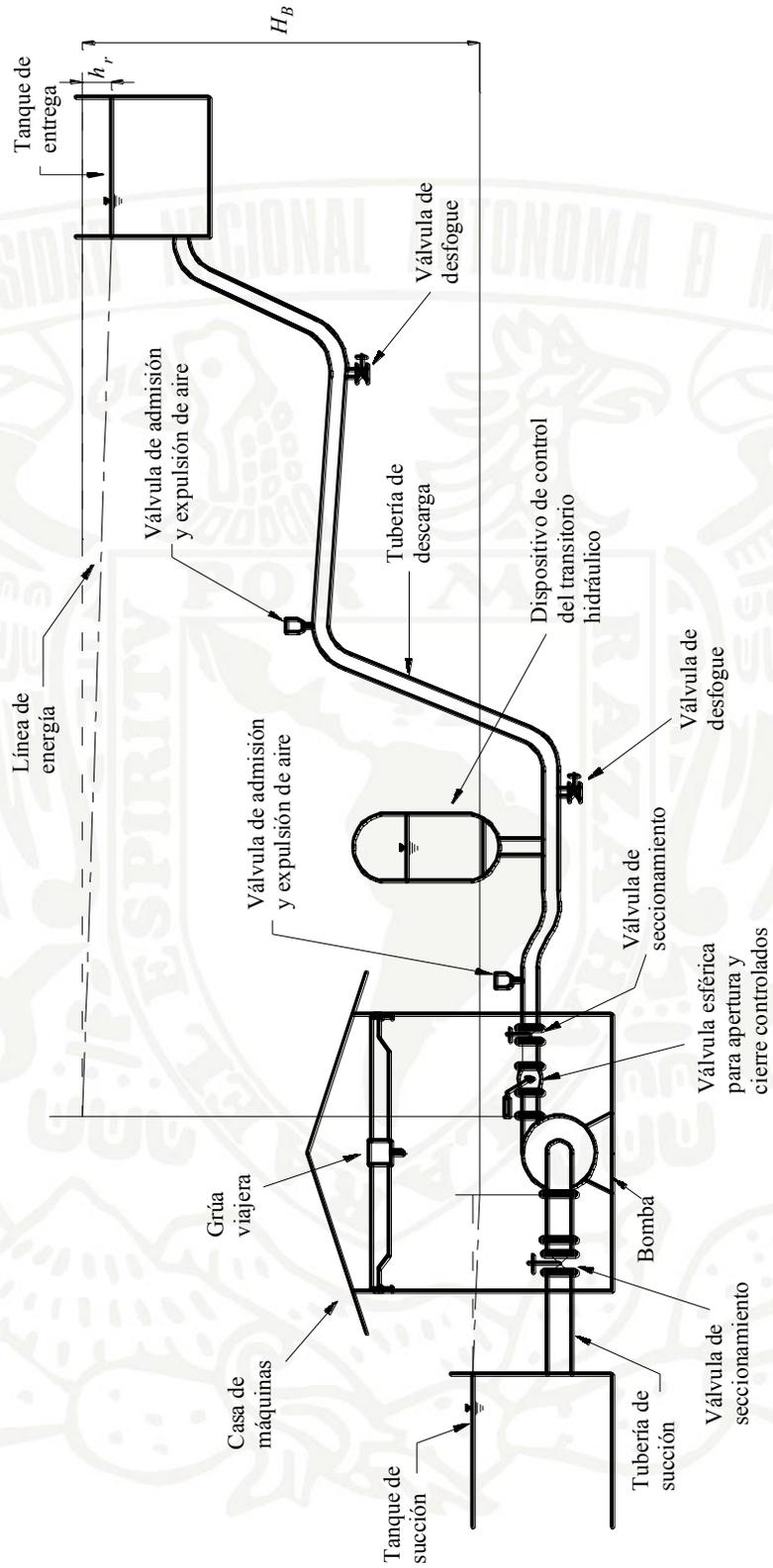


FIGURA 4.1 ESQUEMA GENERAL DE UNA ESTACIÓN DE BOMBEO

- Tanque de succión
- Tubería de succión
- Casa de máquinas, en la cual se encuentran: válvula de seccionamiento de la línea de succión, bombas, válvula de control, válvula de seccionamiento de la línea de descarga, etc.
- Tubería de descarga
- Dispositivos de control del transitorio hidráulico, como pueden ser: cámara de aire, válvula de admisión y expulsión de aire
- Válvula de desfogue
- Tanque de entrega

La figura 4.2 muestra una estación de bombeo con equipo de eje vertical; en este caso el agua puede provenir del mar, de una presa, de un sistema de recolección de aguas pluviales, de un canal o de un estanque. En este tipo de estaciones, la tubería de descarga y accesorios son similares a los mostrados en la figura 4.1, pero en el tramo de succión se requiere de:

- Rejillas para evitar el ingreso de cuerpos extraños al sistema
- Cárcamo de bombeo
- Válvulas de retención (*check*)

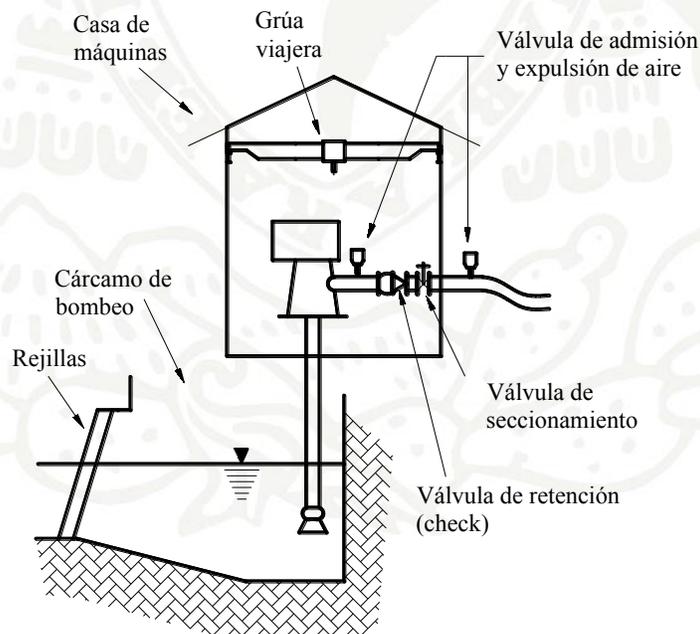


FIGURA 4.2 ESQUEMA GENERAL DE UNA ESTACIÓN DE BOMBEO CON BOMBAS DE EJE VERTICAL

Para estaciones de bombeo de gran magnitud debe realizarse el cálculo del diámetro económico, que resulta de minimizar la suma del costo de la tubería más el costo de la energía de bombeo, el cual depende en buena medida de las pérdidas por fricción. En sistemas de bombeo es común que el diseño con el criterio del diámetro económico proporcione una velocidad de conducción del orden de 1 a 2 m/s.

Los sistemas de bombeo de aguas pluviales, generalmente, vencen poca carga y el gasto que proporcionan es grande. Además, estos sistemas no operan continuamente, ya que se emplean principalmente en la temporada de lluvias. Ejemplos de estos sistemas se tienen al oriente de la Ciudad de México, en donde el agua generalmente es bombeada hacia lagunas de regulación y una vez pasado el pico de lluvia, se envía a los colectores que, finalmente, descargan en el drenaje profundo.

Otro tipo de sistemas de bombeo se presenta para aguas residuales, como es el caso del Gran Canal de la Ciudad de México, que con el paso del tiempo perdió capacidad de conducción debido a los hundimientos que experimenta el subsuelo de la zona metropolitana, producto de la extracción desmedida del agua del subsuelo. Los hundimientos han modificado la pendiente de los sistemas de desalajo de las aguas y desquiciado el buen funcionamiento de estos. Los desniveles creados por los hundimientos han tenido que salvarse diseñando y construyendo plantas de bombeo para gastos hasta de 40 m³/s.

Se denomina carga estática H_E , a la diferencia de elevaciones entre la superficie libre del lugar donde se toma el agua y el lugar donde se entrega. Para suministrar el gasto, se requiere vencer la carga estática y las pérdidas de carga locales y por fricción que se produzcan en la conducción, las cuales, a su vez, son función de la velocidad con la que el agua es conducida. La suma de ambas cargas da lugar a la carga total que debe proporcionar la bomba, la cual se denomina carga dinámica de bombeo H_B .

Un arreglo diferente al mostrado en las figuras 4.1 y 4.2 se presenta cuando los equipos de bombeo son instalados directamente como parte de los elementos de un proceso. En este caso, la carga dinámica de bombeo se obtiene como la diferencia entre las condiciones de carga total después de la bomba y antes de esta.

En los sistemas de bombeo es común que se tengan varias bombas en una estación, en cuyo caso se dice que el sistema de bombas opera en paralelo. También es usual que una sola

estación no sea suficiente para proporcionar la carga total requerida por el sistema, por lo que se instalan otras estaciones de bombeo y se dice que forman un sistema de bombas en serie. Para cumplir con los requerimientos de gasto y carga en los grandes sistemas de bombeo, se requiere de sistemas que operen tanto en serie como en paralelo.

En este capítulo, el énfasis en el análisis se hace para sistemas de bombeo que transportan agua a gran distancia, de manera que las pérdidas por fricción sean una parte significativa de la carga de bombeo. Además, se incluye un ejemplo de poca carga y gasto alto de una planta de bombeo de aguas residuales.

4.2 CURVAS DE CARGAS DE LA INSTALACIÓN Y DE LA BOMBA. PUNTO DE OPERACIÓN

La selección adecuada de una o más bombas para satisfacer las demandas de flujo de un sistema de tuberías requiere, además de la comprensión del comportamiento de las bombas, de un análisis hidráulico de estas, integradas al sistema de tuberías.

Una bomba debe ser capaz de entregar el gasto requerido en el sistema hidráulico con la carga que este le impone para ese gasto. El sistema hidráulico está formado por las tuberías y accesorios necesarios para llevar el líquido desde la captación hasta el sitio de entrega.

Al plantear la ecuación de la energía entre dos almacenamientos, tal como se presenta en la figura 4.1, se llega a

$$H_{B\text{SIS}} = H_E + h_{rs} + h_{rd} \quad (4.1)$$

En donde:

- $H_{B\text{SIS}}$ carga total o carga dinámica que proporciona la bomba
- H_E carga estática, igual a la diferencia de elevaciones $z_d - z_s$ entre los espejos de agua del almacenamiento de descarga y el de succión
- h_{rs} pérdida de carga en el tramo de succión, incluye pérdidas por fricción y locales
- h_{rd} pérdida de carga en el tramo de descarga, incluye pérdidas por fricción y locales

En la carga total $H_{B\text{SIS}}$, el subíndice *SIS* indica la carga que requiere el sistema hidráulico. En la figura 4.3, Σh_r es la suma de pérdidas de carga totales en el sistema.

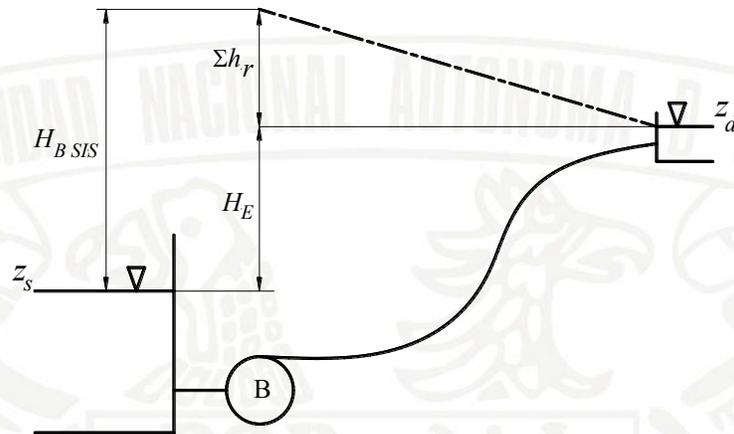


FIGURA 4.3 CARGA DINÁMICA QUE REQUIERE EL SISTEMA

Si la tubería descarga en forma libre, la elevación del punto de entrega es el eje de la tubería de descarga y en esta sección se tiene carga de velocidad, tal como se indica en la figura 4.4. Para este caso, la ecuación de la energía queda

$$H_{B\text{SIS}} = H_E + \frac{V_d^2}{2g} + h_{rs} + h_{rd} \quad (4.2)$$

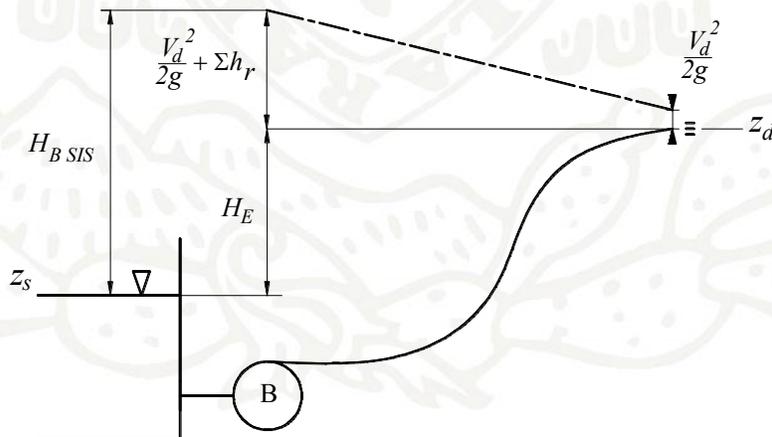


FIGURA 4.4 CARGA DINÁMICA DEL SISTEMA CUANDO LA DESCARGA SE EFECTÚA EN CONDICIONES ATMOSFÉRICAS

Para el caso de sistemas donde el bombeo se realiza entre dos tanques presurizados, la carga estática se define como $\Delta z + \Delta p / \gamma$, siendo Δz la diferencia de elevaciones y Δp la diferencia de presión entre los tanques.

Las pérdidas de carga h_r se componen de las pérdidas por fricción h_f y las locales h_L , las cuales se determinan respectivamente con las ecuaciones 1.45 y 1.51.

Para un sistema formado por n tubos colocados en serie, la suma de pérdidas de carga se determina como

$$\sum h_r = \sum_{i=1}^n \left[h_f + \sum_{j=1}^m h_L \right] \quad (4.3)$$

donde m es el número de accesorios que producen pérdida de carga local en cada uno de los n tramos que forman el sistema.

Sustituyendo las ecuaciones 1.45 y 1.51 en la 4.3, resulta que

$$\sum h_r = \sum_{i=1}^n \left[f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + \sum_{j=1}^m \left(k \frac{V^2}{2g} \right) \right]$$

de $V = \frac{Q}{A}$

$$\sum h_r = \sum_{i=1}^n \left[\left(f \frac{L}{D} + \sum_{j=1}^m k \right) \frac{1}{2gA^2} \right] Q^2 \quad (4.4)$$

Para un tramo de diámetro constante, se define el coeficiente global de pérdida o de resistencia K

$$K = \left(f \frac{L}{D} + \sum_{j=1}^m k \right) \frac{1}{2gA^2} \quad (4.5)$$

donde K tiene unidades de s^2/m^5 .

Para todo el sistema, se define el coeficiente global de pérdida K_{SIS} como

$$K_{SIS} = \sum K_i \quad (4.6)$$

$$K_{SIS} = \sum_{i=1}^n \left[\left(f \frac{L}{D} + \sum_{j=1}^m k \right) \frac{1}{2gA^2} \right] \quad (4.7)$$

Por lo que las pérdidas de carga totales se pueden expresar como el producto del coeficiente K_{SIS} , que depende de la geometría del sistema por el gasto elevado al cuadrado.

$$\sum h_r = K_{SIS} Q^2 \quad (4.8)$$

De la ecuación 4.8 en la 4.1, resulta que

$$H_{BSIS} = H_E + K_{SIS} Q^2 \quad (4.9)$$

En el caso de sistemas que descargan en condiciones atmosféricas, la ecuación 4.7 se modifica para tomar en cuenta la carga de velocidad en la descarga, y se tiene

$$K_{SIS} = \sum_{i=1}^n \left[\left(f \frac{L}{D} + 1 + \sum_{j=1}^m k \right) \frac{1}{2gA^2} \right] \quad (4.10)$$

La relación entre el gasto en el sistema hidráulico y la carga que debe proporcionar la bomba, dada por la ecuación 4.9, se denomina *curva del sistema* o *curva de la instalación*, ya que es usual presentarla de forma gráfica.

El valor del coeficiente de resistencia K_{SIS} es prácticamente constante salvo por el valor del factor de fricción $f = f(Re, \varepsilon/D)$, el cual varía con el gasto cuando el flujo se encuentra en zona de transición y es constante para flujo turbulento. No se considera el factor de fricción en zona laminar, ya que es prácticamente imposible que se presente en la operación regular de los sistemas de bombeo de agua. Asumiendo que el valor de K_{SIS} es constante, la representación gráfica de la ecuación 4.9 es similar a la de una parábola como la mostrada en la figura 4.5.

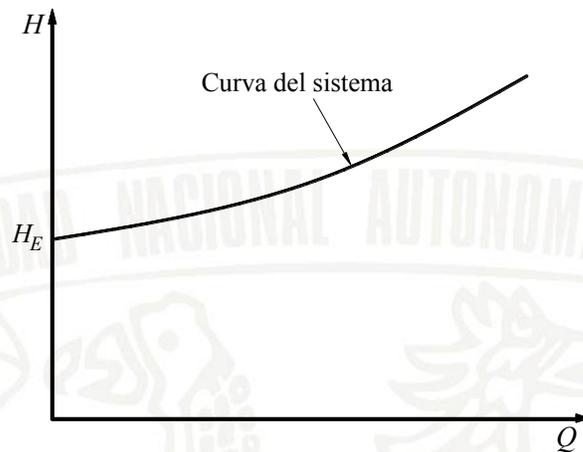


FIGURA 4.5 CURVA DEL SISTEMA

Dada la geometría del sistema, su curva solo se puede modificar por dos razones:

- Variaciones de la carga estática H_E , según se muestra en la figura 4.6. Los valores máximo y mínimo dependen de las fluctuaciones de nivel extremas en los sitios de captación y entrega.
- Variaciones del coeficiente de pérdida local de las válvulas de control y con ello de K_{SIS} , según se muestra en la figura 4.7, donde $K_{SIS2} < K_{SIS1} < K_{SIS3}$.

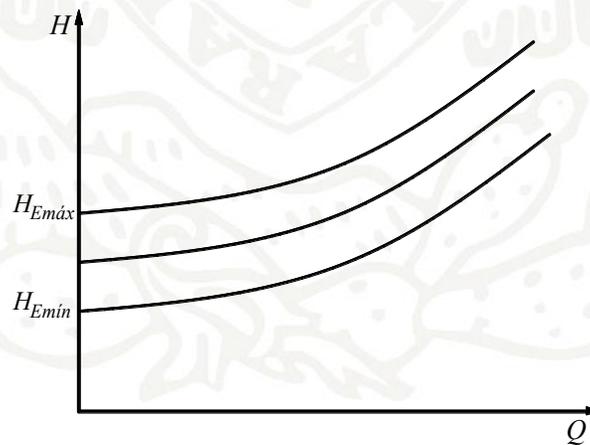


FIGURA 4.6 VARIACIÓN DE LA CURVA DEL SISTEMA CON LA CARGA ESTÁTICA

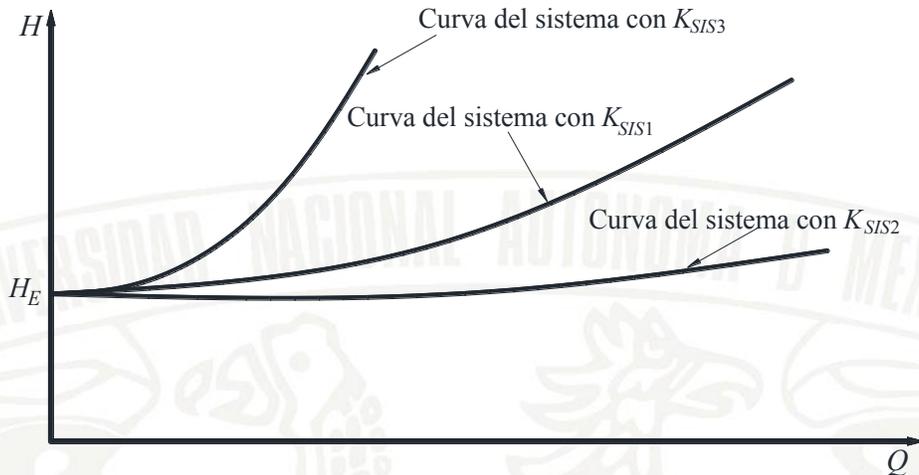


FIGURA 4.7 VARIACIÓN DE LA CURVA DEL SISTEMA CON EL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

El valor máximo del coeficiente de resistencia del sistema es infinito y corresponde a la tubería totalmente seccionada por alguna válvula. El valor mínimo se presenta cuando las válvulas de control del sistema se encuentran totalmente abiertas.

El comportamiento de la bomba está descrito por sus curvas características. El funcionamiento de una determinada bomba en un sistema hidráulico dado debe satisfacer en forma simultánea la curva del sistema y la curva característica de la bomba, lo que gráficamente implica la intersección entre ambas curvas, según se muestra en la figura 4.8. Al punto de intersección se le denomina *punto de operación*, al gasto y carga correspondientes se les denomina gasto de operación Q_{op} y carga de operación H_{op} , respectivamente.

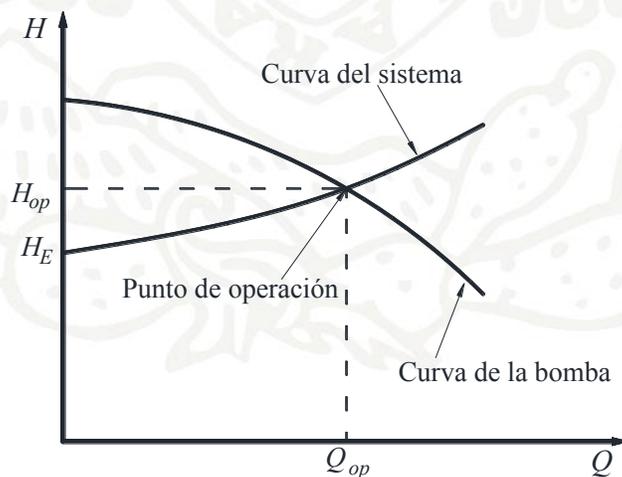


FIGURA 4.8 PUNTO DE OPERACIÓN

La selección adecuada de la bomba implica que el punto de operación coincida con las condiciones de diseño de la bomba (Q_D, H_D) y, por tanto, que se presente la máxima eficiencia; cualquier cambio en la carga estática H_E o en el coeficiente K_{SIS} en la curva del sistema, provocará que la bomba opere fuera de las condiciones de diseño y, por tanto, de máxima eficiencia. Es evidente que las curvas del sistema y de la bomba deben intersectarse.

La figura 4.9 muestra ejemplos de mala selección, en el primer caso, la bomba opera lejos de la eficiencia máxima, y en el segundo, la bomba es insuficiente. Para el primer caso, se puede hacer variar el coeficiente K_{SIS} cerrando parcialmente una válvula, pero esto implica aumentar las pérdidas de energía y cambiar el gasto de operación del sistema. El segundo caso no tiene arreglo posible, se tiene que cambiar el equipo.

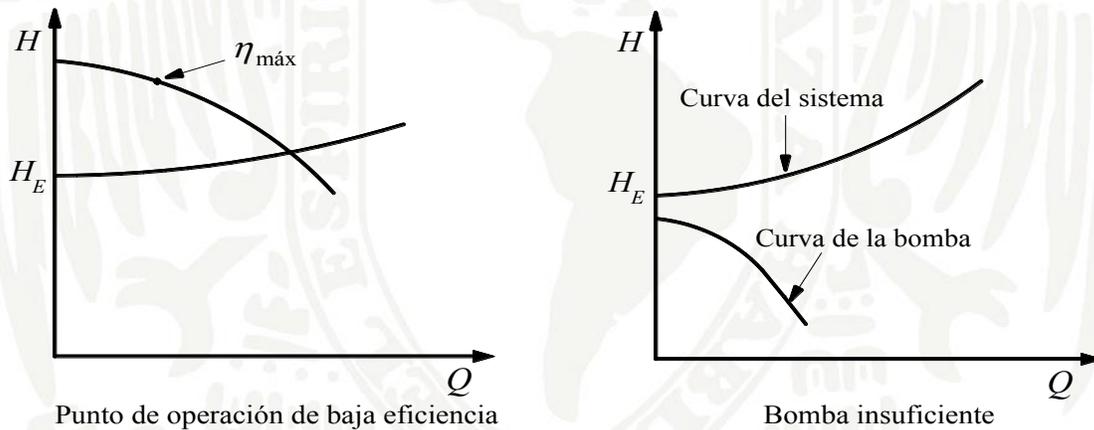


FIGURA 4.9 EJEMPLOS DE MALA SELECCIÓN DE EQUIPO DE BOMBEO

Para una determinada bomba, el gasto de operación solo varía al hacerlo la curva del sistema, lo cual puede presentarse debido a cambios en la carga estática o en el grado de apertura o cierre de alguna válvula, lo cual modifica al coeficiente K_{SIS} .

En la figura 4.10 se muestra que la condición de gasto máximo se presenta para la carga estática mínima, y el gasto mínimo se produce para la carga estática máxima.

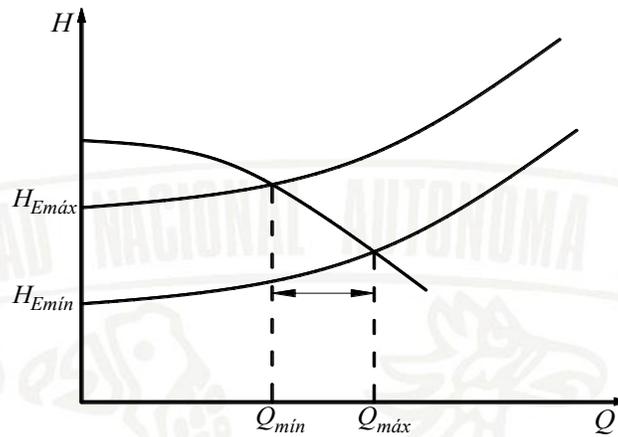


FIGURA 4.10 VARIACIÓN DEL GASTO DE OPERACIÓN CON LA CARGA ESTÁTICA H_E

En el caso que cambie el coeficiente de resistencia, el mínimo valor de este es el que impone la condición de máximo gasto, según se muestra en la figura 4.11, en la cual el mínimo valor es K_{SIS2} .

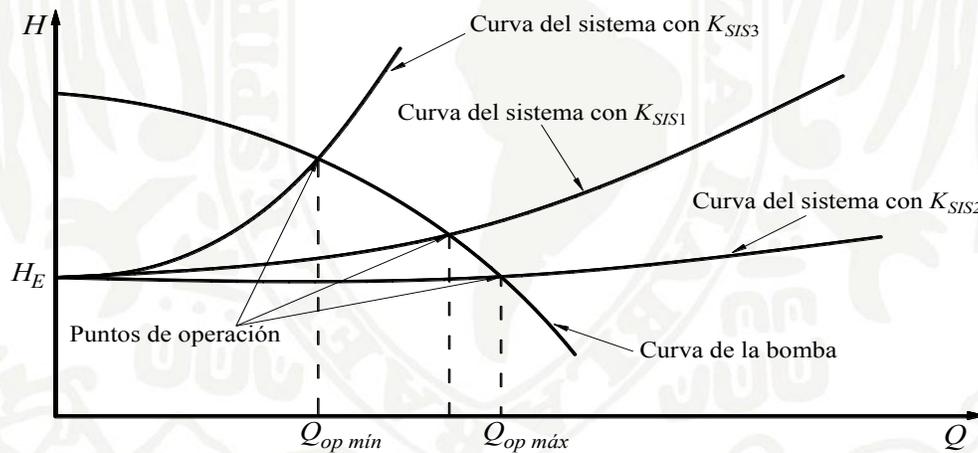


FIGURA 4.11 VARIACIÓN DEL GASTO DE OPERACIÓN CON EL COEFICIENTE DE RESISTENCIA

Del análisis de las curvas de resistencia y de la bomba, se concluye que el gasto en un sistema de bombeo depende de factores que en ocasiones están fuera del alcance del operador del sistema, como son las variaciones del nivel estático o del factor de fricción de las conducciones. Sin embargo, también depende de condiciones de operación, como el grado de apertura de una válvula que, en general, es maniobrado a partir de la experiencia del personal que opera el sistema.

El diseño de sistemas de bombeo debe tomar en cuenta que el gasto bombeado podrá variar desde cero hasta un gasto máximo que se presentará para $K_{SIS\ min}$ y $H_{E\ min}$.

Debido a las variantes que presenta la operación del sistema, es claro que no resulta fácil sostener un gasto fijo en un sistema de bombeo; de hecho, es necesario considerar un intervalo de gastos de operación, de tal manera que, en dicho intervalo, la eficiencia se mantenga en valores aceptables.

Entonces, es recomendable que:

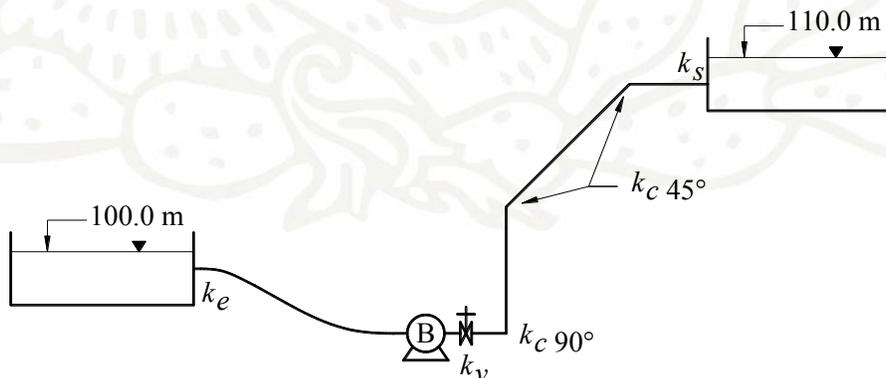
- El gasto de operación más frecuente del sistema corresponda al gasto de diseño del equipo de bombeo.
- Que la curva gasto-eficiencia de la bomba seleccionada sea lo más plana posible dentro del intervalo de gastos de operación.

EJEMPLO 4.1

Para el sistema mostrado, determine:

- El gasto máximo que puede bombear.
- El porcentaje de apertura requerido para que la bomba opere a máxima eficiencia.
- El tiempo de bombeo para proporcionar un volumen de 5760m^3 con las condiciones nominales de máxima eficiencia.
- El tipo de impulsor, $N = 3600\text{ rpm}$.

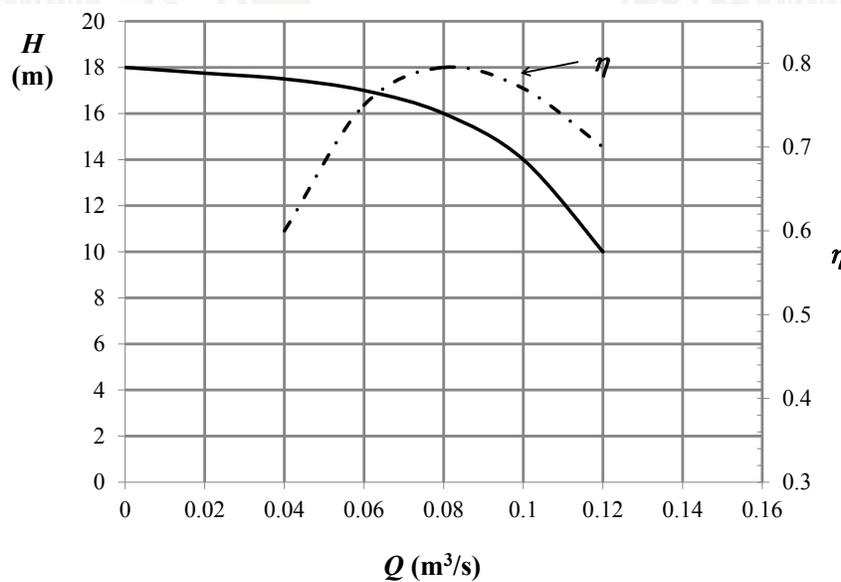
Solo considere pérdidas por fricción y las locales por entrada ($k_e = 0.5$), dos codos a 45° ($k_{c45^\circ} = 0.16$), un codo de 90° ($k_{c90^\circ} = 0.25$), válvula (k_v) y salida ($k_s = 1$). El coeficiente de pérdida de la válvula depende del porcentaje de apertura de esta.



Tubo	D	ε	L	fL/D	A
	(m)	(mm)	(m)		(m ²)
Succión	0.254	0.74	5	0.512	0.05067
Descarga	0.254	0.74	95	9.724	0.05067

Válvula	
Abertura (%)	k_v
100	7.8
75	35
50	758
25	4000

Considere la viscosidad cinemática $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Las curvas gasto-carga y gasto-eficiencia de la bomba se muestran enseguida:



Solución

a) La carga estática es

$$H_E = 110 - 100 = 10 \text{ m}$$

El diámetro del tubo de succión y el de descarga es el mismo, por lo que se puede calcular el coeficiente de resistencia K_{SIS} a partir de la ecuación 4.7; en este caso se deja en función del coeficiente de válvula k_v , ya que este varía para las diferentes condiciones de abertura.

$$K_{SIS} = \left(f \frac{L}{D} + k_e + k_v + 2k_{c_{45^\circ}} + k_{c_{90^\circ}} + k_s \right) \frac{1}{A^2 2g}$$

El valor del factor de fricción se estima en régimen turbulento; cuando el gasto se calcula, se revisa el valor de f y, si es necesario, se corrige. De la ecuación 1.50, se tiene

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.71}{0.74/254}$$

$$f = 0.026$$

Al sustituir valores, K_{SIS} se expresa

$$K_{SIS} = (10.236 + 0.5 + kv + 2 \times 0.16 + 0.25 + 1) \frac{1}{2g \times 0.05067^2}$$

$$K_{SIS} = (244.286 + 19.851 kv)$$

La ecuación del sistema se determina con la ecuación 4.9, y se tiene

$$H_{B_{SIS}} = 10 + (244.286 + 19.851 kv) Q^2$$

El gasto máximo que se puede bombear se proporciona con la válvula totalmente abierta, para lo cual $kv = 7.8$ y $K_{SIS} = 399.12 \text{ s}^2 / \text{m}^5$; para esta abertura, la ecuación del sistema queda

$$H_{B_{SIS}} = 10 + 399.12 Q^2$$

Para determinar la curva del sistema, se proponen valores de gasto y se calculan los correspondientes de carga. La siguiente tabla muestra los valores de $H_{B_{SIS}}$ y los de H_B que se leyeron de la curva de la bomba; se observa que el punto de operación es $Q = 0.10 \text{ m}^3/\text{s}$ y $H_B = 14 \text{ m}$.

Q	(m^3/s)	0	0.06	0.08	0.10	0.12
$H_{B_{SIS}}$	(m)	10	11.44	12.55	14	15.74
H_B	(m)	18	17	16	14	10

Para $Q = 0.10 \text{ m}^3/\text{s}$, la velocidad y el número de Reynolds resultan

$$V = 0.10 / 0.05067 = 1.973 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{1.973 \times 0.254}{10^{-6}} = 5 \times 10^5$$

Se revisa el valor del factor de fricción con la expresión de la zona de transición 1.48.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{0.74/254}{3.71} + \frac{2.51}{5 \times 10^5 \sqrt{0.026}} \right]$$

$$f = 0.0262 \approx 0.026$$

Dado que el valor del factor de fricción prácticamente no cambia, fue correcta la estimación inicial de su valor.

- b) La curva característica de la bomba muestra que la eficiencia máxima es $\eta=0.8$, y los valores de gasto y carga correspondientes son $Q=0.08 \text{ m}^3/\text{s}$ y $H_B=16 \text{ m}$. Para este gasto, la velocidad y el número de Reynolds resultan

$$V = 0.08/0.05067 = 1.578 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{1.578 \times 0.254}{10^{-6}} = 4 \times 10^5$$

y al revisar el valor del factor de fricción, se tiene

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left[\frac{0.74/254}{3.71} + \frac{2.51}{4 \times 10^5 \sqrt{0.026}} \right]$$

$$f = 0.0262 \approx 0.026$$

Dada la pequeña variación con respecto al valor que se obtuvo para régimen turbulento y con el propósito de no cambiar la expresión que se determinó para K_{SIS} , se considera $f=0.026$.

La ecuación del sistema para que la bomba opere con máxima eficiencia es

$$H_{B\text{SIS}} = 16 = 10 + K_{SIS} (0.08^2)$$

y el correspondiente valor de pérdida global queda

$$K_{SIS} = \frac{16-10}{0.08^2} = 937.5 \text{ s}^2 / \text{m}^5$$

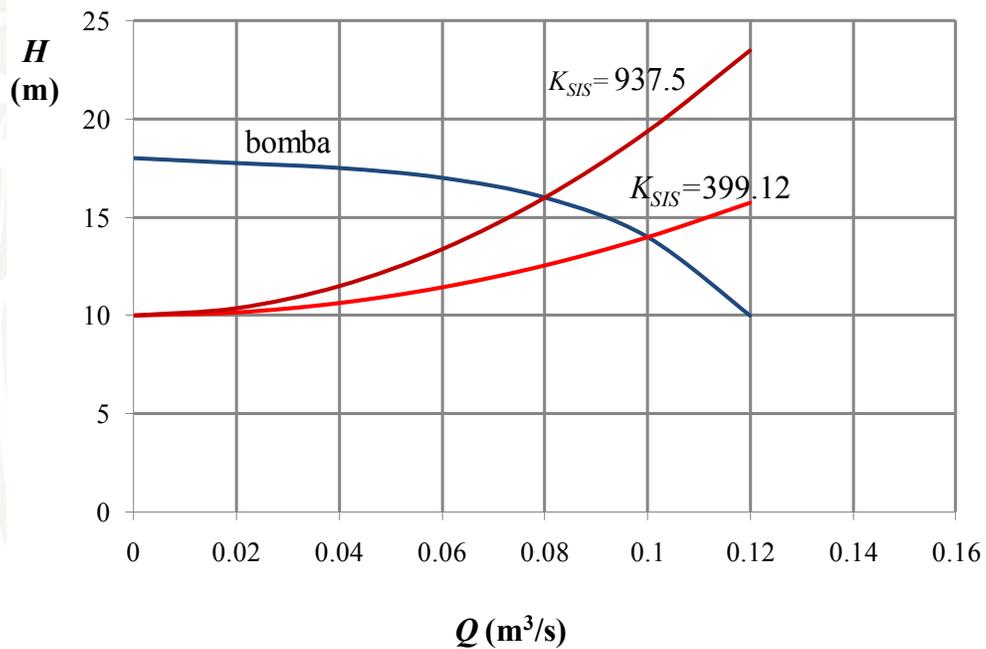
$$K_{SIS} = 937.5 = (244.286 + 19.851kv)$$

Al despejar el coeficiente de pérdida de válvula, se obtiene

$$k_v=34.92$$

que corresponde al 75 % de abertura.

La gráfica muestra las curvas del sistema para los dos diferentes coeficientes de pérdida global.



c) El tiempo para bombear $\psi=5760 \text{ m}^3$ es

$$t = \frac{\psi}{Q} = \frac{5760}{0.08} = 72000 \text{ s} = 16 \text{ h}$$

d) La velocidad específica se determina

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = \frac{3600\sqrt{0.08}}{16^{3/4}} = 127.27$$

la cual corresponde a un impulsor de tipo mixto, según la figura 2.29 o la tabla 2.1.

EJEMPLO 4.2

Los gastos de operación del sistema de bombeo mostrado son 20 y 30 litros por segundo.

- Determine para cada caso, el porcentaje de apertura requerido por la válvula de descarga. Solo considere pérdidas por fricción y locales con los siguientes coeficientes: entrada $k_e=0.5$, salida $k_s=1$ y válvula k_v .
- Se requiere proporcionar diariamente un volumen de 1400m^3 , determine el tiempo requerido y la energía consumida para cada caso (considere $P_{mec} = P_E$).
- Dibuje las curvas de la bomba y del sistema.



Las características de la bomba, de la válvula y del conducto son

Bomba							
Q	(m^3/s)	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
H_B	(m)	100	97	91.8	85.9	75.0	55
η	(%)	0	47.5	66	70	64	50

Válvula					
Abertura (%)	100	80	60	40	20
k_v	0	9.8	143.8	512.4	5000

Tubo	D	f	L
	(in)		(m)
Succión	8	0.013	50
Descarga	6	0.014	3600

Solución

a) La carga estática es

$$H_E = 60 - 20 = 40 \text{ m}$$

De los datos del sistema se tiene

Tubo	D (in)	D (m)	f	L (m)	fL/D	A (m ²)
1	8	0.2032	0.013	50	3.2	0.0324
2	6	0.1524	0.014	3600	330.7	0.01824

En el tramo de succión, el coeficiente de resistencia es

$$K_s = (0.5 + 3.2) \frac{1}{2g \times 0.0324^2} = 179.643 \text{ s}^2 / \text{m}^5$$

y en el tramo de descarga se calcula

$$K_d = (330.7 + kv + 1) \frac{1}{2g \times 0.01824^2} = (50815 + 153.197 kv) \text{ s}^2 / \text{m}^5$$

Por lo que el coeficiente global de resistencia es

$$K_{SIS} = K_s + K_d = (50994.643 + 153.197 kv) \text{ s}^2 / \text{m}^5$$

Mientras que la ecuación del sistema queda

$$H_{B SIS} = 40 + (50994.643 + 153.197 kv) Q^2$$

Para $Q = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$, la carga de la bomba es $H_B = 91.8 \text{ m}$, y en el punto de operación se cumple $H_{B SIS} = H_B$, por lo que

$$H_{B SIS} = 40 + (50994.643 + 153.197 kv) \times 0.02^2 = 91.8 \text{ m}$$

De donde $kv = 512.44$, que corresponde a 40% de abertura de la válvula y

$$K_{SIS} = 129498 \text{ s}^2 / \text{m}^5 .$$

Procediendo de igual manera para $Q=0.03 \text{ m}^3/\text{s}$, la carga de la bomba es $H_B=85.9 \text{ m}$, por lo que

$$H_{B_{SIS}} = 40 + (50\,994.643 + 153.197k_v) \times 0.03^2 = 85.9 \text{ m}$$

Al despejar el coeficiente de válvula, se tiene que $k_v = 0.035 \approx 0$, es decir, corresponde al 100 % de abertura y $K_{SIS} = 50\,994.64 \text{ s}^2/\text{m}^5$.

b) El tiempo requerido para bombear 1400 m^3 es

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{1400}{0.02} = 70\,000 \text{ s} = 19.44 \text{ h}, \text{ para } Q = 0.02 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{1400}{0.03} = 46\,666 \text{ s} = 12.96 \text{ h}, \text{ para } Q = 0.03 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para $Q=0.02 \text{ m}^3/\text{s}$, la potencia mecánica es

$$P_{mec} = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B} = \frac{9810 \times 0.02 \times 91.8}{0.66} = 27289 \text{ W}$$

Como se considera que la potencia mecánica y la eléctrica son iguales, la energía consumida resulta

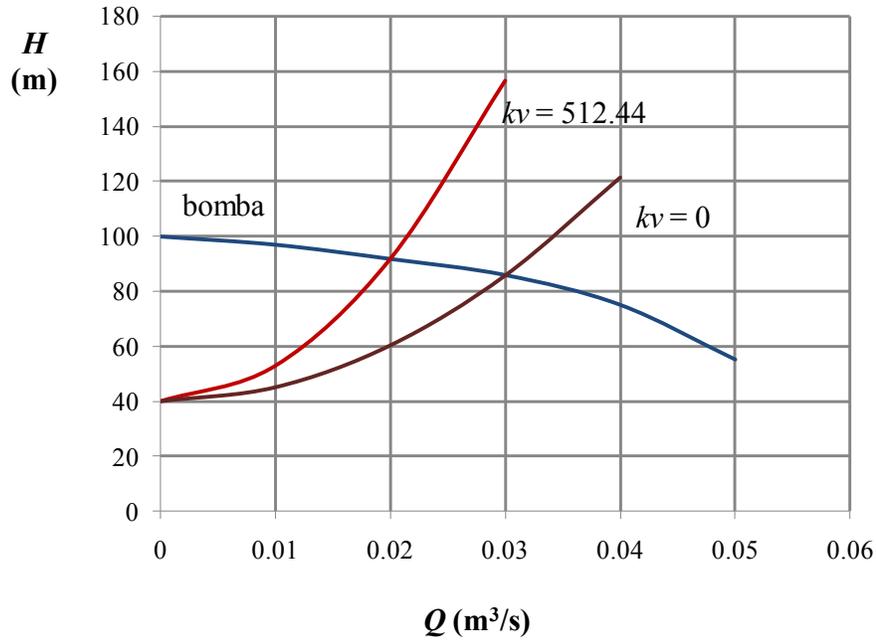
$$E = P_E t = 27.289 \times 19.44 = 530.51 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

Para $Q=0.03 \text{ m}^3/\text{s}$, se tiene

$$P_{mec} = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B} = \frac{9810 \times 0.03 \times 85.9}{0.7} = 36114 \text{ W}$$

$$E = P_E t = 36.114 \times 12.96 = 468.04 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

c) Las curvas de la bomba y las del sistema para las diferentes aberturas de válvula quedan



EJEMPLO 4.3

Los datos de la tabla corresponden a la suma de succión más descarga. A la curva de la bomba se le ajustó la ecuación mostrada. La carga estática por vencer es $H_E = 65$ m.

D (m)	ε (mm)	ε / D	L (m)	Curva de la bomba
0.6	0.13	0.000217	1000	$H_B = 90 - 30 Q^2$

- a) Determine el punto de operación, considere $k_e = 0.5$, $k_s = 1$, $k_v = 30$.
- b) Calcule K_{SIS} y k_v , tal que $Q = 0.5$ m³/s.

Solución

- a) El área del conducto es

$$A = \frac{\pi \times 0.6^2}{4} = 0.2827 \text{ m}^2$$

El diámetro del tubo de succión y el de descarga es el mismo, por lo que se puede calcular el coeficiente global de resistencia

$$K_{SIS} = \left(f \frac{L}{D} + k_e + k_v + k_s \right) \frac{1}{2g A^2}$$

El valor del factor de fricción se estima en régimen turbulento, cuando el gasto se calcule se revisará el valor de f y, si es necesario, se corrige

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.71}{0.000217}$$

$$f = 0.014$$

Con este valor del factor de fricción, K_{SIS} resulta

$$K_{SIS} = \left(\frac{0.014 \times 1000}{0.6} + 0.5 + 30 + 1 \right) + \frac{1}{2g \times 0.2827^2}$$

$$K_{SIS} = 34.96 \text{ s}^2/\text{m}^5$$

Por tanto, la ecuación del sistema queda

$$H_{B_{SIS}} = 65 + 34.96 Q^2$$

El punto de operación se obtiene al igualar la curva del sistema con la curva de la bomba

$$H_{B_{SIS}} = H_B$$

$$65 + 34.96 Q^2 = 90 - 30 Q^2$$

$$Q = 0.62 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para este gasto, los valores de la velocidad y del número de Reynolds son

$$V = 0.62 / 0.2827 = 2.193 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{2.193 \times 0.6}{10^{-6}} = 1.315 \times 10^6$$

y al revisar el valor del factor de fricción, se tiene

$$f = 1.325 \left[\ln \left(\frac{0.000217}{3.7} + \frac{5.74}{(1.316 \times 10^6)^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$

$$f = 0.0147$$

que resulta 5 % mayor que el estimado inicialmente y, por tanto, se corrige el valor de K_{SIS}

$$K_{SIS} = \left(\frac{0.0147 \times 1000}{0.6} + 0.5 + 30 + 1 \right) + \frac{1}{2g \times 0.2827^2}$$

$$K_{SIS} = 35.713 \text{ s}^2/\text{m}^5$$

Por tanto, la ecuación del sistema queda

$$H_{B\text{SIS}} = 65 + 35.713 Q^2$$

Con esta nueva ecuación del sistema se tiene

$$65 + 34.713 Q^2 = 90 - 30 Q^2$$

$$Q = 0.617 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_B = 90 - 30 \times 0.617^2$$

$$H_B = 78.58 \text{ m}$$

b) Para $Q = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$, los valores de velocidad y del número de Reynolds son

$$V = 0.5/0.2827 = 1.768 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{1.768 \times 0.6}{10^{-6}} = 1.06 \times 10^6$$

y al revisar el valor del factor de fricción, se tiene

$$f = 1.325 \left[\ln \left(\frac{0.000217}{3.7} + \frac{5.74}{(1.06 \times 10^6)^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$

$$f = 0.0149$$

Para el gasto solicitado, el valor de la carga es

$$H_B = 90 - 30 \times 0.5^2$$

$$H_B = 82.5 \text{ m}$$

Por lo que la ecuación del sistema queda

$$82.5 = 65 + 0.5^2 K_{SIS}$$

$$K_{SIS} = 70 \text{ s}^2 / \text{m}^5$$

Con el nuevo valor del factor de fricción, se tiene

$$K_{SIS} = \left(\frac{0.0149 \times 1000}{0.6} + 0.5 + kv + 1 \right) \frac{1}{2g \times 0.2827^2} = 70$$

Al despejar kv , resulta

$$kv = 83.42$$

4.3 OPERACIÓN DE SISTEMAS DE BOMBAS EN PARALELO Y EN SERIE

Con el fin de dar flexibilidad y mayor eficiencia a la operación de los sistemas de bombeo, es práctica común diseñarlos para que operen con una o más bombas en forma simultánea. Dependiendo de la forma del arreglo de las bombas, los sistemas pueden operar *en paralelo o en serie*.

4.3.1 Sistemas de bombas en paralelo

Cuando el sistema de bombeo cuenta con una *planta o estación* donde se localizan dos o más bombas que comparten un mismo punto de succión y de descarga, se dice que se trata de un sistema de bombas en paralelo. Es muy frecuente que el arreglo sea de $n+1$ bombas, lo que denota que el sistema cuenta con n bombas para operación normal más una de reserva.

Si la planta tiene instaladas bombas de eje horizontal, es común que la succión se realice desde una tubería llamada *múltiple de succión* y que la descarga de las bombas se realice hacia la tubería llamada *múltiple de descarga* (véase la figura 4.12).

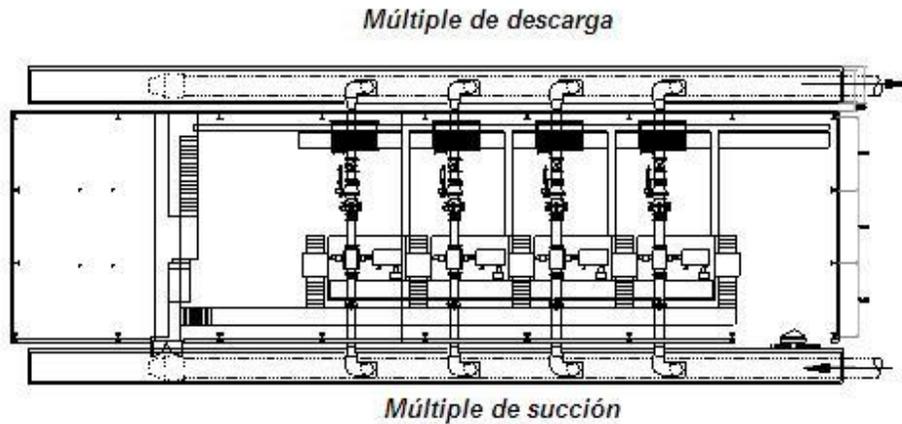


FIGURA 4.12 PLANTA DE BOMBEO EN PARALELO CON BOMBAS HORIZONTALES

Cuando la planta cuenta con bombas de eje vertical, normalmente todas ellas toman el agua del mismo cárcamo de succión y la entregan a un múltiple de descarga, según se muestra en la figura 4.13.

Otra variante son las bombas de eje vertical que cuentan con un *bote* o *lata* alrededor de la campana de succión de la bomba, denominadas bombas *autocontenidas*. El bote cuenta con una tubería de entrada, normalmente con acoplamiento por medio de bridas, de manera que es posible instalar también en este caso un múltiple de succión.

Debido a que todas las bombas comparten la misma zona de succión y de descarga es válido suponer, para fines prácticos, que las n bombas en operación proporcionan la misma carga dinámica y se tiene

$$H_{B1} = H_{B2} = H_{Bn} \quad (4.11)$$

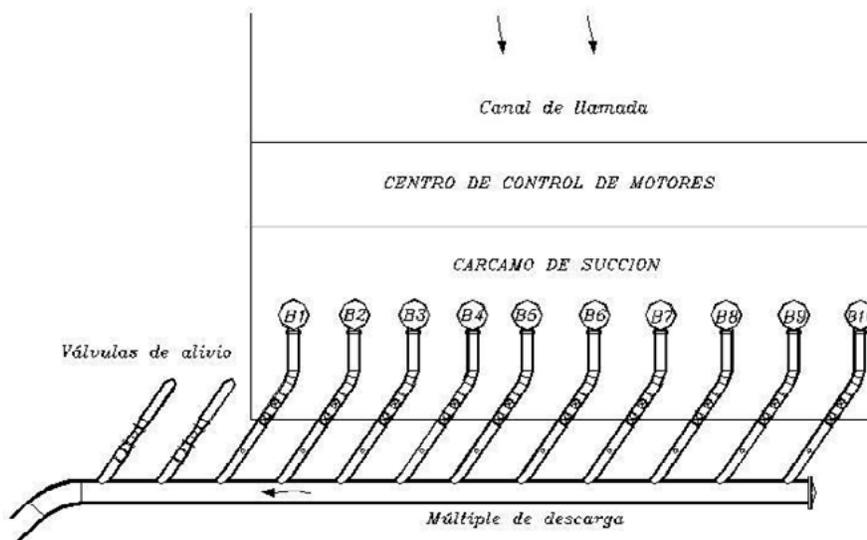
y el gasto total de operación que las n bombas entregan es

$$Q_{opn} = \sum_{i=1}^{i=n} Q_i \quad (4.12)$$

Entonces, a partir de la curva gasto-carga de una bomba, es posible construir la curva equivalente de la planta de bombeo para la operación simultánea con dos o más bombas instaladas en paralelo.



a) Fotografía del arreglo general



b) Esquema de la planta

FIGURA 4.13 PLANTA DE BOMBEO CON BOMBAS VERTICALES

La figura 4.14 muestra, a manera de ejemplo, la construcción de las curvas gasto-carga para una planta que puede operar hasta con tres bombas iguales en paralelo. Dada la curva gasto-carga de un equipo, para construir la curva de dos equipos se fija la carga y el gasto se multiplica por 2; de igual forma, para construir la curva de tres equipos, se fija la carga y el gasto se multiplica por 3.

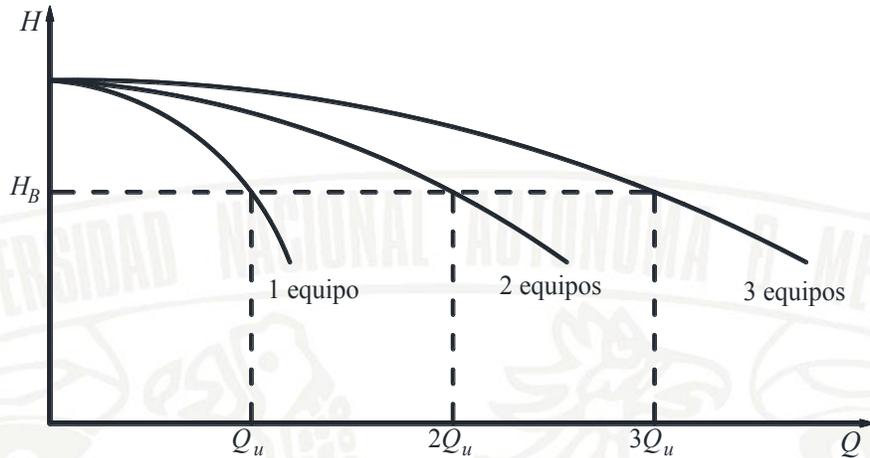


FIGURA 4.14 CURVAS GASTO-CARGA DE UNA PLANTA CON BOMBAS EN PARALELO

Al sobreponer las curvas de la figura 4.14 a la del sistema hidráulico, se observa que habrá una intersección por cada número n de equipos en operación (figura 4.15).

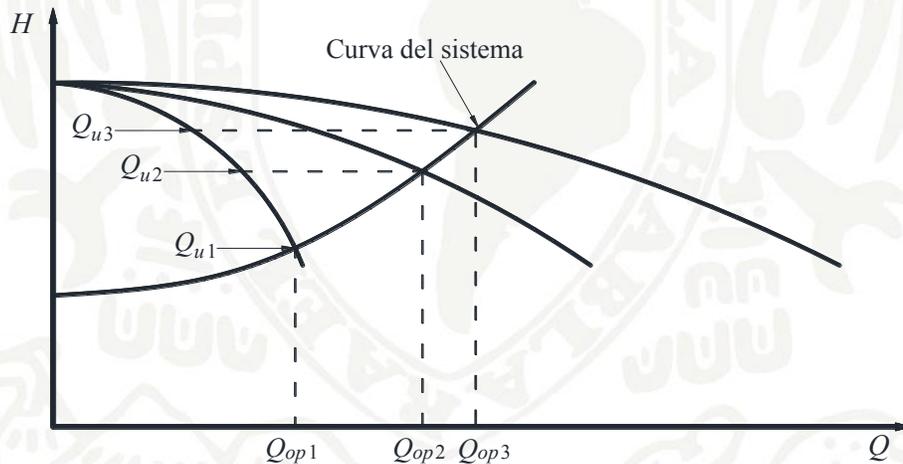


FIGURA 4.15 GASTO BOMBEADO AL VARIAR EL NÚMERO DE EQUIPOS EN OPERACIÓN

En la figura 4.15, Q_{opn} es el gasto de operación con n equipos trabajando y Q_{un} es el gasto que proporciona cada equipo, según el mismo número de bombas en operación. Se observa que, si bien el gasto total crece con el número de equipos operando, $Q_{op3} > Q_{op2} > Q_{op1}$, el incremento no es proporcional al número de bombas en operación, ya que conforme se aumenta el número de bombas trabajando, disminuye el gasto que proporciona cada unidad.

El gasto de operación de una bomba individual cuando operan n equipos iguales, se determina

$$Q_{un} = \frac{Q_{opn}}{n} \quad (4.13)$$

Para el caso de la figura 4.15

$$Q_{u1} = \frac{Q_{op1}}{1}, \quad Q_{u2} = \frac{Q_{op2}}{2}, \quad Q_{u3} = \frac{Q_{op3}}{3}$$

y se observa que

$$Q_{u1} > Q_{u2} > Q_{u3}$$

Debido a esta variación del gasto por bomba, producido por el aumento del número de equipos en funcionamiento, el gasto de diseño y, por lo tanto, el punto de operación a máxima eficiencia, solo se presenta para un número determinado de bombas operando. La mejor operación del sistema consiste en que el gasto de diseño de la bomba se presente cuando están funcionando el número máximo de equipos. Si, por ejemplo, el punto de operación con tres bombas ($n = 3$, en la figura 4.15) correspondiera al punto de máxima eficiencia de las bombas, entonces el gasto de diseño de la bomba debería ser tal que

$$Q_D = \frac{Q_{op3}}{3}$$

Como el gasto unitario varía con el número de equipos en operación, lo anterior implica que para un número distinto de bombas en operación la eficiencia es menor. Es deseable que cuando se opere con un número de equipos menor al máximo, la eficiencia no disminuya significativamente, esto se puede lograr de varias formas:

- Eligiendo bombas con curvas de gasto-eficiencia que sean casi planas cerca del punto de diseño.
- Diseñando sistemas cuyo coeficiente de pérdida global K_{SIS} sea muy bajo, esto se puede lograr con diámetros grandes, pero se incrementa el gasto de inversión.
- Cambiando el coeficiente K_{SIS} , según el número de bombas a operar, esto se logra variando la apertura de la válvula de descarga.

En instalaciones con equipos de bombeo de gran tamaño, donde las variaciones del punto de operación pueden producir cambios muy importantes de la potencia demandada a sus motores, resulta justificado que se realice disipación de energía hidráulica (aumento de K_{SIS}) en la descarga de la planta de bombeo a fin de llevar los equipos a operar a máxima eficiencia.

Suponga una planta que cuenta con tres bombas para operación normal ($n = 3$) y que la curva del sistema, mostrada en la figura 4.15, corresponde al mínimo coeficiente de resistencia del sistema ($K_{SIS\min}$). Entonces, Q_{op1} , Q_{op2} y Q_{op3} son los gastos máximos que podrían bombearse con uno, dos y tres equipos, respectivamente.

Si se selecciona una bomba cuyo gasto de diseño se presenta cuando operan tres equipos en forma simultánea ($Q_D = Q_{op3} / 3$), los gastos por bomba cuando operen uno o dos equipos serían mayores al gasto de diseño ($Q_{op1} > Q_{op2} / 2 > Q_D$). Esto significa que mediante el cierre de una válvula de control de flujo instalada en la descarga de la planta de bombeo, es posible que los gastos unitarios para cada operación sean el gasto de diseño. En la figura 4.16 se muestra que al variar el coeficiente K_{SIS} se puede lograr que

$$Q_D = Q_{op1} = Q_{op2} / 2 = Q_{op3} / 3$$

Para lograr la anterior condición, en la figura 4.16 se muestra que

$$K_{SIS3} < K_{SIS2} < K_{SIS1}$$

Un sistema con bombas en paralelo puede operar con una válvula de control en la descarga de la planta de bombeo dando gran flexibilidad en la operación del sistema. Además, permite mantener la carga de diseño en las bombas al hacer que estas trabajen con el gasto de diseño, independientemente del número de equipos en operación. La principal desventaja es que el gasto bombeado (múltiplo del gasto de diseño) es menor que el que podría bombearse sin la presencia de la válvula de control, y que seccionar parcialmente el flujo implica disipar la potencia proporcional a $\Delta h Q$, donde Δh es la carga disipada en la válvula.

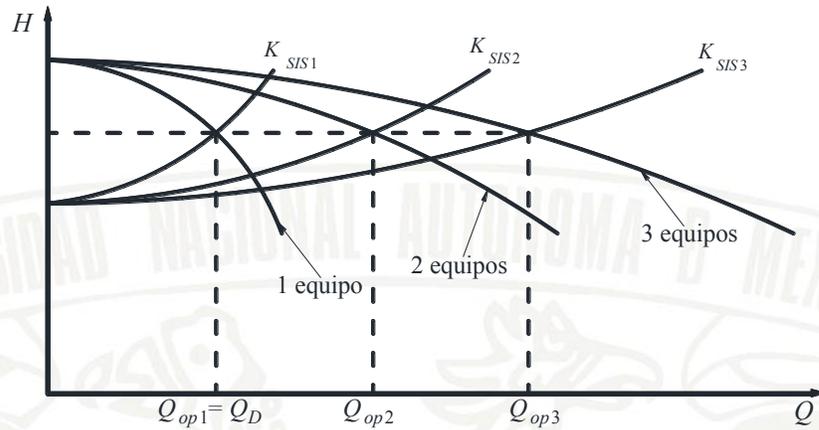


FIGURA 4.16 VARIACIÓN DE K_{SIS} PARA OPERAR AL GASTO DE DISEÑO DE LAS BOMBAS

Evidentemente, la conveniencia de la instalación de una válvula de control debe considerar los aspectos antes señalados a través de un análisis de factibilidad técnica y económica.

La figura 4.17 muestra una válvula de émbolo de paso anular ubicada en la descarga de la planta de bombeo del Acueducto Chapala-Guadalajara. Esta válvula es utilizada para mantener la operación de las bombas lo más cerca posible de las condiciones de diseño, independientemente del número de equipos que se encuentren trabajando.

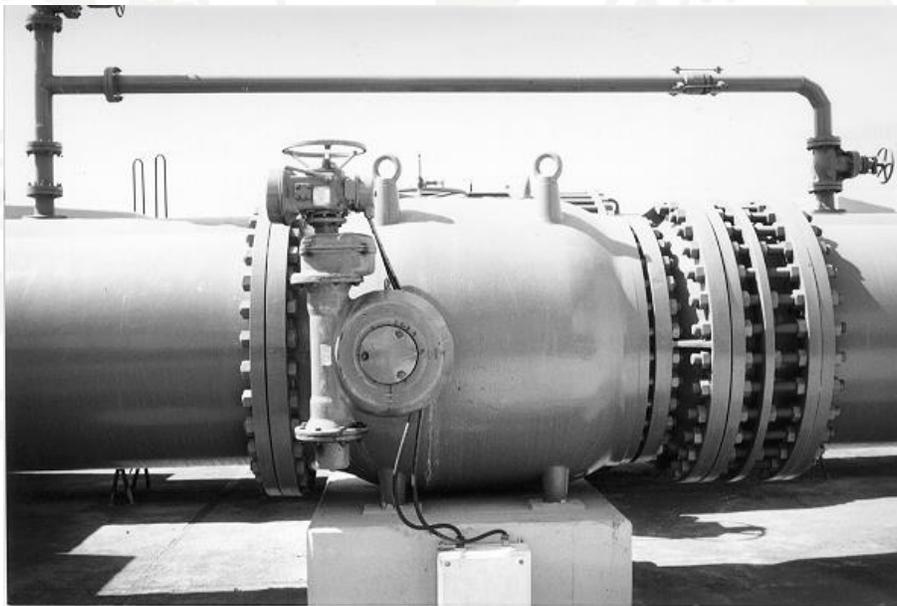


FIGURA 4.17 VÁLVULA PARA CONTROL DE LA OPERACIÓN DE UNA PLANTA DE BOMBEO

Para mayor flexibilidad, algunos sistemas emplean bombas de diferente curva característica. En la figura 4.18 se muestran las curvas de dos bombas diferentes, así como la que resulta cuando ambas operan en paralelo. En el mismo plano se presenta la curva del sistema y se indica el punto de operación.

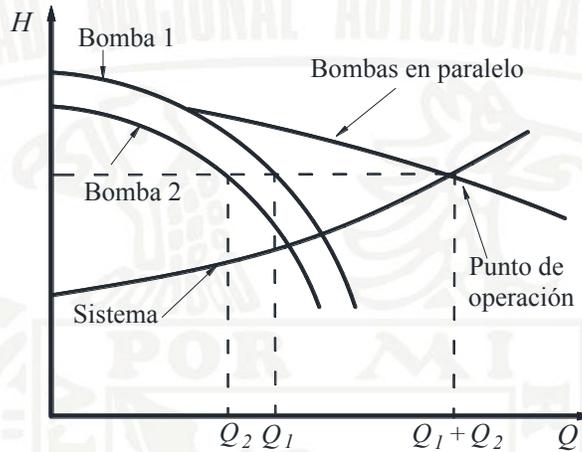


FIGURA 4.18 BOMBAS CON DIFERENTE CURVA CARACTERÍSTICA TRABAJANDO EN PARALELO

La eficiencia global de bombas en paralelo es

$$\eta = \frac{\gamma H \sum Q}{\sum P_{mec}} \quad (4.14)$$

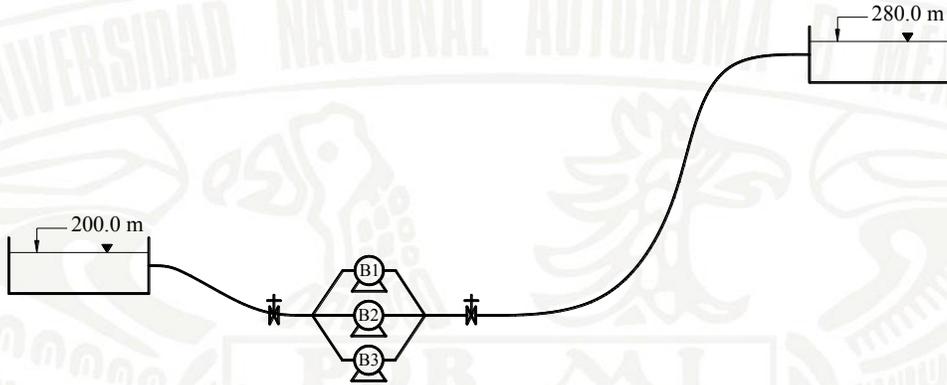
donde $\sum P_{mec}$ es la potencia mecánica que el sistema de bombeo emplea.

EJEMPLO 4.4

Las curvas de carga de las bombas de la estación de bombeo se ajustan a la ecuación $H_B = 120 - 12000Q^2$, y la curva de eficiencia tiene el ajuste $\eta_B = 34Q - 320Q^2$ (con Q en m^3/s). El máximo gasto que puede proporcionar cada bomba es $Q = 0.08 m^3/s$. Para el sistema mostrado, se está analizando la conveniencia de usar 2 o 3 bombas en paralelo.

- a) Para cada caso, determine la carga, el gasto de operación y el gasto por unidad.

- b) Calcule para las dos opciones, el tiempo requerido para bombear 4000 m^3 , así como la energía consumida para proporcionar este volumen (considere la eficiencia del motor eléctrico, $\eta_E = 0.95$). Elija la mejor opción.



Tubo	D (mm)	f	L (m)	k_e	k_v	k_s
Succión	610	0.014	150	0.5	10	
Descarga	508	0.013	30000		140	1

Solución

- a) Con datos del sistema se puede elaborar la siguiente tabla:

Tubo	A (m^2)	fL/D	$\sum k$	$K = \left(\frac{fL}{D} + \sum k \right) \frac{1}{2gA^2}$ (s^2/m^5)
Succión	0.2922	3.443	10.5	8.32
Descarga	0.2027	767.72	141	1127.44

El coeficiente global de resistencia es

$$K_{SIS} = 8.32 + 1127.44$$

$$K_{SIS} = 1135.76 \text{ s}^2 / \text{m}^5$$

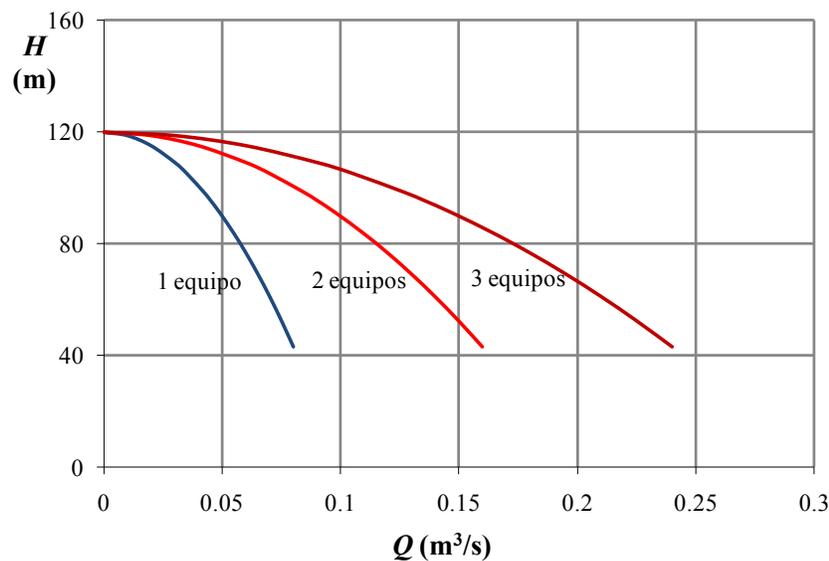
Con $H_E = 80\text{m}$, la ecuación del sistema queda

$$H_{B\text{SIS}} = 80 + 1135.76Q^2$$

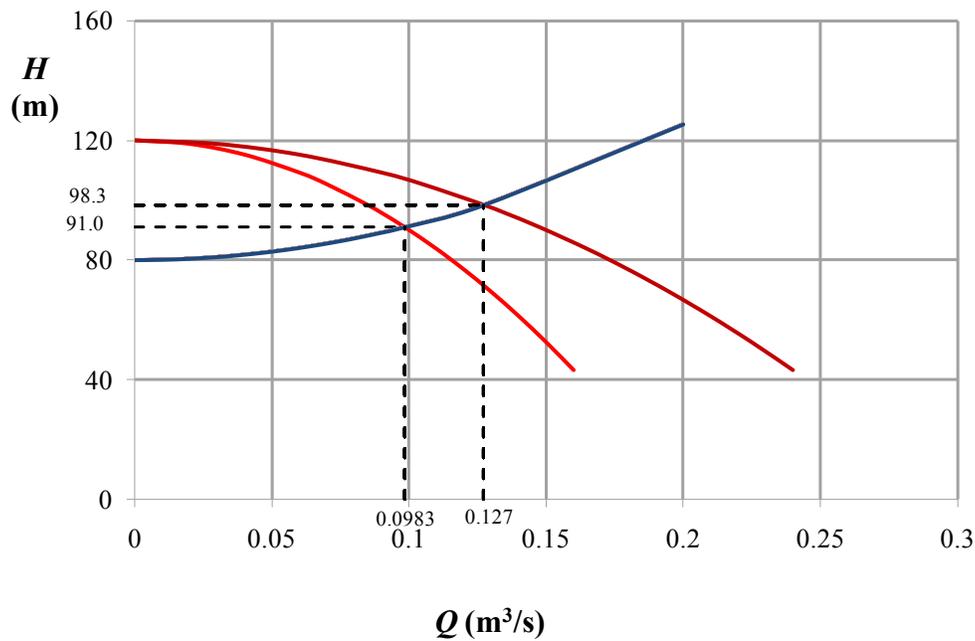
Para calcular las curvas del sistema de bombeo en paralelo para 2 y 3 equipos, primero se calcula la curva de un solo equipo; para dos equipos la carga es constante y el gasto es $2Q$; de igual forma, para tres equipos la carga es constante y el gasto es $3Q$. La tabla siguiente muestra los valores a partir de los cuales se calculan las curvas del sistema cuando opera en paralelo.

Q (m ³ /s)	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
H_B (m)	120	118.8	115.2	109.2	100.8	90	76.8	61.2	43.2
Q (2 equipos)	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	0.12	0.14	0.16
Q (3 equipos)	0	0.03	0.06	0.09	0.12	0.15	0.18	0.21	0.24

Con los valores de la tabla, se grafican las curvas de las bombas cuando operan en paralelo.



Para determinar los puntos de operación, se grafica la curva $Q-H_{B\text{SIS}}$ sobre el plano de las bombas operando en paralelo y se determinan los puntos de intersección de operación para los casos de 2 y 3 bombas que operan en paralelo.



Para el caso de dos equipos trabajando, se tiene

$$Q_{op2} = 0.0983 \text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 91.0 \text{ m}$$

y para el caso de tres equipos, resulta

$$Q_{op3} = 0.127 \text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 98.30 \text{ m}$$

Como en este problema se conocen tanto la ecuación del sistema como la de la bomba, también se le puede dar solución de forma analítica.

Para el caso de 2 bombas en operación, según la ecuación 4.13

$$Q_{u2} = \frac{Q_{op2}}{2}$$

Por lo que la ecuación de la bomba se puede expresar

$$H_B = 120 - 12000 \left(\frac{Q_{op2}}{2} \right)^2$$

Al igualar con la ecuación del sistema, se obtiene el gasto de operación

$$120 - 12000 \left(\frac{Q_{op2}}{2} \right)^2 = 80 + 1135.76 Q_{op2}^2$$

$$4135.76 Q_{op2}^2 = 40$$

$$Q_{op2} = 0.0983 \text{ m}^3/\text{s}$$

con este valor, la carga es

$$H_B = 80 + 1135.76 \times (0.0983)^2$$

$$H_B = 90.98 \text{ m} \approx 91.0 \text{ m}$$

y el gasto por equipo resulta

$$Q_{u2} = \frac{0.0983}{2}$$

$$Q_{u2} = 0.04915 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para el caso de 3 bombas en operación, según la ecuación 4.13

$$Q_{u3} = \frac{Q_{op3}}{3}$$

Por lo que la ecuación de la bomba se puede expresar

$$H_B = 120 - 12000 \left(\frac{Q_{op3}}{3} \right)^2$$

Al igualar con la ecuación del sistema, se obtiene el gasto de operación

$$120 - 12000 \left(\frac{Q_{op3}}{3} \right)^2 = 80 + 1135.76 Q_{op3}^2$$

$$2496.09 Q_{op3}^2 = 40$$

$$Q_{op3} = 0.127 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con este valor, la carga es

$$H_B = 80 + 1135.76 \times (0.127)^2$$

$$H_B = 98.30 \text{ m}$$

y el gasto por equipo se determina

$$Q_{u3} = \frac{0.127}{3}$$

$$Q_{u3} = 0.0423 \text{ m}^3/\text{s}$$

- b) La potencia hidráulica que recibe el sistema se determina con el gasto total de operación y la eficiencia se determina para cada unidad. La potencia mecánica y la potencia eléctrica se determinan según las ecuaciones 2.34 y 2.36, respectivamente.

Para dos equipos, la eficiencia de cada uno es

$$\eta_B = 34 \times 0.04915 - 320 \times (0.04915)^2 = 0.9$$

Para el cálculo de la potencia, se considera $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$, así, el resultado se expresa directamente en kW.

$$P_H = \gamma Q H_B = 9.81 \times 0.0983 \times 91.0$$

$$P_H = 87.76 \text{ kW}$$

$$P_{mec} = \frac{P_H}{\eta_B} = \frac{87.76}{0.9}$$

$$P_{mec} = 97.51 \text{ kW}$$

$$P_E = \frac{P_{mec}}{\eta_E} = \frac{97.51}{0.95}$$

$$P_E = 102.64 \text{ kW}$$

El tiempo requerido para bombear 4000 m³ es

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{4000}{0.0983} = 40691 \text{ s} = 11.3 \text{ h}$$

Por lo que la energía consumida resulta

$$E = P_E t = 102.64 \times 11.30 = 1159.83 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

Para tres equipos, la eficiencia de cada uno es

$$\eta_B = 34 \times 0.0423 - 320 \times (0.0423)^2 = 0.865$$

y las potencias son

$$P_H = \gamma Q H_B = 9.81 \times 0.127 \times 98.3$$

$$P_H = 122.47 \text{ kW}$$

$$P_{mec} = \frac{P_H}{\eta_B} = \frac{122.47}{0.865}$$

$$P_{mec} = 141.58 \text{ kW}$$

$$P_E = \frac{P_{mec}}{\eta_E} = \frac{141.58}{0.95}$$

$$P_E = 149.03 \text{ kW}$$

El tiempo requerido para bombear 4000 m³ resulta

$$t = \frac{V}{Q} = \frac{4000}{0.127} = 31496 \text{ s} = 8.75 \text{ h}$$

Por lo que la energía consumida es

$$E = P_E t = 149.03 \times 8.75 = 1304.01 \text{ kW}\cdot\text{h}$$

La mejor opción es instalar dos bombas, ya que además de ser más barato que instalar tres, consumen menos energía al bombear el mismo volumen de agua.

EJEMPLO 4.5

Se tienen dos bombas con diferente curva característica y que pueden operar en paralelo. Las curvas características de cada bomba se ajustan a las ecuaciones $H_{B1} = 160 - 55Q^2$ y $H_{B2} = 155 - 30Q^2$, respectivamente. La ecuación del sistema es $H_{BSIS} = 95 + 20Q^2$.

Determine el punto de operación cuando las bombas operan en paralelo.

Solución

En este caso, para la misma carga, cada bomba proporciona diferente gasto, por lo cual es conveniente fijar la carga y despejar el gasto, tanto para la bomba 1 como para la bomba 2. Para la bomba 1, una vez que se fija la carga, el gasto que proporciona es

$$Q_1 = \sqrt{\frac{160 - H_B}{55}}$$

De igual forma, para la bomba 2 resulta

$$Q_2 = \sqrt{\frac{155 - H_B}{30}}$$

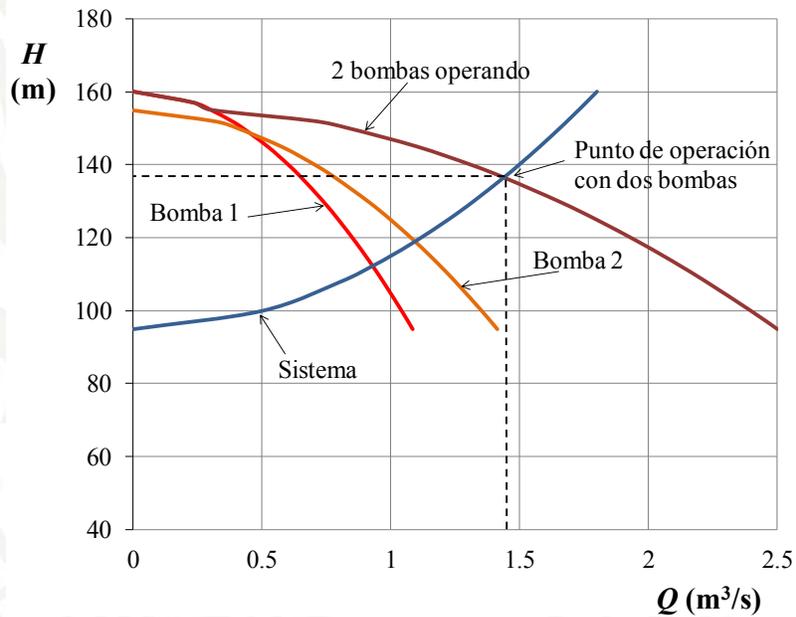
Cuando las bombas operan en paralelo, la carga H_{BSIS} se calcula con la suma de ambos gastos, y se tiene

$$H_{BSIS} = 95 + 20(Q_1 + Q_2)^2$$

La siguiente tabla muestra los valores a partir de los cuales se calculan las curvas del sistema cuando opera en paralelo.

H_B (m)	Q_1 (m ³ /s)	Q_2 (m ³ /s)	Q_1+Q_2 (m ³ /s)	H_{BSIS} (m ³ /s)
160	0		0	95
157	0.233		0.233	96.06
155	0.302	0	0.302	96.82
145	0.522	0.577	1.1	119.18
136.47	0.655	0.785	1.44	136.47
130	0.738	0.912	1.651	149.54
110	0.953	1.224	2.1177	189.81
95	1.0871	1.414	2.501	220.13

Con los valores de la tabla se grafican las curvas de las bombas y del sistema.



Tanto de la gráfica como de la tabla, se observa que el punto de operación con dos bombas se presenta con

$$Q_{op} = 1.44 \text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 136.47 \text{ m}$$

El gasto que proporciona cada bomba es

$$Q_1 = 0.655 \text{ m}^3/\text{s}, Q_2 = 0.785 \text{ m}^3/\text{s}$$

Como en este problema se conocen tanto la ecuación del sistema como las de las bombas, también se le puede dar solución de forma analítica, la cual se obtiene resolviendo la ecuación

$$\sqrt{\frac{160 - H_B}{55}} + \sqrt{\frac{155 - H_B}{30}} = \sqrt{\frac{H_B - 95}{20}}$$

4.3.2 Sistemas de bombas en serie

Se dice que un conjunto de n bombas está conectado en serie cuando la descarga de una bomba (i) termina en el tanque de succión de la siguiente bomba ($i+1$), tal como se muestra en la figura 4.19.

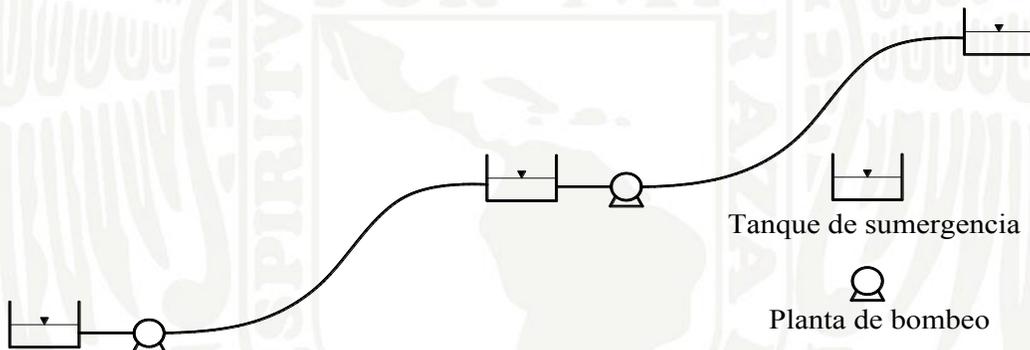


FIGURA 4.19 SISTEMA DE BOMBAS EN SERIE

Debido al principio de continuidad, si no existen estructuras de regulación entre las n bombas, todas ellas operan con el mismo gasto, mientras que la carga total que entregan será la suma de las cargas por bomba. Esto es

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_n$$

y

$$H_{BT} = \sum_{i=1}^n H_B \quad (4.15)$$

El caso más simple y común de un arreglo de bombas en serie se encuentra en las bombas verticales de varios *pasos* o etapas de impulsión. Este tipo de bombas son muy utilizadas para la extracción de agua en los pozos profundos y en cárcamos de bombeo. La figura 2.11 muestra como ejemplo una bomba vertical con dos etapas de impulsión.

Igual que en el caso de los sistemas de bombas en paralelo, es posible construir la curva gasto-carga equivalente de una bomba de n pasos a partir de la curva gasto-carga de una etapa de impulsión (generalmente las n etapas son iguales). Así, dado un número n de etapas solo es necesario multiplicar la carga que corresponde a cada gasto entregado por la bomba, por el número n (véase figura 4.20).

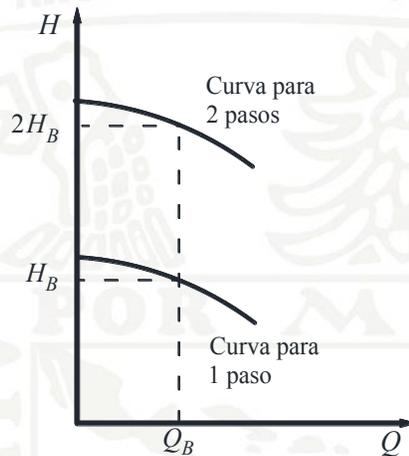


FIGURA 4.20 CURVA CARACTERÍSTICA EQUIVALENTE

Normalmente se considera que la eficiencia de la bomba con una etapa o paso es igual a la eficiencia con n pasos; sin embargo, algunos fabricantes aclaran cómo será el comportamiento de la eficiencia al considerar cierto número de pasos. Esto resulta del cambio de arreglo para un solo paso al de pasos adicionales. El cambio puede resultar en una mejor o peor eficiencia, pero siempre en un orden de magnitud de un punto porcentual sobre el valor indicado en las curvas.

Otro caso donde se presenta el arreglo de bombas en serie es cuando se requiere de bombas de apoyo o *booster* en la succión de la bomba principal. Este arreglo se utiliza para incrementar la carga de la bomba principal o para evitar problemas de cavitación por baja presión en la succión de esta. En este caso, las curvas gasto-carga de cada equipo son diferentes, pero la curva equivalente también se obtiene al sumar la carga que entrega cada una para un gasto dado.

Cuando se trata de sistemas de bombeo donde se tiene una gran carga por vencer, y el punto de entrega se encuentra a una longitud considerable, es conveniente instalar varias plantas de bombeo en serie, principalmente, porque una sola planta con bombas de múltiples pasos implicaría que desde el inicio de la conducción la tubería tuviera una resistencia alta y, por tanto, resultaría muy costosa (figura 4.21).

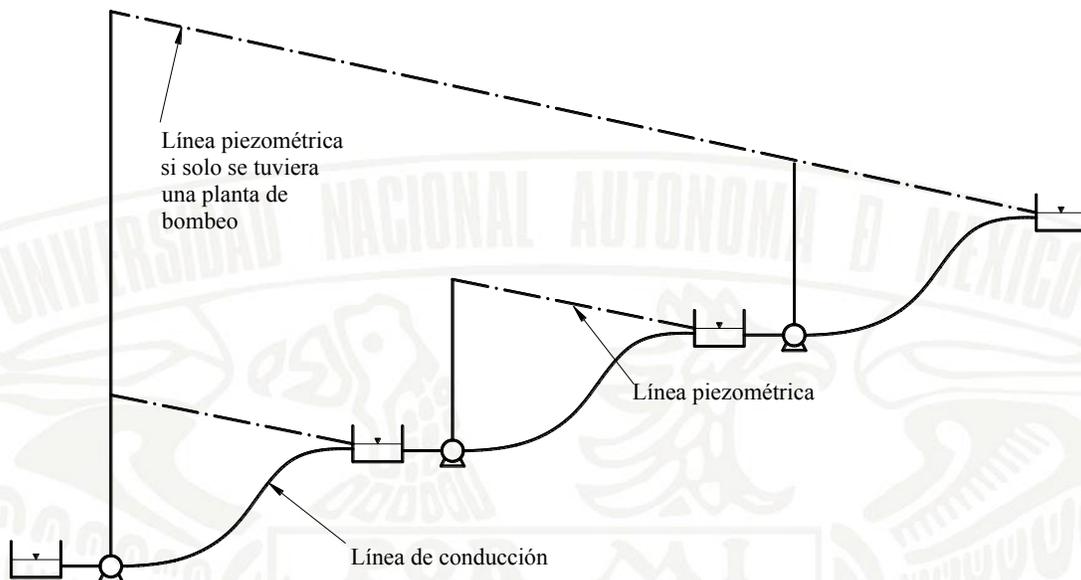


FIGURA 4.21 SISTEMA DE TRES PLANTAS DE BOMBEO EN SERIE

En este caso es conveniente distribuir las n etapas de bombeo a lo largo de la conducción para, de ser posible, que todas ellas operen con la misma carga. Esto último facilita el mantenimiento de los equipos. Además, es conveniente construir tanques de regulación entre las plantas de bombeo para evitar conectar directamente la línea de descarga de una planta a la succión de la siguiente. Normalmente, estos tanques se construyen lo más cerca posible de la entrada a una planta de bombeo, por lo que reciben, comúnmente, el nombre de tanque de succión o de sumergencia. Este tipo de arreglos se utiliza con frecuencia en los acueductos que transportan agua en bloque.

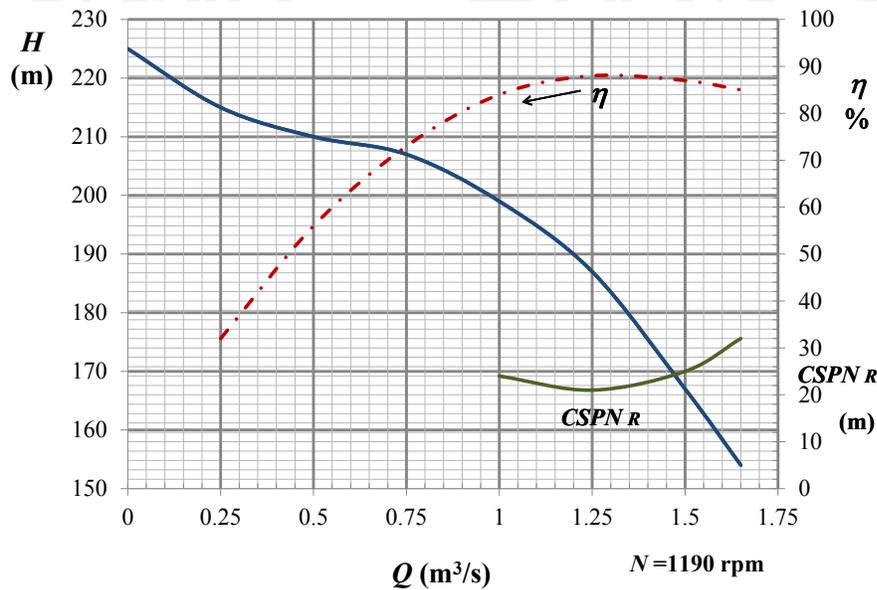
Desde el punto de vista del análisis y la operación hidráulica, la instalación de tanques de sumergencia permite que el funcionamiento en flujo establecido de cada planta de bombeo pueda considerarse en forma independiente, pero deberá verificarse que, para todo el sistema se cumpla la ecuación 4.15.

La capacidad de regulación de los tanques de sumergencia depende, por un lado, del gasto total y del número de equipos por planta y, por otro, del tiempo de respuesta entre las maniobras de paro y arranque de equipos entre plantas de bombeo. Estos tiempos pueden ser del orden de 30 minutos si las maniobras se coordinan mediante radiocomunicación, o menores si se cuenta con un sistema de control supervisor que automatice las maniobras de arranque y paro.

EJEMPLO 4.6

La siguiente figura muestra las curvas características de un tipo impulsor con el cual se va a construir una bomba de tres pasos y doble succión.

- Clasifique el impulsor.
- Construya la curva característica de la bomba.



Solución

- La velocidad específica se determina para los valores de gasto y carga que corresponden al punto de máxima eficiencia, la cual es $\eta=88\%$, de la gráfica se lee $Q = 1.25 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_B = 187 \text{ m}$. Con estos valores y la velocidad de giro $N = 1190 \text{ rpm}$, la velocidad específica se determina

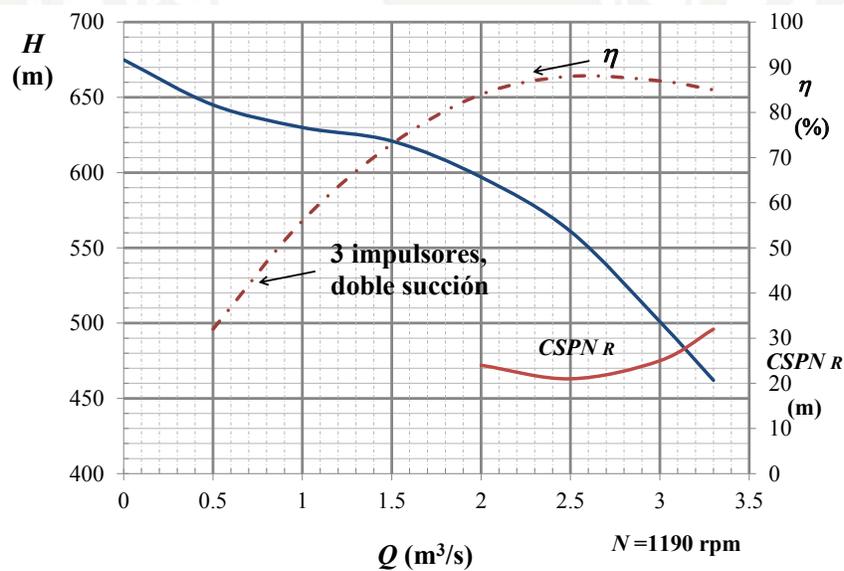
$$N_S = \frac{1190 \sqrt{1.25}}{187^{3/4}} = 26.31$$

la cual, según la figura 2.29 o la tabla 2.1, corresponde a un impulsor de flujo radial.

- Para construir las curvas características de la bomba con doble succión y tres impulsores, primero se ordenan en una tabla los datos que se leen para el impulsor sencillo.

Las columnas (1) a (4) de la siguiente tabla muestran estos valores. Para calcular el gasto y carga total de la bomba, se multiplican por 2 los datos de la columna (1) y se indican en la columna (5); los valores indicados en la columna (2) se multiplican por 3 y se indican en la columna (6).

1 impulsor				Doble succión	3 impulsores
Q (m ³ /s) (1)	H_B (m) (2)	η % (3)	$(CSPN)_R$ (m) (4)	Q (m ³ /s) (5)	H_B (m) (6)
0	225	0		0	675
0.25	215	32		0.5	645
0.5	210	56		1	630
0.75	207	73		1.5	621
1	199	84	24	2	597
1.25	187	88	21	2.5	561
1.5	167	87	25	3	501
1.65	154	85	32	3.3	462

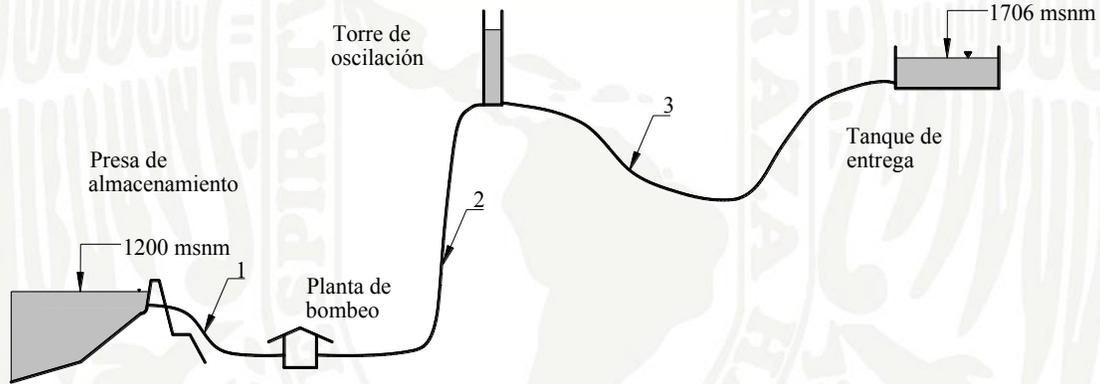


En la curva característica de la bomba, los valores de la eficiencia no se alteran, ya que el gasto por impulsor es el indicado en la columna (1). De igual forma, el valor de la $(CSPN)_R$ no cambia, ya que solo es necesario proteger al primer impulsor, debido a que una vez que pasa por este, la presión aumenta y no hay problema de cavitación para los siguientes impulsores.

A partir de los datos de esta tabla se construyen las curvas características que se le proporcionan al usuario. Note que para gastos entre 2.2 y 3.3 m³/s, la eficiencia prácticamente no cambia, y se presentan valores entre 85 y 88 %. En este intervalo se dice que la curva eficiencia-gasto es plana.

EJEMPLO 4.7

El sistema de bombeo mostrado en la figura deberá entregar un volumen diario de 600 000 m³ de agua. Se propone emplear equipos de bombeo idénticos, de doble succión y con tres impulsores en cada rama de succión, cuyas curvas características se calcularon en el ejemplo 4.6. Para entregar el volumen requerido, se analiza la operación simultánea de tres o cuatro bombas.



El nivel máximo del agua en la presa es de 1200 msnm y se acepta hasta un mínimo de 1170 msnm, el nivel del agua en el tanque de entrega es de 1706 msnm y no tiene variaciones considerables.

Para las dos condiciones de niveles de succión y considerando en cada caso las opciones de tres o cuatro bombas, determine:

- El gasto total bombeado, el gasto que proporciona cada unidad y el tiempo necesario para entregar el volumen requerido.
- La potencia mecánica máxima que desarrollarán los equipos en cada caso, así como la energía consumida para bombear el volumen requerido (considere $\eta_{ME} = 0.96$). Elija la mejor opción de operación (tres o cuatro bombas).

- c) La elevación máxima del eje de las bombas a fin de evitar problemas de cavitación en cualquier condición de operación (para la opción elegida en el inciso anterior).

Tubo	D (in)	f	L (m)
1	100	0.013	400
2	94	0.015	1450
3	100	0.013	10 400

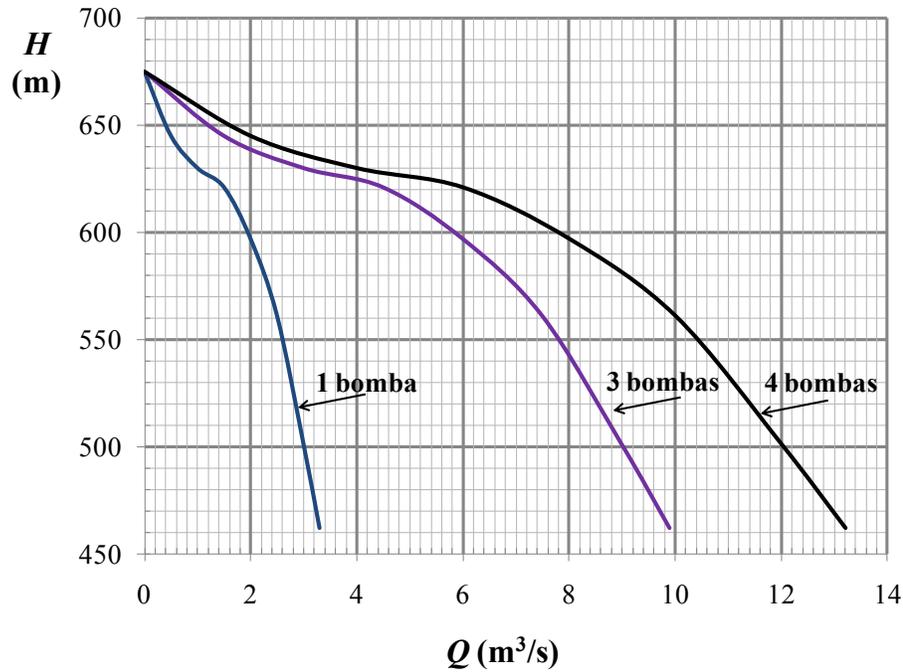
NOTA: La conducción es muy larga y son preponderantes las pérdidas de carga debidas a la fricción. Solo se consideran pérdidas locales correspondientes a entrada, salida y múltiple o cabezal en bombas. Para las dos primeras, los coeficientes de pérdida son $ke=0.5$ y $ks=1$; la pérdida de carga en el múltiple es $\Delta h_{mul} = 0.005 Q_{op}^2$, tanto en la succión como en la descarga.

Para calcular la presión atmosférica se considera $z = 1200$ msnm, la temperatura máxima del agua es $t = 20$ °C. Debido a los grandes diámetros y a los gastos esperados, se proporcionan los factores de fricción en flujo turbulento.

Solución

- a) Las curvas del sistema para tres y cuatro bombas operando en paralelo se construyen al multiplicar por 3 y por 4, respectivamente, los gastos que corresponden para una sola bomba y, por tanto, se tiene

1 bomba		3 bombas	4 bombas
Q (m ³ /s)	H_B (m)	Q (m ³ /s)	Q (m ³ /s)
0	675	0	0
0.5	645	1.5	2.0
1	630	3	4
1.5	621	4.5	6
2	597	6	8
2.5	561	7.5	10
3	501	9	12
3.3	462	10.5	13.2



A partir de la geometría y coeficientes de pérdidas, se determina K_{SIS} . Para lo cual se realiza la siguiente tabla:

Tubo	L (m)	D (in)	D (m)	f	A (m ²)	fL/D	Σk	$(fL/D + \Sigma k)/2gA^2$
1	400	100	2.54	0.013	5.06	2.05	0.5	0.00506
2	1450	94	2.39	0.015	4.48	9.11		0.02316
3	10400	100	2.54	0.013	5.06	53.22	1.0	0.10765
Suma								0.13587
Pérdida en múltiplos, $K_{múltiple} = 0.005$								2×0.005
K_{SIS}								0.1459

La ecuación del sistema queda

$$H_{BSIS} = H_E + 0.1459Q^2$$

La mínima carga estática de operación es

$$H_E = 1706 - 1200 = 506 \text{ m}$$

y la máxima carga estática se determina

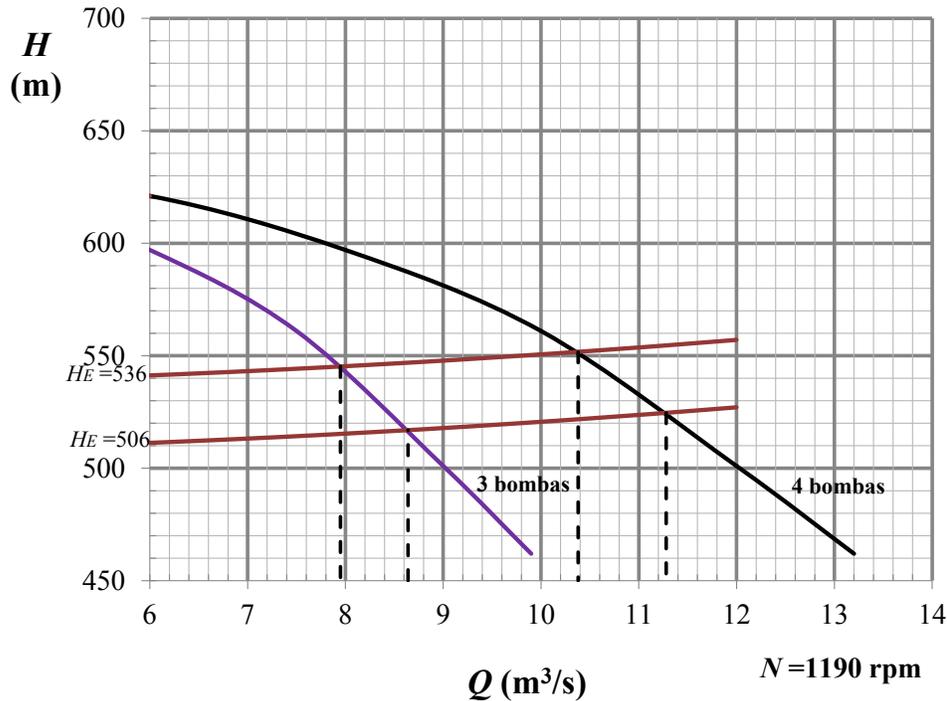
$$H_E = 1706 - 1170 = 536 \text{ m}$$

Las ecuaciones del sistema para las condiciones de mínima y máxima carga estática son

$$H_{B\text{SIS}} = 506 + 0.1459 Q^2$$

$$H_{B\text{SIS}} = 536 + 0.1459 Q^2$$

Para cada caso, se proponen valores de gasto, se calculan las curvas del sistema y se grafican sobre las curvas del sistema de bombeo en paralelo; en los puntos de intersección se obtienen los puntos de operación.



De la gráfica, se leen de forma aproximada los valores de carga y gasto de operación. En la tabla siguiente se presentan los valores de los puntos de operación; además, se incluyen el tiempo requerido de operación para bombear 600000 m^3 , el gasto unitario, la eficiencia y la $(CSPN)_R$; estos dos últimos valores se obtienen de las curvas características de la bomba, calculadas en el ejemplo 4.6.

3 equipos	
$H_E = 506\text{ m}$	$H_E = 536\text{ m}$
$Q_{op3} = 8.64\text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 517\text{ m}$	$Q_{op3} = 7.95\text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 545\text{ m}$
$t = \frac{V}{Q_{op}} = \frac{600000}{8.64} = 69444\text{ s} = 19.29\text{ h}$	$t = \frac{V}{Q_{op}} = \frac{600000}{7.95} = 75471\text{ s} = 20.96\text{ h}$
$Q_{u3} = \frac{8.64}{3} = 2.88\text{ m}^3/\text{s}$ $\eta = 0.88$ $(CSPN)_R = 24.2\text{ m}$	$Q_{u3} = \frac{7.95}{3} = 2.65\text{ m}^3/\text{s}$ $\eta = 0.875$ $(CSPN)_R = 22.5\text{ m}$

4 equipos	
$H_E = 506\text{ m}$	$H_E = 536\text{ m}$
$Q_{op4} = 11.28\text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 524.6\text{ m}$	$Q_{op4} = 10.38\text{ m}^3/\text{s}, H_{op} = 551.7\text{ m}$
$t = \frac{V}{Q_{op}} = \frac{600000}{11.28} = 53191\text{ s} = 14.77\text{ h}$	$t = \frac{V}{Q_{op}} = \frac{600000}{10.38} = 57803\text{ s} = 16.05\text{ h}$
$Q_{u4} = \frac{11.28}{4} = 2.82\text{ m}^3/\text{s}$ $\eta = 0.88$ $(CSPN)_R = 24.2\text{ m}$	$Q_{u4} = \frac{10.38}{4} = 2.595\text{ m}^3/\text{s}$ $\eta = 0.878$ $(CSPN)_R = 21.8\text{ m}$

- b) La potencia mecánica se determina a partir de la potencia hidráulica y de la eficiencia de la bomba. Para determinar la energía consumida, primero se determina la potencia eléctrica y esta se multiplica por el tiempo de operación.

3 equipos	
$H_E = 506\text{m}$	$H_E = 536\text{m}$
$P_{mec} = \frac{9810 \times 8.64 \times 517}{0.88} = 49.795 \times 10^6 \text{ W}$ $P_{mec} = 49.795 \text{ MW}$ $P_E = \frac{49.795}{0.96} = 51.87 \text{ MW}$	$P_{mec} = \frac{9810 \times 7.95 \times 545}{0.875} = 48.576 \times 10^6 \text{ W}$ $P_{mec} = 48.576 \text{ MW}$ $P_E = \frac{48.576}{0.96} = 50.6 \text{ MW}$
$E = 51.87 \times 19.29 = 1000.58 \text{ MW}\cdot\text{h}$	$E = 50.6 \times 20.96 = 1060.8 \text{ MW}\cdot\text{h}$

4 equipos	
$H_E = 506\text{m}$	$H_E = 536\text{m}$
$P_{mec} = \frac{9810 \times 11.28 \times 524.6}{0.88} = 65.97 \times 10^6 \text{ W}$ $P_{mec} = 65.97 \text{ MW}$ $P_E = \frac{65.97}{0.96} = 68.71 \text{ MW}$	$P_{mec} = \frac{9810 \times 10.38 \times 551.7}{0.878} = 63.98 \times 10^6 \text{ W}$ $P_{mec} = 63.98 \text{ MW}$ $P_E = \frac{63.98}{0.96} = 66.65 \text{ MW}$
$E = 68.71 \times 14.77 = 1014.85 \text{ MW}\cdot\text{h}$	$E = 66.65 \times 16.05 = 1069.73 \text{ MW}\cdot\text{h}$

Al analizar los datos de la tabla, se observa que la mejor condición de operación es con tres bombas, tanto para la mínima carga estática $H_E = 506 \text{ m}$, como para la máxima $H_E = 536 \text{ m}$; en ambos casos los motores tienen menor demanda de energía (aunque es muy poca la diferencia) y el consumo eléctrico para el volumen requerido, también disminuye. Además, el costo de inversión es menor, por tanto, se propone instalar 3+1 bombas para que se tengan tres en operación y una en reserva.

- c) Para evitar la cavitación, se analizarán las condiciones extremas de carga estática para el caso de tres equipos trabajando en paralelo.

El coeficiente de pérdida global en el tubo de succión se calcula como

$$K_1 = \left(f \frac{L}{D} + ke \right) \frac{1}{2g A^2} + 0.005$$

$$K_1 = (2.047 + 0.5) \frac{1}{2g \times 5.067^2} = 0.0101 \text{ s}^2/\text{m}^5$$

La presión atmosférica es

$$p_{atm} = 101.3 (1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 1200)^{5.256} = 87.67 \text{ kPa}$$

La presión de vapor, para $t = 20^\circ$, es 2.34 kPa; por lo que

$$\frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} = \frac{87.67 - 2.34}{9.81} = 8.70 \text{ m}$$

el mínimo desnivel entre la presa y la sección de succión de la bomba se determina como

$$\Delta z \geq (CSPN)_R - \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} + h_{rs}$$

Para la elevación del agua en la presa en la cota 1200, se tiene $H_E = 506 \text{ m}$, $Q_{op} = 8.64 \text{ m}^3/\text{s}$ y $(CSPN)_R = 24.2 \text{ m}$. Con el valor de K_1 se calcula la pérdida en el tubo de succión, la cual es

$$h_{rs} = 0.0101 \times 8.64^2 = 0.75 \text{ m}$$

Con los datos obtenidos se tiene

$$\Delta z \geq 24.2 - 8.7 + 0.75$$

$$\Delta z \geq 16.25 \text{ m}$$

y la máxima elevación en el eje de la bomba es

$$z_{eb} \leq 1200 - 16.25$$

$$z_{eb} \leq 1183.75 \text{ m}$$

Procediendo de igual manera, para la elevación del agua en la presa en la cota 1170 se tiene que $H_E = 536\text{m}$, $Q_{op3} = 7.95\text{m}^3/\text{s}$ y $(CSPN)_R = 22.5\text{m}$, por tanto, se llega a

$$h_{rs} = 0.0101 \times 7.95^2 = 0.64\text{m}$$

$$\Delta z \geq 22.5 - 8.7 + 0.64$$

$$\Delta z \geq 14.44\text{m}$$

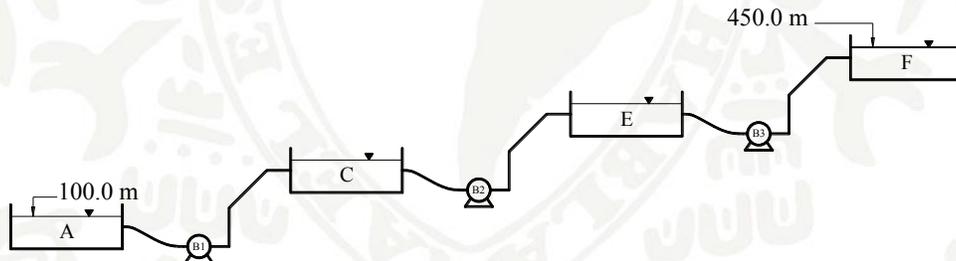
$$z_{eb} \leq 1170 - 14.44$$

$$z_{eb} \leq 1155.56\text{m}$$

La condición más desfavorable se tiene para el mínimo nivel de agua de la presa, por lo que el eje de la bomba deberá colocarse por debajo de la elevación 1155.56 m.

EJEMPLO 4.8

Se requiere llevar agua desde el almacenamiento A hasta el almacenamiento F, se proponen tres estaciones de bombeo intermedias.



Los datos de las conducciones y de las bombas se muestran en la siguiente tabla:

Tubo	K (s^2/m^5)	Curva de la bomba
		$0 < Q \leq 3\text{m}^3/\text{s}$
1	5.5	$H_{B1} = 170 - 3.1Q^2$
2	4	$H_{B2} = 120 - 2.8Q^2$
3	3	$H_{B3} = 140 - 1.6Q^2$

Determine el gasto de operación, la carga que proporciona cada bomba y las elevaciones de los almacenamientos C y E .

Solución

De la ecuación 4.15, se tiene que $H_{BT} = \sum_{i=1}^n H_{B_i}$, por lo que

$$H_{BT} = (170 - 3.1Q^2) + (120 - 2.8Q^2) + (140 - 1.6Q^2)$$

$$H_{BT} = 430 - 7.5Q^2$$

La ecuación del sistema es

$$H_{BSIS} = H_E + (K_1 + K_2 + K_3) Q^2 = (450 - 100) + (5.5 + 4 + 3)Q^2$$

$$H_{BSIS} = 350 + 12.5Q^2$$

al igualar ambas ecuaciones se tiene

$$430 - 7.5Q^2 = 350 + 12.5Q^2$$

$$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por lo que la carga total de bombeo es

$$H_{BT} = 430 - 7.5 \times 2^2 = 400 \text{ m}$$

y cada bomba aporta

$$H_{B1} = 170 - 3.1 \times 2^2 = 157.6 \text{ m}$$

$$H_{B2} = 120 - 2.8 \times 2^2 = 108.8 \text{ m}$$

$$H_{B3} = 140 - 1.6 \times 2^2 = 133.6 \text{ m}$$

Para conocer las elevaciones en los tanques C y E , se plantea la ecuación de la energía y se obtiene

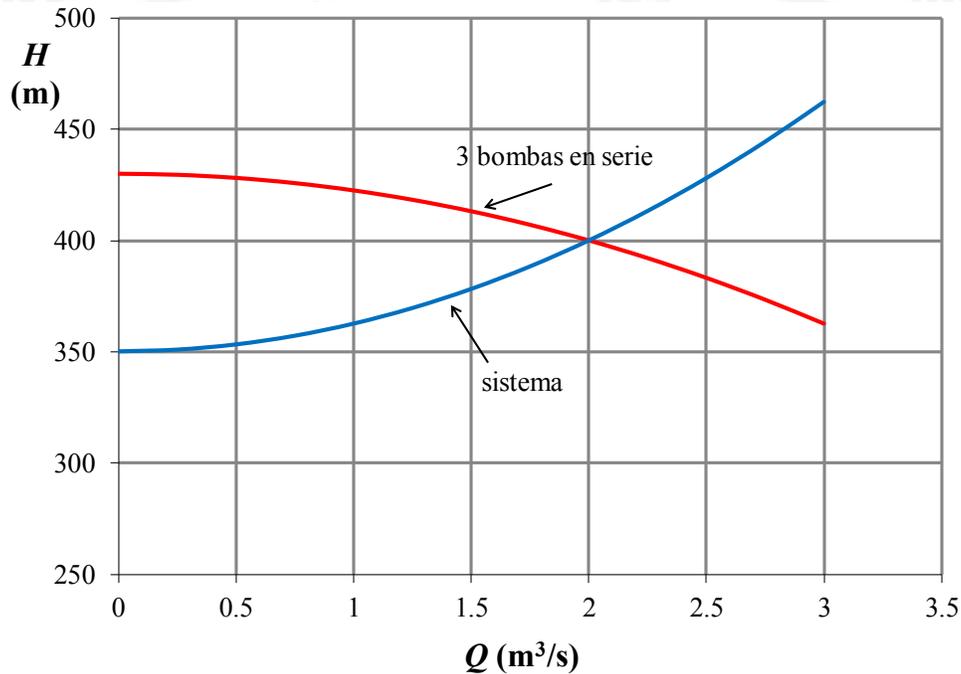
$$H_A + H_{B1} = H_C + K_1 Q^2$$

$$H_C = 100 + 157.6 - 5.5 \times 2^2 = 235.6 \text{ m}$$

$$H_C + H_{B2} = H_E + K_2 Q^2$$

$$H_E = 235.6 + 108.8 - 4 \times 2^2 = 328.4 \text{ m}$$

La siguiente gráfica muestra el punto de operación de las tres bombas operando en serie con la curva del sistema.



4.4 DISEÑO DE CÁRCAMOS

Uno de los componentes más importantes en una estación de bombeo es el cárcamo, el cual es una estructura de forma geométrica determinada, cuya función es guiar al flujo desde la entrada del cárcamo hasta su ingreso a la succión de las bombas.

En general, el diseño del cárcamo se realiza para dos grandes tipos de instalaciones, el primer tipo es para conducir líquidos limpios a las bombas y el segundo, para conducir líquidos con sólidos en suspensión (como es el caso del manejo de agua residual). Los cárcamos para líquidos limpios requieren formas geométricas específicas que contribuyan a dirigir al flujo. Los cárcamos para líquidos con sólidos en suspensión requerirán del mismo tipo de arreglos que los limpios y además deben evitar la acumulación de material en el interior de estos, ya que esto alteraría su geometría original.

El objetivo principal que se persigue al diseñar un cárcamo es lograr una aproximación uniforme del flujo al impulsor de la bomba. La presencia de perturbaciones en el recorrido de aproximación a la bomba puede promover que el flujo forme rotación, lo que puede inducir vibración y/o cavitación en el impulsor de la bomba, aun cuando la *CSPN* disponible satisfaga los requerimientos de esta.

La distribución deseable del flujo de aproximación a la succión de la bomba se logra garantizando la ausencia de vórtices en su trayectoria. Una condición recomendable es cuidar que el flujo sea uniformemente acelerado, es decir, que siempre incremente su velocidad desde su captación hasta llegar al impulsor. Cualquier desaceleración del flujo trae como consecuencia el avance contra gradientes de presión no favorables, lo que promueve la separación del flujo de las paredes que lo contienen y, por tanto, facilita la formación de flujos secundarios no deseados que generalmente están fuera de control. Cualquier elemento que favorezca la formación de vórtices en la trayectoria del flujo de aproximación debe ser evitado.

Los problemas mencionados, anteriormente, se pueden prevenir siguiendo algunas reglas contenidas en recomendaciones generales para el diseño geométrico de cárcamos, que se basan en la recopilación de diseños previamente probados y normalizados por instituciones como: International Organization for Standardization (ISO), British Hydromecanics Research Association (BHRA), actualmente se le puede encontrar con el nombre de British Hydromecanics Research Group (BHR Group Limited), American National Standards Institute (ANSI), Hydraulic Institute (HI), Japanese Standards Association (JIS).

En México es muy común emplear la normatividad del Instituto de Hidráulica de Estados Unidos (HI, por sus siglas en inglés) bajo la tutela del ANSI, dado que la vecindad con los Estados Unidos promueve el intercambio comercial de equipo de bombeo. El HI ofrece una normatividad ampliamente aceptada a nivel mundial y se hará mención frecuentemente a esta referencia como guía de diseño.

4.4.1 Objetivos de diseño

Dentro de los fenómenos hidráulicos que han sido identificados como adversos al comportamiento de las bombas se encuentran:

- Vórtices sumergidos
- Vórtices ligados a la superficie libre

- Exceso de prerrotación del flujo que ingresa en la campana de succión
- Distribución espacial no uniforme de la velocidad del flujo en el ojo del impulsor
- Variaciones excesivas en la velocidad y prerrotación del flujo entrante a la bomba
- Ingreso de aire o burbujas que se liberen dentro de la conducción y que provengan de algún gas disuelto en el agua y que lleguen a la succión de la bomba

El efecto negativo de cada uno de estos fenómenos sobre el comportamiento de la bomba depende de la velocidad específica y tamaño de esta. Algunos equipos tendrán características particulares de diseño que el fabricante señale como críticas para su instalación.

En general, las bombas de gran tamaño y las bombas de flujo axial (N_S altas) son más sensibles a los fenómenos adversos que las bombas pequeñas y las de flujo radial (N_S bajas). Sin embargo, es más frecuente instalar equipo con velocidades específicas altas o medias en las obras de toma que captan agua desde un lago, río u colector, debido a que requieren $CSPN$ bajas.

Estrictamente no existe una distinción cuantitativa exacta que sirva para descartar en qué caso se debe tener especial cuidado con el diseño del cárcamo, por lo que el proyectista estimará las consecuencias que podría experimentar un diseño que no cumpla con las recomendaciones de alguna de las instituciones reconocidas en este campo.

Los síntomas típicos o consecuencias padecidas por condiciones hidráulicas adversas en cárcamos mal diseñados son:

- Reducción del gasto de diseño
- Reducción de la carga de bombeo
- Incremento en la potencia requerida para entregar un gasto determinado
- Incremento en las vibraciones y ruido durante la operación

El diseño de la toma deberá permitir que la bomba alcance su rendimiento hidráulico óptimo para cualquier condición de operación prevista en el proyecto, dando por hecho que se ha cuidado la congruencia entre el intervalo de gastos de operación especificados y lo garantizado por el fabricante.

Los resultados que se obtienen al diseñar con las normas reconocidas proporcionan resultados conservadores, por esto, cuando el espacio impide seguir las recomendaciones de diseño estipuladas, esto no implica que el cárcamo vaya a funcionar mal, pero será necesario ensayar la forma geométrica propuesta en un modelo físico.

Dicho modelo se debe realizar con igual número de Froude que el prototipo, dado que el flujo a superficie libre constituye la parte más importante del cárcamo y permitirá comprobar el funcionamiento adecuado o proponer las modificaciones requeridas para corregirlo.

4.4.2 Requerimientos de diseño básicos

Uno de los parámetros comunes a todos los cárcamos es la mínima profundidad donde se ubica la campana de succión; esta dimensión se denomina sumergencia mínima, $S_{\text{mín}}$. Este es un dato que normalmente se puede consultar en la curva de la bomba (dato proporcionado por el fabricante del equipo de bombeo para el caso de una bomba vertical), el cual advierte que se requiere ese mínimo para evitar que se formen vórtices alrededor de la campana de succión, ya que, en caso de presentarse, estos son capaces de transportar e introducir aire desde la superficie libre a la succión de la bomba.

Para bombas de N_s media y alta, es común que la profundidad mínima de la campana, por requerimientos de $CSPN$, resulte menor a la requerida para evitar vórtices, por lo cual, siempre se debe revisar por cavitación y por sumergencia mínima. La profundidad de campana debe ser la que resulte mayor, además, a mayor sumergencia, menos posibilidades de falla.

Para un cálculo preliminar de $S_{\text{mín}}$, el HI hace referencia al trabajo experimental realizado por Hecker, el cual expresa sus resultados en función del número de Froude, y propone

$$S_{\text{mín}} = Dc (1 + 2.3 F_D) \quad (4.16)$$

En este caso, el número de Froude se define

$$F_D = \frac{Vc}{(gDc)^{0.5}} \quad (4.17)$$

Dc Diámetro de la campana de succión o entrada a la tubería de succión (o diámetro equivalente al de la sección que tenga igual área de entrada)

Vc Velocidad en la entrada de la campana de succión

Dado que el diámetro de la campana de succión resulta una dimensión básica para el diseño del cárcamo, las dimensiones de este se definen como múltiplos de Dc .

Generalmente, el fabricante recomienda la sumergencia mínima de la bomba y las dimensiones del cárcamo. Sin embargo, en la etapa de anteproyecto no se conoce esta información y se hace un diseño preliminar del mismo. Una vez que el tamaño y número de bombas está definido, el diámetro de la campana se puede estimar a partir de la velocidad a la entrada de la campana. La tabla 4.1 proporciona las velocidades recomendadas por el HI (1998), en función del gasto en la bomba.

TABLA 4.1 VELOCIDADES RECOMENDADAS EN LA ENTRADA DE LA CAMPANA

Q (m ³ /s)	V_c (m/s)
$Q < 0.315$	$0.6 \leq V_c \leq 2.7$
$0.315 \leq Q < 1.26$	$0.9 \leq V_c \leq 2.4$
$Q \geq 1.26$	$1.2 \leq V_c \leq 2.1$

Una estimación inicial del diámetro de campana se puede hacer fijando la velocidad media de ingreso en 1.7 m/s (5.6 ft/s) que corresponde a un valor típico de diseño. Algunos fabricantes diseñan con velocidades distintas, aunque muy próximas, por tanto, este es un valor que puede ser usado como referencia.

A partir del valor típico $V_c = 1.7$ m/s y con $V_c = \frac{Q}{Ac} = \frac{4Q}{\pi(D_c)^2}$, un valor preliminar del diámetro de campana es

$$D_c = 0.8654 \sqrt{Q} \quad (4.18)$$

donde Q está dado en m³/s y D_c en m.

Una vez calculado el diámetro de campana, este se debe ajustar a valores comerciales y revisar que la nueva velocidad esté entre el intervalo recomendado.

Cuando se ha elegido el equipo por instalar, la velocidad en la campana puede ser diferente de 1.7 m/s, pero dentro del intervalo indicado en la tabla 4.1, salvo indicación del fabricante. Las

dimensiones del cárcamo deben ser revisadas con el nuevo diámetro de campana y deben cumplir con las especificaciones. La experiencia indica que velocidades mayores a las recomendadas pueden causar problemas hidráulicos y velocidades menores implican innecesarias campanas de gran tamaño y, por tanto, cárcamos sobredimensionados.

Los cárcamos pueden ser secos o húmedos. Al cárcamo seco se le llama así porque la bomba se aloja en un sitio aislado del almacenamiento de agua; en cambio, en el cárcamo húmedo la bomba se encuentra sumergida. En la figura 4.1, el cárcamo es seco, y en la figura 4.2 es húmedo.

4.4.3 Estructuras para tomas con líquidos limpios

- *Cárcamos rectangulares*

Las características de la aproximación del flujo es la primera de las consideraciones para el diseño. Una vez determinada la dirección y la distribución del flujo a la entrada de la estructura de toma, es necesario tomar en cuenta los siguientes aspectos:

- La orientación de la toma relativa a la fuente de suministro del agua.
- Si la estructura toma el flujo del fondo, de la superficie o de alguna saliente de la fuente de suministro.
- La intensidad de la corriente en la dirección perpendicular a la aproximación al equipo de bombeo.
- El número de bombas que se proyecta instalar y sus combinaciones de operación posibles (política de operación).

En condiciones ideales, el flujo debe aproximarse al cárcamo de manera que no exista ningún flujo cruzado (figura 4.22), ya que este flujo puede crear aproximaciones asimétricas del flujo a la bomba. Se considera que la velocidad del flujo cruzado tiene importancia si excede 50 % de la velocidad del flujo a la entrada del canal de aproximación, denominado bahía de la bomba. Dado el caso anterior, es necesario revisar si se requiere de algunas estructuras que ayuden a guiar el flujo principal, como muros divisorios, rellenos que eviten el flujo en zonas muertas (es decir que no tienen flujo) y que pueden contribuir a generar flujos secundarios, tranquilizadores, etc. Esto debe realizarse mediante el ensayo en modelo físico.

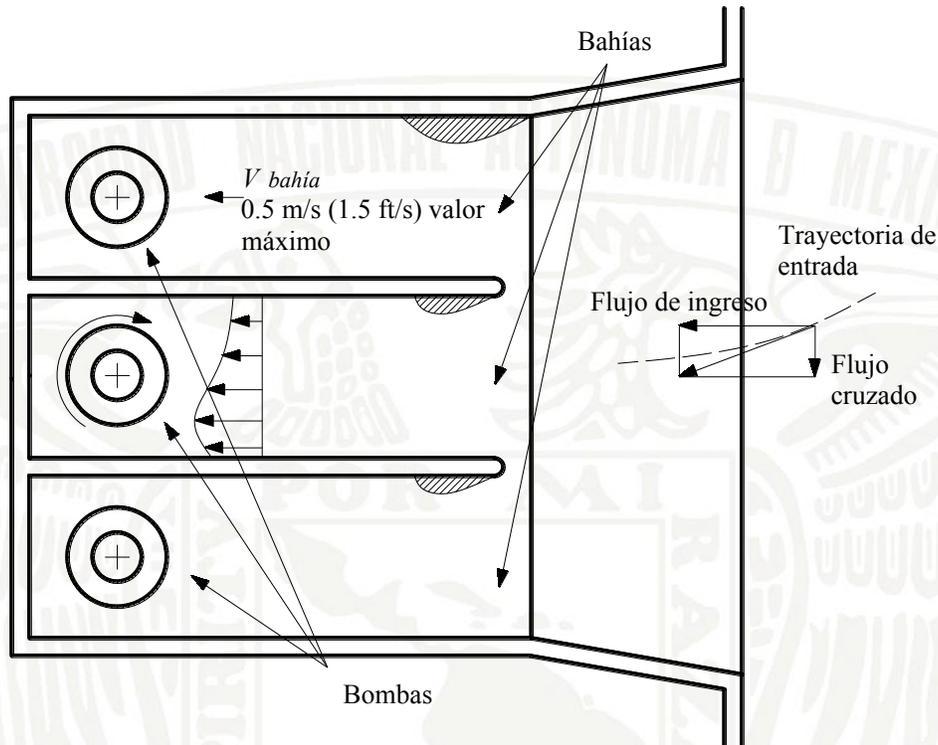


FIGURA 4.22 FLUJO CRUZADO EN LA ENTRADA AL CÁRCAMO

Si se van a instalar múltiples bombas y el flujo por bomba excede 315 l/s , es necesario colocar paredes divisorias que aíslen el flujo de aproximación de cada equipo. Para gastos menores al indicado, se recomienda un espaciamiento mínimo entre bombas igual a $2 D_c$.

Las principales dimensiones de un cárcamo rectangular, según recomendaciones del HI, se muestran en las figuras 4.23 y 4.24, y se definen en la tabla 4.2.

El ancho de la bahía w deberá ajustarse junto con la profundidad del flujo H , de manera que la velocidad de aproximación no exceda de 0.5 m/s .

TABLA 4.2 DIMENSIONES PRINCIPALES DE UN CÁRCAMO RECTANGULAR

	Descripción	Valor recomendado
<i>A</i>	Distancia desde el centro de la campana de succión a la entrada del cárcamo	$5 D_c$ (mínimo), si no es significativo el flujo cruzado*
<i>a</i>	Longitud de los muros de relleno	$2.5 D_c$ (mínimo)
<i>B</i>	Distancia del eje de la campana de succión a la pared del fondo del cárcamo	$0.75 D_c$
<i>C</i>	Separación de la campana de succión del piso del cárcamo	Entre $0.3 D_c$ y $0.5 D_c$
<i>D_c</i>	Diámetro de la campana de succión	Tal que se cumplan velocidades recomendadas en la tabla 4.1
<i>H</i>	Mínimo tirante dentro del cárcamo	$H = S + C$
<i>S</i>	Distancia entre el nivel del agua y la entrada a la campana (sumergencia)	Se calcula con la expresión 4.16 o lo proporciona el fabricante, siempre debe revisarse que no se presente cavitación**
<i>W</i>	Ancho de entre muros divisorios de la bahía	$2 D_c$ mínimo (sin muros de relleno) o $2 D_c + 2$ veces el ancho de relleno
<i>w</i>	Ancho de la bahía en la inmediata vecindad de la bomba	$2 D_c$
<i>X</i>	Distancia del eje de la campana al inicio del muro divisorio entre bahías	$5 D_c$ (mínimo), si no es significativo el flujo cruzado*
<i>Y</i>	Distancia libre entre la rejilla o malla protectora y el centro de la campana	$4 D_c$ (mínimo)
<i>Z₁</i>	Longitud de los muros laterales del cárcamo medidos desde la contracción	$5 D_c$ (mínimo si no es significativo el flujo cruzado*)
<i>Z₂</i>	Distancia entre el centro de la campana y la rampa de acceso	$5 D_c$ (mínimo)
α	Ángulo de la rampa de acceso	Entre -10° y 10°
β	Ángulo de la contracción lateral	$\leq 10^\circ$
φ	Ángulo de los muros de relleno	$\leq 10^\circ$

*Se considera valor significativo de flujo cruzado cuando su velocidad es mayor que $0.5 V_{bahía}$.

**Valor mínimo, si la sumergencia que se proporciona es mayor, aumenta la protección.

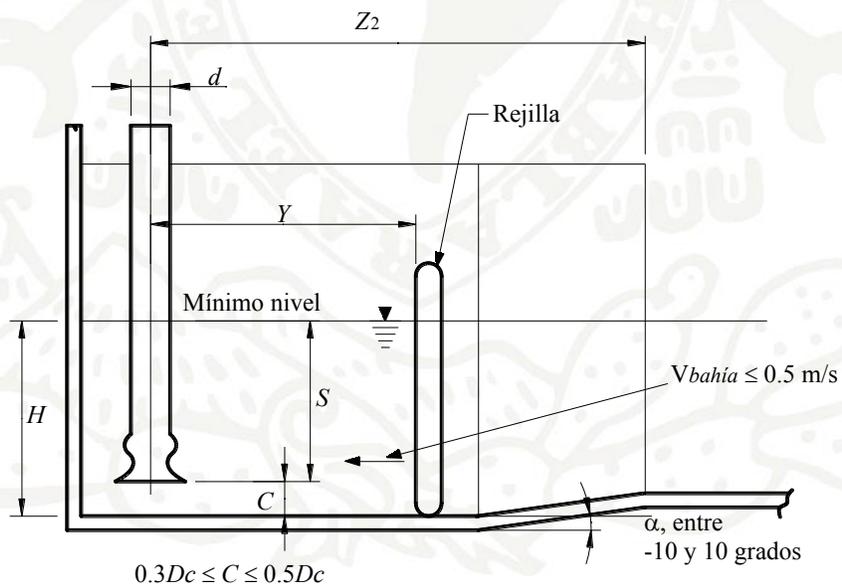
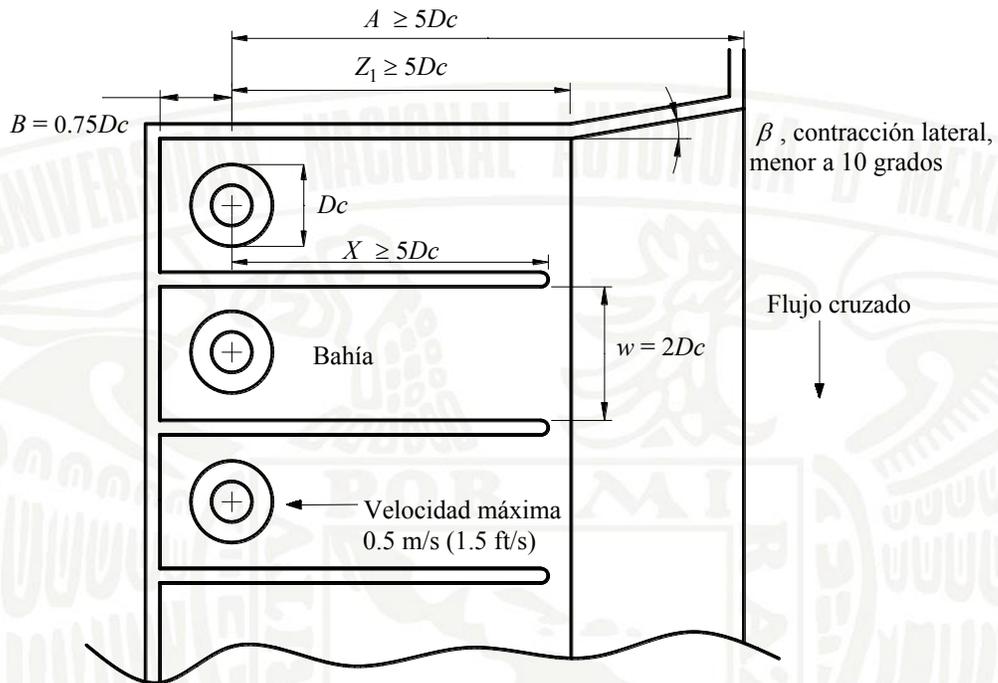


FIGURA 4.23 DIMENSIONES BÁSICAS DE UN CÁRCAMO RECTANGULAR

En las normas del BHR Group se menciona que el máximo ancho w que puede tener la bahía es de tres veces D_c , esto es porque en anchos mayores, el flujo de aproximación es muy susceptible de avanzar de forma no uniforme y formar vórtices alrededor de la bomba. Por esta razón, es preferible colocar un relleno con muros falsos divisorios en las paredes de cada bahía si se requiere distanciar el eje de una bomba respecto a la otra. En la figura 4.24 se muestra un relleno tal, que el ancho w corresponda al doble de D_c .

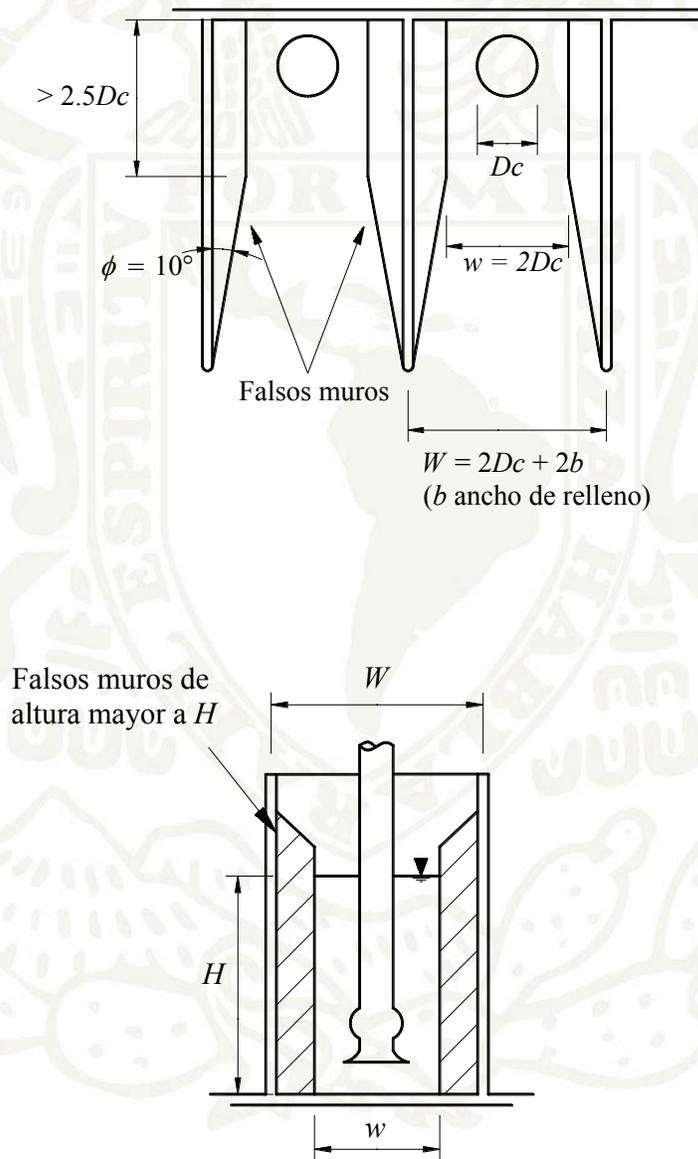


FIGURA 4.24 CÁRCAMO CON MUROS DE RELLENO

En algunos casos, se requieren cárcamos de bombeo secos que alimenten las líneas de succión de bombas horizontales, en este caso solo la campana de succión queda dentro del cárcamo. Para estos cárcamos, el arreglo debe seguir las mismas recomendaciones que el cárcamo húmedo, tomando en cuenta algunas variaciones del arreglo, como se muestra en la figura 4.25.

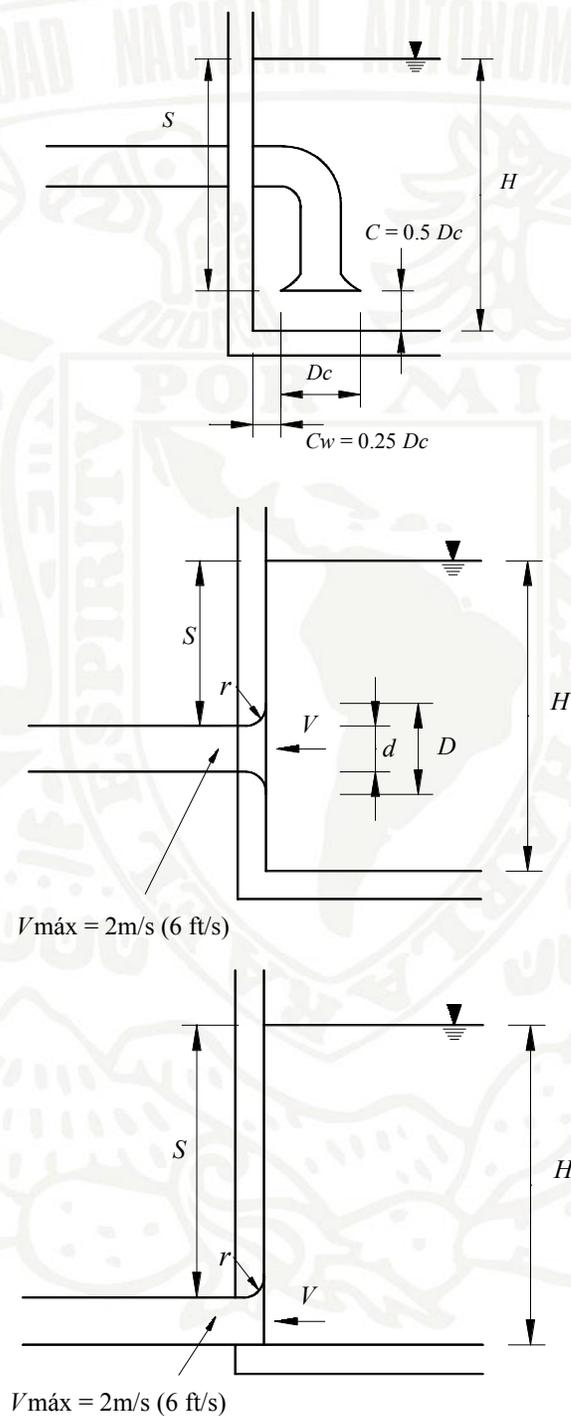
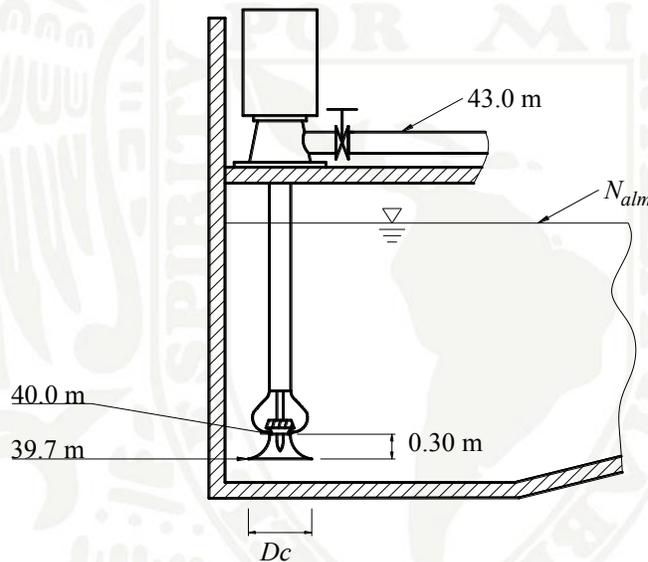


FIGURA 4.25 CÁRCAMOS SECOS

EJEMPLO 4.9

En el cárcamo que se muestra, se va a instalar una bomba vertical cuyos datos en el punto de máxima eficiencia se presentan en la siguiente tabla:

Q	H_B	$(CSPN)_{3\%}$	N
(m^3/s)	(m)	(m)	(rpm)
0.082	30	6.5	3560



Se tienen disponibles campanas de succión con diámetros D_c de 8" y 10". No se consideran pérdidas de energía en la entrada de la campana, por tanto $h_{r,s}=0$. Las elevaciones en el cárcamo están medidas con respecto a un plano de referencia arbitrario. Considere $p_{atm}=80\text{ kPa}$ y $p_v=2.34\text{ kPa}$.

Realice lo siguiente:

- Elija el diámetro D_c adecuado, así como un diámetro comercial D_T para el tubo de descarga, tal que esté entre $D_c/1.2$ y $D_c/1.5$.
- Determine el nivel mínimo en el almacenamiento, tal que no se tengan problemas por cavitación ni por sumergencia.

- c) Una vez definido este nivel, determine las dimensiones principales del cárcamo: C , w , B , Y , A y H .
- d) Repita el inciso b), pero considere $p_{atm}=101\text{kPa}$.

Solución

- a) Para los dos diámetros de campana, se calculan las respectivas áreas y velocidades:

D_c	D_c	A_c	$V_c = \frac{Q}{A_c}$
(in)	(m)	(m ²)	(m/s)
8	0.2032	0.0324	2.53
10	0.254	0.0507	1.618

Según la tabla 4.1, para $Q < 0.315 \text{ m}^3/\text{s}$ se recomienda $0.6 \leq V_C < 2.7$. Para las campanas propuestas, las velocidades se encuentran dentro del intervalo recomendado. Si se elige $D_c=8''$, las dimensiones del cárcamo serán menores, pero la velocidad en el tubo será mayor porque tiene menor diámetro. En cambio, si se elige $D_c=10''$, las dimensiones en el cárcamo serán mayores, pero la velocidad en el tubo será menor y, por tanto, se disminuirán las pérdidas de energía en el conducto; además, la velocidad en la campana es la que más se acerca al valor típico de $V_C = 1.7 \text{ m/s}$.

Los diámetros del tubo estarán comprendidos entre

$$\frac{10''}{1.2} \geq D_T \geq \frac{10''}{1.5}$$

$$8.33'' \geq D_T \geq 6.67''$$

Se elige $D_T = 8''$, por lo que $V_T = 2.53 \text{ m/s}$.

- b) Revisión por cavitación

$$\frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} = \frac{80 - 2.34}{9.81} = 7.92 \text{ m}$$

Con la ecuación 3.12, se determina la velocidad específica de succión

$$(N_S)_S = \frac{3560\sqrt{0.082}}{(6.5)^{3/4}}$$

$$(N_S)_S = 250$$

De la tabla 3.3, se observa que el valor de la energía de succión SE está entre baja y alta. La tabla 3.4 sugiere valores de f_C entre 1.1 y 1.3 para SE baja y valores entre 1.3 a 2 para SE alta; para este problema se elige $f_C=1.5$. Con este valor y empleando la ecuación 3.9, se tiene

$$\Delta z \geq f_C (CSPN)_{3\%} - \frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} + h_{rs}$$

$$\Delta z \geq (1.5 \times 6.5) - 7.92 + 0$$

$$\Delta z \geq 1.83 \text{ m}$$

Por lo que, para evitar problemas por cavitación, se tiene

$$N_{alm} \geq N_{impulsor} + \Delta z$$

$$N_{alm} \geq 40 + 1.83$$

$$N_{alm} \geq 41.83 \text{ m}$$

Para revisar por sumergencia, primero se calcula el parámetro F_D con la ecuación 4.17

$$F_D = \frac{1.618}{(g \times 0.254)^{0.5}}$$

$$F_D = 1.025$$

y la sumergencia mínima se determina con la ecuación 4.16, por tanto, se tiene

$$S_{\text{mín}} = 0.254 (1 + 2.3 \times 1.025)$$

$$S_{\text{mín}} = 0.85 \text{ m}$$

Con este valor, el nivel mínimo en el almacenamiento es

$$N_{alm} \geq N_{campana} + S_{\text{mín}}$$

$$N_{alm} \geq 39.7 + 0.85$$

$$N_{alm} \geq 40.55 \text{ m}$$

en este caso rige la revisión por cavitación, por lo que el nivel mínimo en el cárcamo debe ser de 41.83 m.

- c) Las dimensiones principales del cárcamo se determinan a partir del diámetro de campana y, según las recomendaciones de diseño y de acuerdo con la tabla 4.2, para este caso son

$$0.3D_c \leq C \leq 0.5D_c$$

$$0.3 \times 0.254 \leq C \leq 0.5 \times 0.254$$

$$0.0762 \leq C \leq 0.127$$

Se elige $C = 0.10 \text{ m}$

$$w = 2D_c = 2 \times 0.254 = 0.508 \text{ m}$$

$$B = 0.75D_c = 0.75 \times 0.254 = 0.19 \text{ m}$$

$$Y = 4D_c = 4 \times 0.254 = 1.02 \text{ m}$$

$$A = 5D_c = 5 \times 0.254 = 1.27 \text{ m}$$

Con $N_{alm} = 41.83 \text{ m}$, la sumergencia, que es mayor que $S_{\text{mín}}$, es

$$S = 41.83 - 39.7 = 2.13 \text{ m}$$

y H se calcula

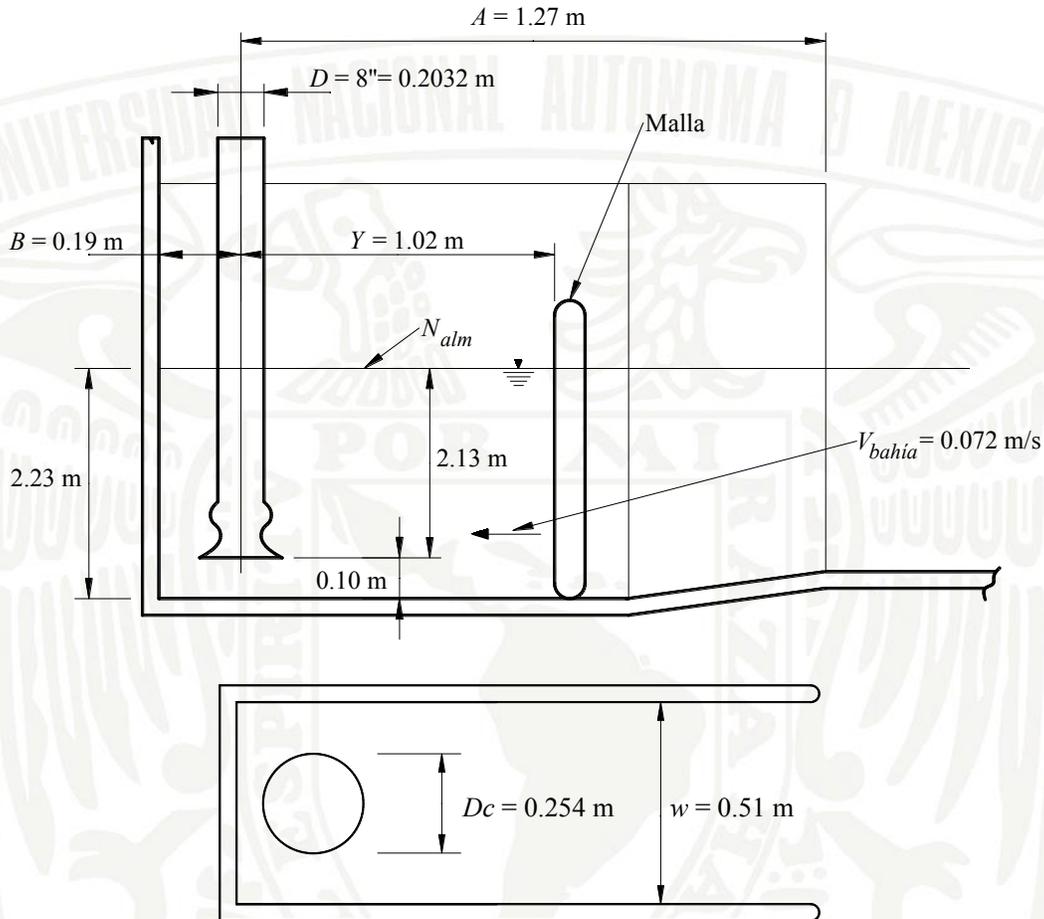
$$H = S + C = 2.23 \text{ m}$$

En la figura 4.22 se recomienda que la velocidad de entrada a la bahía sea $V_{\text{bahía}} \leq 0.5 \text{ m/s}$, para este caso se tiene

$$V_{\text{bahía}} = \frac{Q}{H \times w} = \frac{0.082}{2.23 \times 0.508} = 0.072 \text{ m/s}$$

por lo que las dimensiones propuestas son aceptables.

La siguiente figura muestra de forma gráfica las dimensiones del cárcamo:



- d) Para $p_{atm} = 101 \text{ kPa}$ cambian los datos para la revisión por cavitación, pero no para determinar la sumergencia mínima, la cual es $S_{mín} = 0.85 \text{ m}$. Con esta sumergencia el nivel mínimo en el almacenamiento resultó $N_{alm} = 40.55 \text{ m}$. Para esta elevación, se procede a revisar por cavitación.

Con la ecuación 3.7 se calcula la $(CSPN)_D$

$$(CSPN)_D = \left[\Delta z + \frac{p_{atm} - p_v}{\gamma} - h_{rs} \right] = \left[(40.55 - 40) + \frac{101 - 2.34}{9.81} - 0 \right]$$

$$(CSPN)_D = 10.6 \text{ m}$$

El valor obtenido de la $(CSPN)_D = 10.6$ m resultó mayor que la $(CSPN)_R = 6 \times 1.5 = 9.75$ m, por lo que no se presentan problemas de cavitación y en este caso rige sumergencia; sin embargo, no hay que olvidar que esta sumergencia es la mínima y si esta se incrementa, aumenta el grado de protección para la bomba.

Las dimensiones C , w , Y , A y B no cambian, pero sí el valor de H , ya que este depende de S y C . Con el nuevo valor de H , se revisa la velocidad de entrada a la bahía.

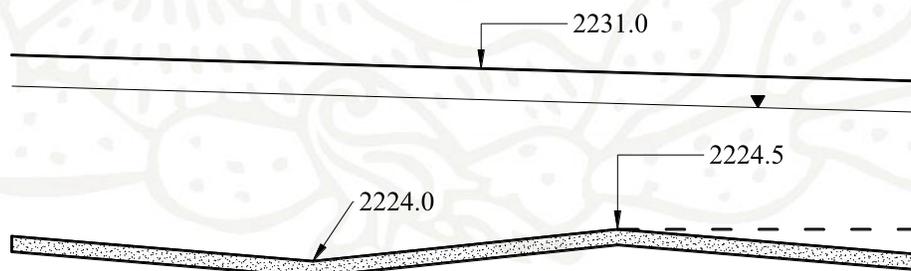
$$V_{bahía} = \frac{Q}{H \times w} = \frac{0.082}{(0.85 + 0.1) \times 0.508} = 0.17 \text{ m/s}$$

Valor que también cumple con las recomendaciones de diseño.

EJEMPLO 4.10

Como resultado de los hundimientos diferenciales en un tramo de una zona que atraviesa un canal de aguas residuales, este ha perdido su capacidad de conducción y se hace necesario construir una planta de bombeo, tal que sea capaz de bombear un gasto de diseño entre 19 y 24 m^3/s . Las aportaciones de agua residual no son continuas y se partió de la hipótesis de que es posible regularlas aguas arriba de la planta de bombeo. Se propone que la planta esté sobre un dique perpendicular al eje del canal, el ancho de este es de 21 m, con un talud $k = 1$. La elevación del bordo está en la cota 2231 m.

Una vez construido el dique, las elevaciones mínima y máxima aguas arriba serán 2225.2 m y 2226.2 m, respectivamente; aguas abajo la elevación se considera en la cota 2229.2 m. Se pide una propuesta preliminar de la estación de bombeo.



Corte longitudinal

CORTE LONGITUDINAL DEL CANAL ANTES DE INSTALAR LA PLANTA DE BOMBEO

Solución

Después de analizar el espacio disponible, se concluye que las bombas deben ser de gran capacidad y que estarán limitadas por la velocidad máxima a la entrada de la campana y por su diámetro, ya que el ancho de bahía también depende de este. Se proponen siete equipos de bombeo con un diámetro de campana $D_C = 1.4$ m, tal que cada bahía tenga un ancho

$$w = 2 \times 1.4 = 2.8 \text{ m}$$

Al tenerse siete equipos, se tienen seis muros divisorios que pueden ser de 20 cm cada uno, lo cual proporciona un ancho total de

$$b_b = 2.8 \times 7 + 0.2 \times 6 = 19.6 + 1.2 = 20.8 \text{ m}$$

el cual es ligeramente menor que el ancho total del canal.

Para el diámetro de campana propuesto, el área es

$$A_C = \frac{\pi \times (1.4)^2}{4} = 1.54 \text{ m}^2$$

De la tabla 4.1, la máxima velocidad recomendada en la campana para $Q \geq 1.26 \text{ m}^3 / \text{s}$ es $V_C = 2.1 \text{ m/s}$; con este valor, el gasto por unidad es

$$Q = VA = 2.1 \times 1.54 = 3.234 \text{ m}^3 / \text{s}$$

y el gasto que pueden bombear las siete unidades operando en paralelo resulta

$$Q = 7 \times 3.234 = 22.638 \text{ m}^3 / \text{s}$$

por lo que está dentro del intervalo esperado. La máxima carga estática es

$$H_E = 2229.2 - 2225.2 = 4 \text{ m}$$

Como la longitud del tubo de descarga no será muy grande, se puede estimar una pérdida de carga de 1 m (la cual se revisará posteriormente), que sumada a la carga estática proporciona una carga de bombeo de

$$H_B = 4 + 1 = 5 \text{ m}$$

Las bombas axiales son las adecuadas para gasto grande y carga baja. El intervalo de velocidad específica de este tipo de bombas, según la figura 2.29, está entre 174 y 290 (sistema métrico) o entre 9000 y 15000 (sistema inglés). Para los datos de gasto y carga, la velocidad específica se determina con la ecuación 2.60 como

$$N_s = \frac{N\sqrt{3.234}}{5^{0.75}} = N \times 0.5378$$

Cuando el motor que acciona la bomba es eléctrico, el valor de la velocidad de giro N está en función de los pares de polos del motor (expresión 2.66). Se analizarán diferentes velocidades de giro (se considera $R = 0$) a partir de $N = 900$ rpm.

np	N	N_s	n_s
	rpm	$\frac{\text{rpm}\sqrt{\text{m}^3/\text{s}}}{\text{m}^{3/4}}$	$\frac{\text{rpm}\sqrt{\text{gal}/\text{min}}}{\text{ft}^{3/4}}$
4	900	484	24993
5	720	387	19984
6	600	322	16628
7	514	276	14252
8	450	242	12496

Las velocidades de giro de 600 rpm, y mayores, proporcionan valores de velocidad específica muy altos. Para el caso que se está analizando, se elige $N = 514$ rpm, con lo que

$$N_s = 276 \quad (n_s = 14252)$$

Dimensiones del cárcamo

El número de Froude (ecuación 4.17) para las condiciones propuestas es

$$F_D = \frac{Vc}{\sqrt{g Dc}} = \frac{2.1}{\sqrt{g \times 1.4}} = 0.566$$

La sumergencia mínima se determina con la expresión 4.16:

$$S_{\text{mín}} = Dc (1 + 2.3 F_D) = 1.4 \times (1 + 2.3 \times 0.566) = 3.22 \text{ m}$$

Este valor se debe revisar para que no se presenten problemas de cavitación. Como esta es la etapa preliminar de diseño, se propone, según la tabla 3.5, una velocidad específica de succión $(N_S)_S = 200$, y con la ecuación 3.12 se calcula la $(CSPN)_{3\%}$, la cual resulta

$$(CSPN)_{3\%} = \left(\frac{N\sqrt{Q}}{(N_S)_S} \right)^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{514\sqrt{3.234}}{200} \right)^{\frac{4}{3}} = 7.70 \text{ m}$$

De la tabla 3.3, para $135 < (N_S)_S < 387$, se observa que el valor de la energía de succión SE , está entre baja y alta. La tabla 3.4 sugiere valores de f_C entre 1.1 y 1.3 para SE baja, y valores entre 1.3 y 2 para SE alta, para este caso se elige $f_C = 1.4$, con lo que se obtiene

$$(CSPN)_R = 7.7 \times 1.4 = 10.78 \text{ m}$$

La presión atmosférica se calcula con la figura 1.3 o con la ecuación 1.9

$$p_{\text{atm}} = 101.3 (1 - 2.26 \times 10^{-5} \times 2224)^{5.256} = 77.25 \text{ kPa}$$

De la tabla 1.6, considerando $t = 20^\circ$, se tiene $p_v = 2.34 \text{ kPa}$, por lo que

$$\frac{p_{\text{atm}} - p_v}{\gamma} = \frac{77.25 - 2.34}{9.81} = 7.63 \text{ m}$$

Dado que se proponen bombas axiales, $h_{rs} = 0$, el desnivel mínimo Δz entre nivel del agua y bomba se calcula con la ecuación 3.11

$$\Delta z \geq (CSPN)_R - \frac{p_{\text{atm}} - p_v}{\gamma} + h_{rs}$$

$$\Delta z \geq 10.78 - 7.63 + 0$$

$$\Delta z \geq 3.15 \text{ m}$$

Como $S_{\text{mín}} > \Delta z$, rige el criterio de sumergencia mínima para evitar vórtices. Otras dimensiones importantes son:

Ancho de la bahía	$w=2.8\text{ m}$
Separación del muro trasero al eje de la bomba	$B=0.75\times 1.4=1.05\text{ m}$
Distancia entre la campana de succión y el fondo del cárcamo	$0.3\times 1.4\leq C\leq 0.5\times 1.4$
Se propone $C=0.7\text{ m}$	
Tirante en el cárcamo	$H=S+C=3.22+0.7=3.92\text{ m}$
Longitud mínima de muros divisorios al eje de la campana	$X=5\times 1.4=7\text{ m}$
Longitud mínima entre la rampa de acceso y el centro de campana	$Z_2=5\times 1.4=7\text{ m}$
Longitud mínima después de la rejilla protectora	$Y=4\times 1.4=5.6\text{ m}$
Ángulo de la rampa de acceso	$-10^\circ\leq \alpha\leq 10^\circ$
Se propone $\alpha=10^\circ$	

La altura H debe revisarse para que la velocidad de entrada a la bahía sea menor que 0.5 m/s

$$V_{bahía} = \frac{Q}{H \times w} = \frac{3.234}{3.92 \times 2.8} = 0.295\text{ m/s} < 0.5\text{ m/s}$$

Como se cumple con la recomendación, no es necesario aumentar H .

Con los datos de elevación mínima aguas arriba del dique y la elevación de plantilla, se calcula el nivel del piso del cárcamo de forma que se cumplan las condiciones de sumergencia. Se denomina a la sección aguas arriba de la rampa y b la sección aguas abajo de la misma; el área, la velocidad y la carga de velocidad en la sección inalterada del canal son

$$A_a = by + ky^2 = 21 \times 1.2 + 1 \times 1.2^2 = 26.64\text{ m}^2$$

$$V_a = \frac{22.638}{26.64} = 0.849\text{ m/s}$$

$$\frac{V_a^2}{2g} = \frac{0.849^2}{2g} = 0.04\text{ m}$$

Entre las secciones a y b se hará un cambio gradual de sección transversal, de trapecial a rectangular, y en esta última se tiene

$$V_b = \frac{22.638}{20.8 \times 3.92} = 0.277 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_b^2}{2g} = \frac{0.277^2}{2g} = 0.004 \text{ m} \approx 0 \text{ m}$$

Al plantear la ecuación de la energía sin considerar la carga de velocidad en la sección a ni las pérdidas, resulta

$$z_a + y_a + \frac{V_a^2}{2g} = z_b + y_b + \frac{V_b^2}{2g}$$

$$2224 + 1.2 = z_b + 3.92$$

$$z_b = 2221.28 \text{ m}$$

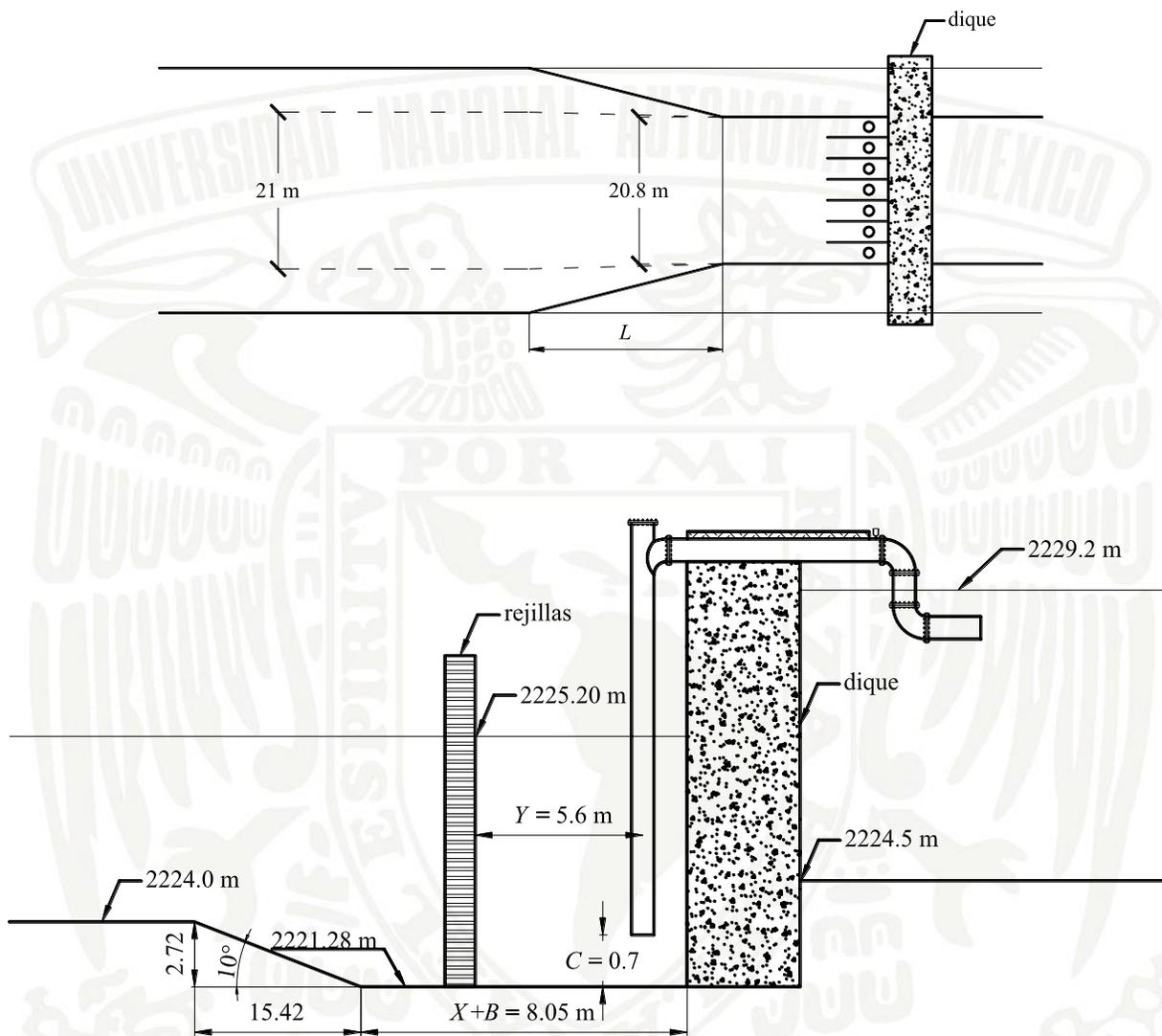
El desnivel de la rampa y la longitud de la rampa de acceso son

$$z_a - z_b = 2224 - 2221.28 = 2.72 \text{ m}$$

$$L = \frac{2.72}{\tan 10^\circ} = 15.42 \text{ m}$$

Por tratarse de aguas residuales, para la retención de sólidos es conveniente colocar una rejilla después de la rampa, esto provocará que se aumente el nivel aguas arriba de la rejilla, por lo que deberá limpiarse constantemente para impedir que disminuya el área de paso y evitar incrementos considerables en el tirante aguas arriba y que disminuya la sumergencia aguas abajo de la rejilla. Para este ejemplo, se considera que la rejilla tendrá el mantenimiento adecuado, pero esta condición es muy importante para que se pueda cumplir con la sumergencia mínima.

En las siguientes figuras se muestran una vista en planta con el diseño de la contracción y la ubicación de las siete bahías, así como un corte longitudinal que incluye la transición y las medidas propuestas para el cárcamo. El bordo se encuentra en la elevación 2231 m y se propone la elevación del eje de la conducción sobre el dique en la cota 2232.6 m.

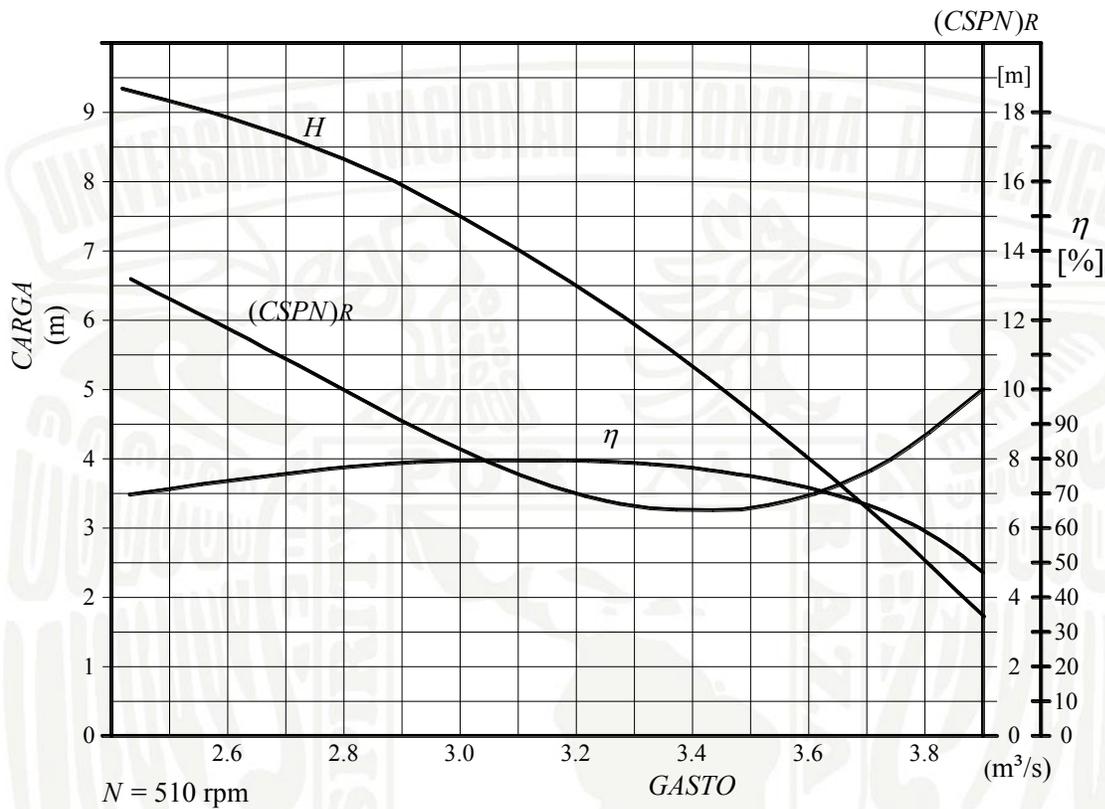


D

IQUE Y CORTE LONGITUDINAL DEL CANAL EN LA PROXIMIDAD DE ESTE

Equipo propuesto

Una vez que se determinaron de forma preliminar el gasto y carga, se acudió a diferentes fabricantes de bombas. Una buena opción es la que se muestra en la siguiente figura, la cual es una bomba sumergible con $N = 510 \text{ rpm}$.



CURVA CARACTERÍSTICA DE LA BOMBA PROPUESTA

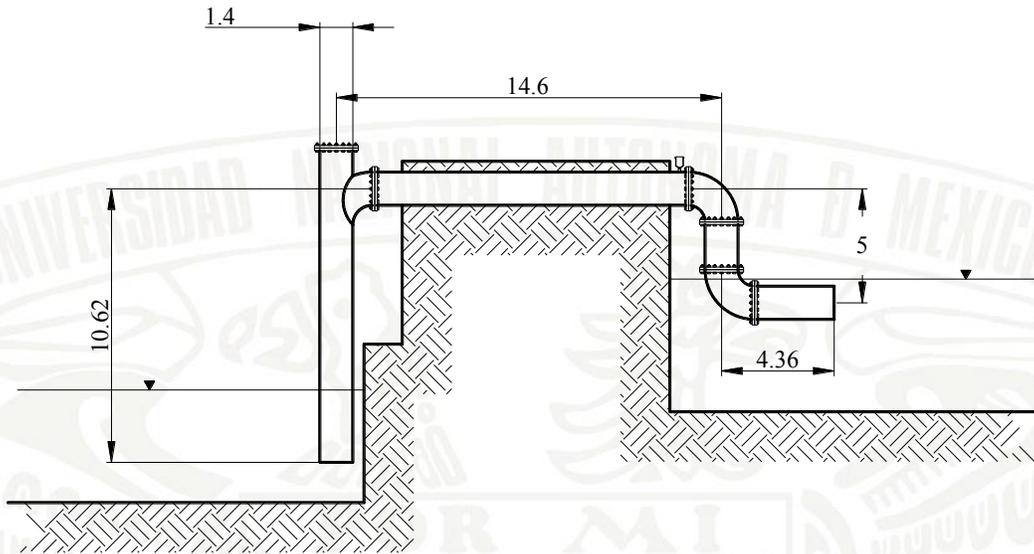
La curva de cargas de la bomba se aproxima a un polinomio de la forma

$$H_B = -2.1878Q^2 + 8.6319Q + 1.2772$$

válido en el intervalo

$$2.7 \leq Q \leq 3.9 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para esta bomba se propone un tubo de 54" (1.372 m) de diámetro, el cual es constante; con este diámetro (muy próximo a 1.4 m) no es necesario hacer ajustes a las dimensiones del cárcamo. La siguiente figura muestra un esquema del arreglo que tendrá el equipo de bombeo, en el cual solo se consideran pérdidas por fricción ($\varepsilon = 1.5 \text{ mm}$), tres codos ($k_c = 0.5$) y salida ($k_s = 1$).



Para el cálculo de las pérdidas por fricción, se considera que la tubería de descarga tendrá un diámetro de 54" (1.372 m) y una longitud aproximada de 34.58 m (10.62 + 14.6 + + 5 + 4.36). El factor de fricción depende de la rugosidad relativa ε/D y del número de Reynolds, el cual, para los gastos de operación, se considera en flujo turbulento, por lo que f se calcula con la ecuación de Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left[\frac{3.71 \times 1372}{1.5} \right]$$

$$f = 0.020$$

En función del gasto, la pérdida total de carga resulta

$$h_r = \left(f \frac{L}{D} + 3kc + ks \right) \frac{Q^2}{2g A^2}$$

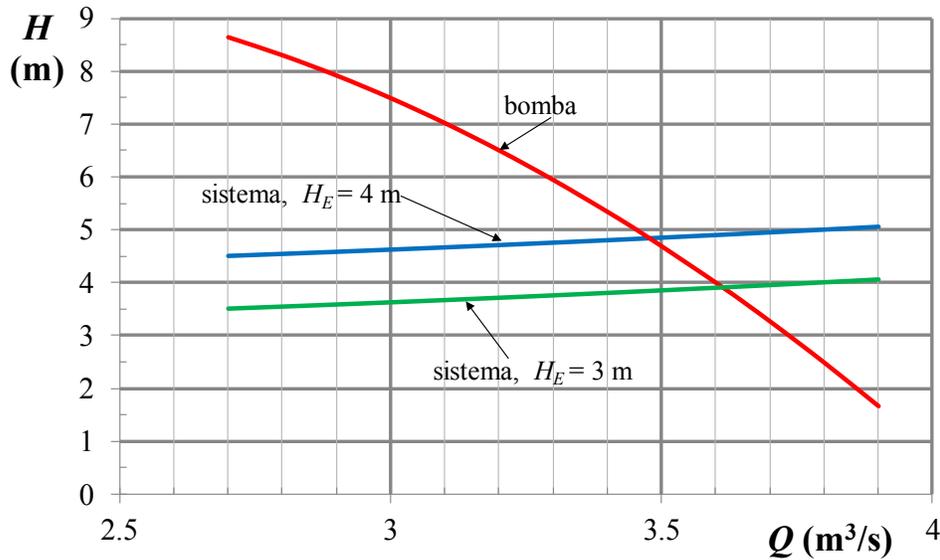
$$h_r = \left(0.020 \frac{34.58}{1.372} + (3 \times 0.5) + 1 \right) \frac{Q^2}{2g \times 1.478^2}$$

$$h_r = 0.0701 Q^2$$

Con la ecuación 4.1, se determina la carga de bombeo que requiere el sistema

$$H_{BSIS} = H_E + 0.0701 Q^2$$

Las ecuaciones de la bomba y del sistema se grafican en el mismo plano, también se determinan los puntos de operación para las cargas estáticas máxima y mínima (4 y 3 m), los cuales son $Q=3.47\text{m}^3/\text{s}$, $H_B=4.85\text{m}$ y $Q=3.61\text{m}^3/\text{s}$, $H_B=3.92\text{m}$, respectivamente.



De la curva del fabricante se obtiene

$$Q = 3.47 \text{ m}^3/\text{s}, (CSPN)_R = 6.6 \text{ m}, \eta = 0.75$$

$$Q = 3.61 \text{ m}^3/\text{s}, (CSPN)_R = 7 \text{ m}, \eta = 0.7$$

Para estas condiciones de operación, la velocidad en la campana será

$$V_c = \frac{3.47}{1.478} = 2.34 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad V_c = \frac{3.61}{1.478} = 2.44 \text{ m/s}$$

Valores que el fabricante considera aceptables.

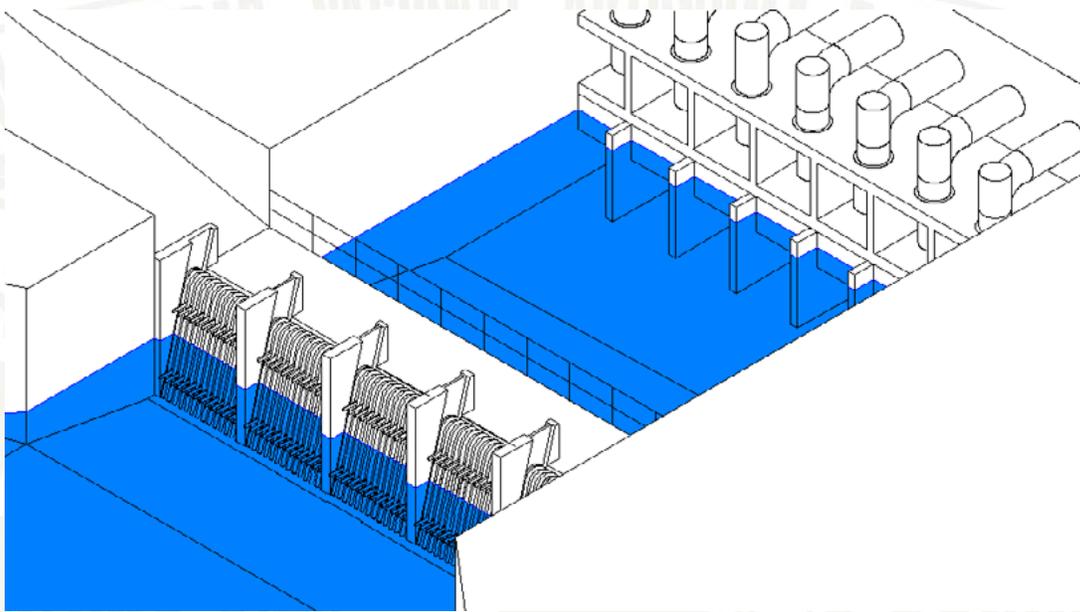
Con las dimensiones del cárcamo calculadas, la $(CSPN)_D$ se determina con la ecuación 3.7 y se tiene

$$(CSPN)_D = 3.22 + 7.63 - 0 = 10.85 \text{ m}$$

con lo que

$$(CSPN)_D > (CSPN)_R$$

y no se tienen problemas de cavitación. Note que los valores de $(CSPN)_R$ proporcionados por el fabricante son menores que los calculados de forma preliminar.



La figura muestra el diseño del cárcamo que finalmente se construyó y se observa la estructura de rejillas que impide el paso de sólidos



Vista de frente de la entrada del agua a las bahías

- ***Cárcamos circulares***

Un cárcamo circular puede ser apropiado para muchos tipos y tamaños de estaciones de bombeo, ya que en este tipo de cárcamos el arreglo de bombas es más compacto, lo cual puede resultar atractivo en costos y facilidad de construcción. Para estaciones pequeñas de bombeo, puede ser implementado con elementos prefabricados o mediante cimbras deslizantes.

Las recomendaciones de diseño de cárcamos circulares se han clasificado en dos tipos: dúplex y tríplex, y en secos o húmedos, dependiendo de las bombas que se van a instalar. Para cárcamos circulares con cuatro o más bombas, no se generaliza el diseño, ya que este puede ser muy complejo de acuerdo con los requerimientos particulares de la instalación y, por tanto, requerirá de su estudio en modelo físico. Cuando un cárcamo circular de dos o tres bombas rebase un gasto de 315 l/s (5000 gpm) por bomba, requerirá la revisión de su funcionamiento mediante modelo físico.

Las dimensiones básicas de cárcamos circulares dúplex o tríplex se muestran en las figuras 4.26 y 4.27.

Algunas de las estaciones de bombeo de aguas pluviales de la Ciudad de México son de cárcamo circular y albergan más de cuatro bombas. En estas estaciones es común que se sigan las recomendaciones dadas en el *Manual de diseño hidráulico de plantas de bombeo de cárcamo circular* de la Dirección General de Construcción y Operación Hidráulica (1989).

- ***Cárcamos tipo trinchera***

Estos cárcamos presentan un arreglo de bombas en serie donde la aproximación del flujo se realiza a través de las primeras bombas, por lo que puede existir influencia entre ellas. Para minimizar este efecto es recomendable instalar un cono debajo de cada campana de succión, diseñar un canal o trinchera de sección compuesta y limitar la velocidad media del flujo a 0.3 m/s (1ft/s) en la sección superior. Las dimensiones básicas para cárcamos tipo trinchera se muestran en la figura 4.28.

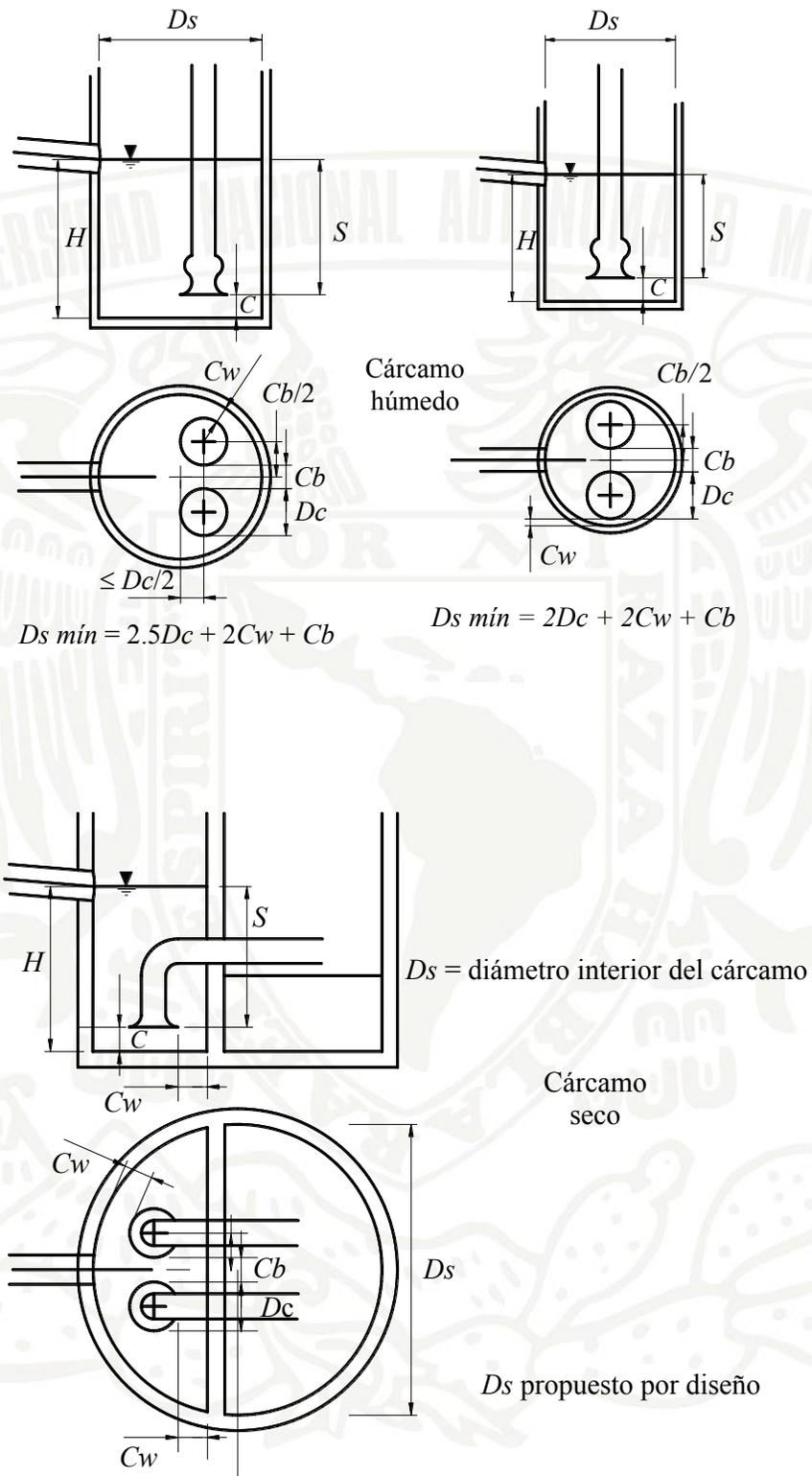


FIGURA 4.26 CÁRCAMOS CIRCULARES

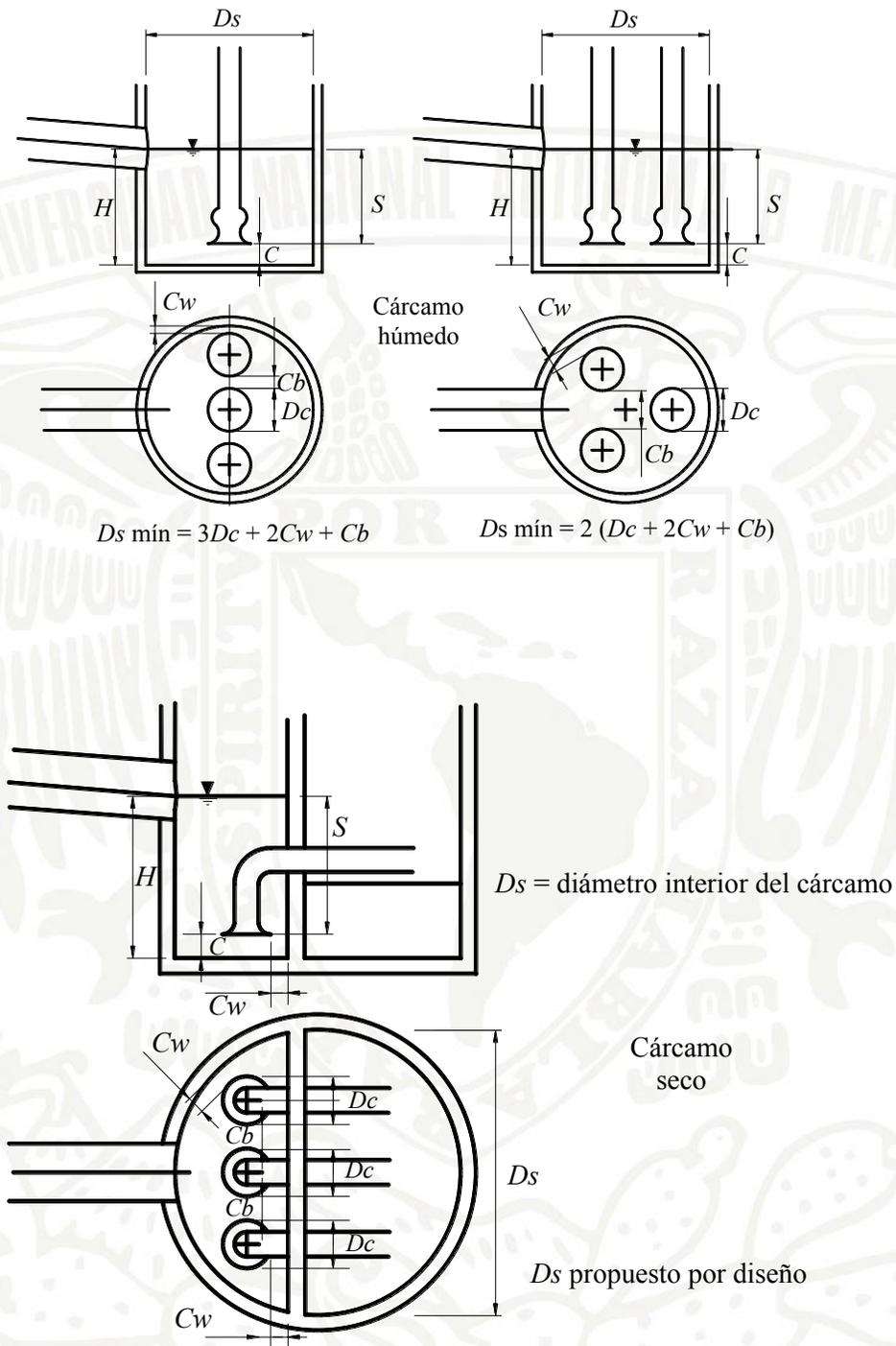


FIGURA 4.27 CÁRCAMO CIRCULAR TRIPLE

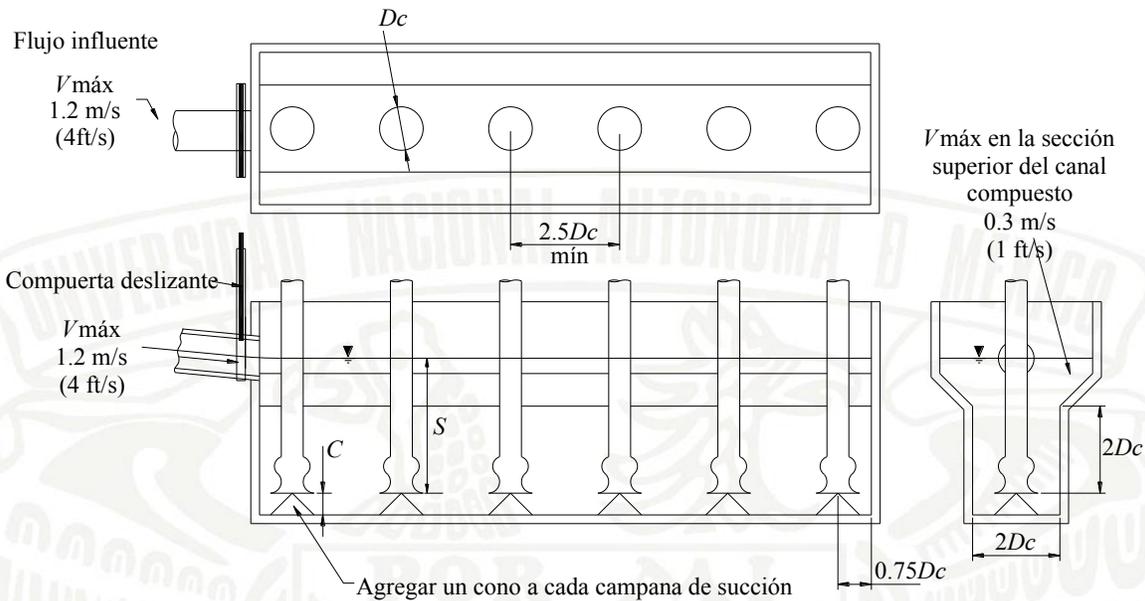


FIGURA 4.28 CÁRCAMO TIPO TRINCHERA

4.4.4 Estructuras para tomas de líquidos no limpios con contenido de sólidos

Las estructuras que van a manejar líquidos no limpios, con sólidos en suspensión (por ejemplo, bombeo de aguas residuales, agua con arena, lodos, etc.), requieren de una consideración especial que consiste en tomar alguna previsión para remover los sólidos que floten y los que sedimenten en el interior de la estructura. Además, hay que especificar el tipo de sólidos que será bombeado para que el fabricante del equipo de bombeo haga la selección adecuada de materiales, sistema de lubricación, sellos, etc.

Lo anterior implica diseñar cárcamos que contengan medios o estructuras que permitan la limpieza, evitando la acumulación no controlada de material que altere la forma geométrica del cárcamo y, por tanto, afecten su funcionamiento a corto plazo.

En este caso, resulta primordial optimizar el diseño buscando minimizar la acumulación de material sedimentable y, en consecuencia, buscar un menor costo de mantenimiento.

Cuando exista la acumulación de sólidos con materia orgánica, puede producirse olor, incrementar la agresividad del líquido por corrosión e incluso despedir gases tóxicos o combustibles.

En el caso de los cárcamos para manejar aguas negras, hay que evitar que el agua entre en condiciones sépticas; por lo que se recomienda que las aguas negras no permanezcan más de 30 minutos en el cárcamo. Esto presupone la disposición de fuentes auxiliares de energía en previsión de fallas en el suministro normal.

Los cárcamos pueden ser de flujo intermitente debido a las fluctuaciones que se presentan de acuerdo con las horas de mayor o menor descarga de aguas residuales, Por tanto, un cierto volumen de regulación es necesario para manejar el agua, según los niveles de arranque y paro de bombas, teniendo muy en cuenta el tiempo máximo de retención de las aguas negras.

En caso de falla, siempre habrá que prever una ventilación adecuada para que no se acumulen gases peligrosos por su toxicidad y poder explosivo.

Hay tomas de ríos que, por las condiciones geológicas de las zonas aguas arriba de ellas, conducen permanentemente grandes cantidades de materia sólida, principalmente limo, arena y grava. En otros casos, este material sólido solo se presenta en época de lluvias. Por tanto, se requieren construir estructuras que eviten el azolve de la toma y aditamentos que reduzcan la abrasión en las bombas causada por la arena que viaja en suspensión.

También existe la posibilidad de que en aguas de lagos o esteros de mar vivan organismos que se adhieren fácilmente a las paredes de los conductos y modifiquen el factor de fricción de la conducción. Es conveniente conocerlos y definir el coeficiente de fricción para el proyecto. Si la laguna está conectada con el mar, este problema es un hecho. Para este caso, habrá que tomar en cuenta procedimientos que permitan el mantenimiento programado de la estructura.

Con base en los señalamientos anteriores, un punto clave será buscar un diseño del cárcamo que tenga un mínimo de superficies horizontales. Siempre se guiará al flujo hacia la succión de la bomba, de manera que los sólidos sean arrastrados y bombeados sin su acumulación.

Los cárcamos tipo trinchera y circular, con algunas modificaciones, pueden ofrecer una alternativa de diseño viable.

Las figuras 4.29, 4.30 y 4.31 proporcionan recomendaciones propuestas por el HI.

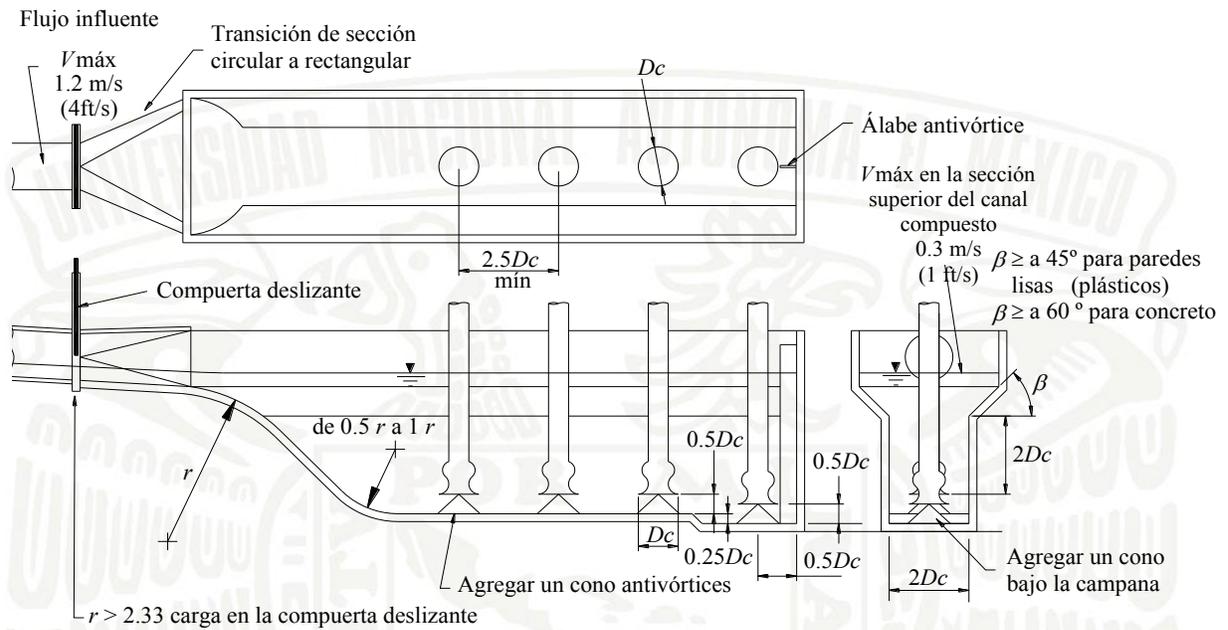


FIGURA 4.29 CÁRCAMO PARA BOMBEO DE LÍQUIDOS CON CONTENIDO DE SÓLIDOS (TRINCHERA)

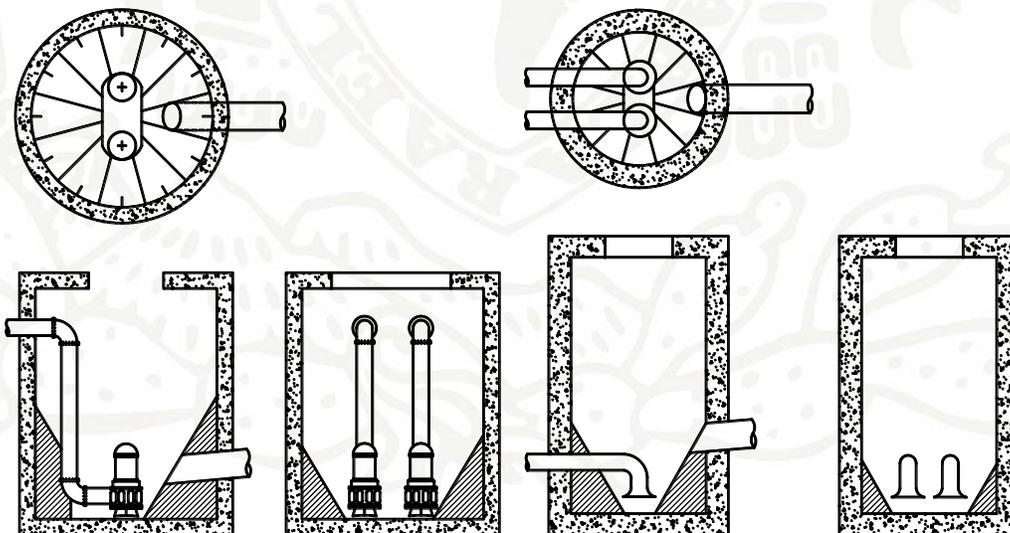


FIGURA 4.30 CÁRCAMO PARA BOMBEO DE LÍQUIDOS CON CONTENIDO DE SÓLIDOS (CIRCULAR)

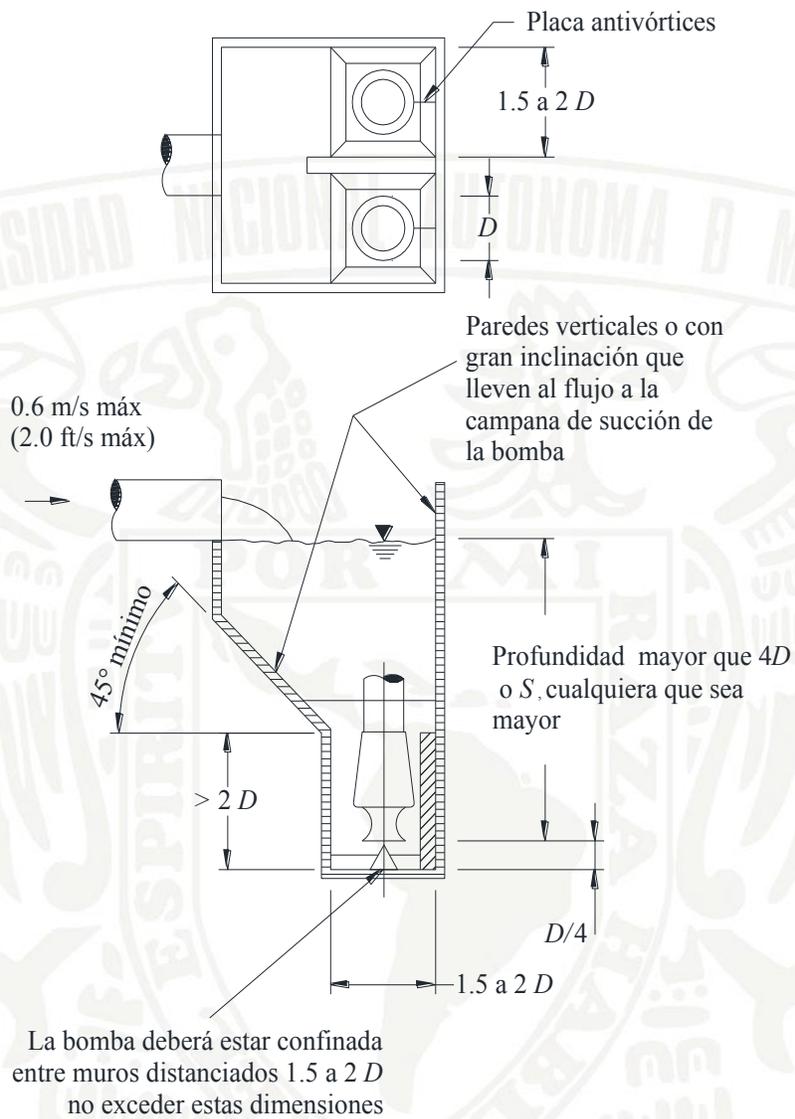


FIGURA 4.31 CÁRCAMO TIPO POZO PARA BOMBEO DE LÍQUIDOS CON CONTENIDO DE SÓLIDOS

4.5 VÁLVULAS

Las válvulas son una parte importante en el diseño de los conductos a presión. Se emplean para regular el gasto y la presión, para proteger el tubo y la bomba de sobrepresiones, ayudan a prevenir transitorios hidráulicos (descritos en el capítulo 5), evitan el flujo inverso hacia las bombas, remueven el aire y permiten otras funciones; sin embargo, si las válvulas no son correctamente seleccionadas y operadas, estas pueden causar serios problemas. Cerrar de forma

inadecuada una válvula de control, seleccionar erróneamente la válvula de retención, o permitir el llenado de la tubería demasiado rápido, pueden llevar a severos problemas de transitorios hidráulicos; además, si las válvulas están sujetas a cavitación, su vida útil será muy corta y se requerirá reemplazarla.

La selección de una válvula depende de diversos factores y condiciones. Los factores fundamentales que deben ser considerados son:

- Las condiciones en las cuales la válvula va a operar.
- Definir una especificación compatible con equipo comercialmente disponible o fabricar una válvula con una especificación particular.

Las válvulas son normalmente utilizadas en puntos intermedios del conducto. Existe una gran cantidad de factores que deben considerarse, por tanto, se recomienda que el usuario revise al menos los siguientes:

- Las propiedades físicas del fluido que circulará por la válvula.
- La función de la válvula en el inicio, operación normal, paro programado y de emergencia.
- Las normas de la tubería en la que se va a instalar, normas de seguridad y cualquier otra normatividad correspondiente al área donde se piensa instalar.
- Ubicación de la válvula y condiciones de presión y temperatura a la que va a operar.
- El tipo de válvula, material, tamaño y construcción.
- Características adicionales requeridas en una instalación específica.

Existe una amplia variedad de válvulas usadas para diferentes propósitos. Una clasificación de las válvulas que se instalan en los conductos a presión es: de control, de regulación de presión, de no retorno y de control de aire. Estas categorías no son exclusivas, ya que la misma válvula puede cumplir con varios propósitos. La tabla 4.3 muestra esta clasificación.

Las válvulas diseñadas para trabajar totalmente abiertas o cerradas tienen un diseño sencillo que simplifica su manufactura y, por tanto, su costo. Entre este tipo de válvulas se encuentran las de compuerta deslizante, de mariposa y esféricas.

TABLA 4.3 USOS TÍPICOS DE LAS VÁLVULAS EN UN CONDUCTO A PRESIÓN

Tipo de válvula	Función
Control	Controlar el flujo o disipar el exceso de energía. Seccionamiento: Aislar la bomba o un tramo del conducto para realizar reparaciones. Permitir el llenado y vaciado de la conducción.
Regulación de presión	Proteger al tubo de presión excesiva. Mantener una presión constante aguas arriba o aguas abajo.
No retorno	Prevenir el flujo inverso.
Control de aire	Remover o admitir aire durante el transitorio o durante el llenado o el vaciado del conducto.

Las válvulas diseñadas para operación automática cumplen con restringir de manera automática alguna variable asociada al flujo, como son las de retención, reguladoras de presión, de nivel (flotador), de admisión y expulsión de aire, etc.

Las válvulas diseñadas para el control de flujo deben ser capaces de operar parcialmente cerradas sin producirse daño alguno. Además, deben tener un diseño cuya posición sea estable y ofrezca un coeficiente de pérdida de carga fácilmente ajustable; a este tipo pertenecen las válvulas de aguja, de globo, de paso anular, etc. Las válvulas pueden estar posicionadas manualmente o mediante un mecanismo (actuador) que esté comandado por algún instrumento.

Como característica general se debe conocer el coeficiente de pérdida de carga a válvula totalmente abierta. Algunos diseños, como las válvulas de esfera, las de compuerta y mariposa, ofrecen a válvula totalmente abierta una pérdida de carga muy baja, por lo que se eligen como válvulas de seccionamiento, ya que cuando operan totalmente abiertas, prácticamente no perturban al flujo.

Las válvulas de aguja, globo y paso anular suelen tener mayor pérdida de carga que las anteriores, pero, en cambio, ofrecen una mayor facilidad para el ajuste a aberturas parciales.

La pérdida de carga se produce básicamente como resultado de la contracción y expansión del flujo, cuya magnitud depende del grado de estrangulación de este. Las válvulas de paso anular se diseñan para manejar grandes caudales.

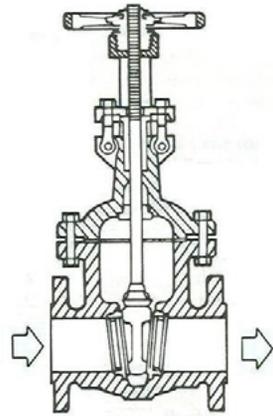
Las válvulas de mariposa suelen ser económicas ya que su fabricación resulta ser muy sencilla. Se fabrican con una lenteja que gira sobre un eje situado al centro de la válvula, lo que tiende a equilibrar las fuerzas ocasionadas por la diferencia de presión entre aguas arriba y aguas abajo. El par de accionamiento debe vencer solo la fricción de los elementos mecánicos. Cuando el diámetro de la válvula es grande o la presión que debe soportar es elevada, se pueden fabricar con dos planos unidos con costillas que le ayudan a formar una lenteja con refuerzo estructural que, alineado al flujo, provoque poca resistencia. A este tipo de válvulas se le conoce como biplana.

Las válvulas de retención deben permitir el flujo en una sola dirección. Los esquemas más simples utilizan el peso del propio volante para cerrarla, pero también hay diseños con ayuda de contrapesos o resortes. Diseños más sofisticados poseen elementos que limitan la velocidad de cierre lo que permite evitar golpe de ariete por cierres bruscos.

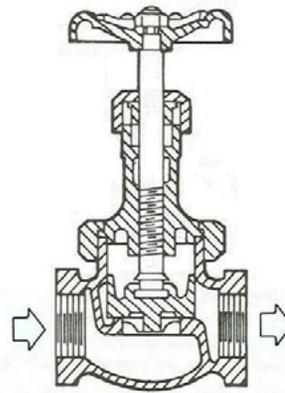
La figura 4.32 muestra algunas de las válvulas ya mencionadas que son de uso frecuente. La figura 4.33 presenta una válvula de expulsión de aire que es usada en el control de transitorios.

Existen algunas válvulas de diseño especial, como es el caso de la válvula esférica de cierre automático controlado. Esta válvula se utiliza con mucha frecuencia en los grandes acueductos y se instala en la descarga de bombas que envían el flujo a un tanque elevado y donde no es posible ni conveniente usar válvula de retención (o *check*). Su finalidad es impedir el flujo inverso en el caso de que falle el suministro de energía eléctrica a la planta de bombeo.

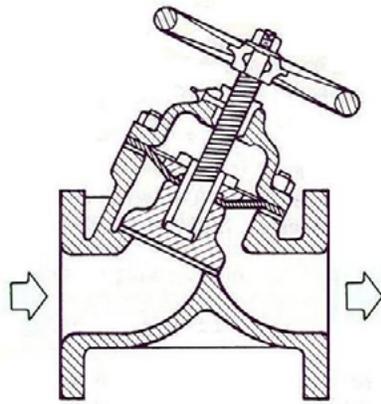
El cierre de la válvula debe realizarse mediante la propia energía hidráulica de la línea de descarga o mediante alguna fuente externa de energía que garantice la independencia de operación. La velocidad de cierre debe ser controlada y ajustable para evitar provocar un golpe de ariete, así como evitar que el retroceso de flujo lleve a la bomba a girar en sentido inverso a sobrevelocidad. La figura 4.34 muestra este tipo de válvula en la instalación de un sistema de bombeo.



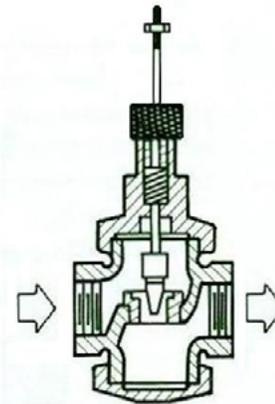
Válvula de compuerta



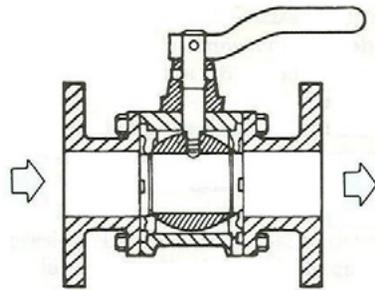
Válvula de globo



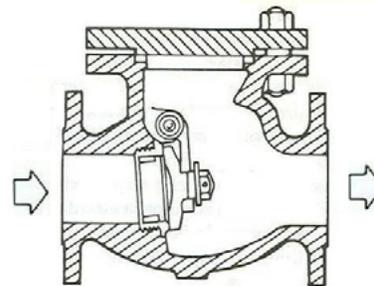
Válvula de globo inclinada



Válvula de aguja



Válvula de esfera



Válvula de retención

FIGURA 4.32 (a) DIFERENTES TIPOS DE VÁLVULAS EMPLEADAS EN ACUEDUCTOS

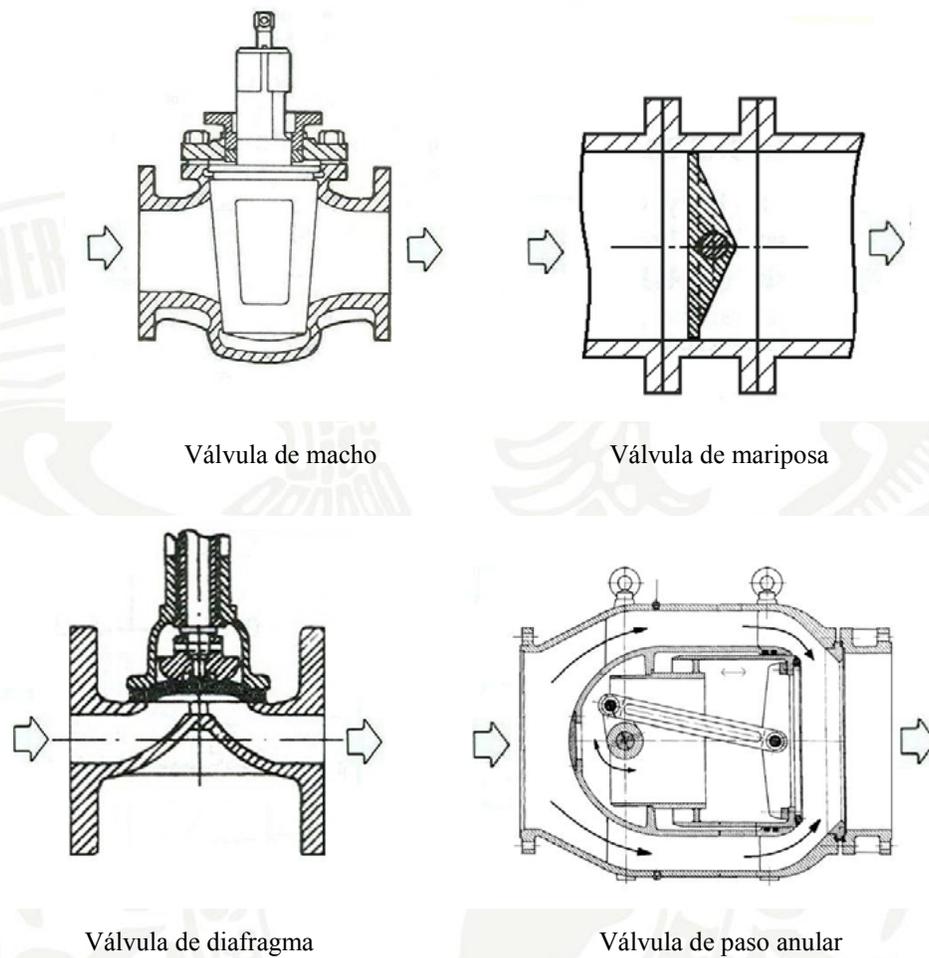


FIGURA 4.32 (b) DIFERENTES TIPOS DE VÁLVULAS EMPLEADAS EN ACUEDUCTOS

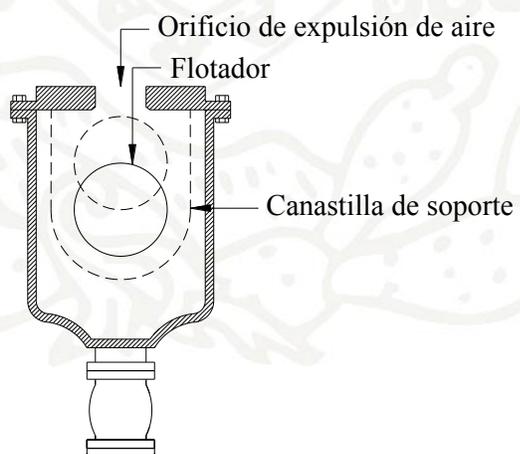


FIGURA 4.33 VÁLVULA DE EXPULSIÓN DE AIRE



FIGURA 4.34 VÁLVULA ESFÉRICA DE LA PLANTA DE BOMBEO DEL SISTEMA CUTZAMALA

4.5.1 Cavitación en válvulas

Es muy importante revisar la posible existencia de cavitación en las válvulas, sobre todo en aquellas que operan con cierres parciales por periodos largos. Si una válvula opera con aberturas parciales de manera poco frecuente o transitoria, puede admitirse la cavitación (tal caso podría corresponder a una válvula destinada al llenado de la tubería); en cambio, una válvula de control debe evitarla, ya que de lo contrario sufrirá daños permanentes.

Para examinar si hay riesgo de cavitación es necesario determinar su operación, evaluar su intensidad y estimar si puede provocar algún efecto no deseado sobre el sistema. Para determinar si esto ocurre, hay que tomar en cuenta el tipo de válvula, su tamaño, presión de operación y ubicación.

Para válvulas y otros dispositivos que generan pérdida de carga, la susceptibilidad de cavitación se cuantifica el parámetro de cavitación σ_v , que se define como

$$\sigma_v = \frac{(p_d + p_{atm} - p_v)}{\Delta p_{valv}} \quad (4.19)$$

donde

- p_d presión aguas abajo medida 10 diámetros después de la válvula
- Δp_{valv} caída de presión en la válvula

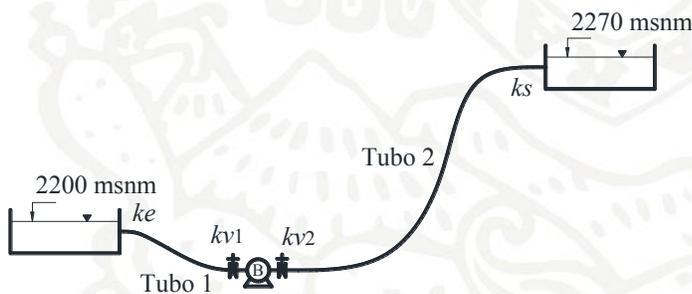
y los términos p_{atm} y p_v fueron definidos en el capítulo 3.

El fabricante de la válvula debe proporcionar las curvas experimentales de cavitación - σ_v , con las que el usuario podrá tomar medidas para evitar la cavitación.

4.6 EJERCICIOS PROPUESTOS

Salvo aclaración, en todos los problemas considere $\nu = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, y cuando se proporciona la ecuación que se ajusta a la curva de la bomba, H está en m y Q en m^3/s .

Ejercicio 4.1 El sistema hidráulico tiene los siguientes datos:



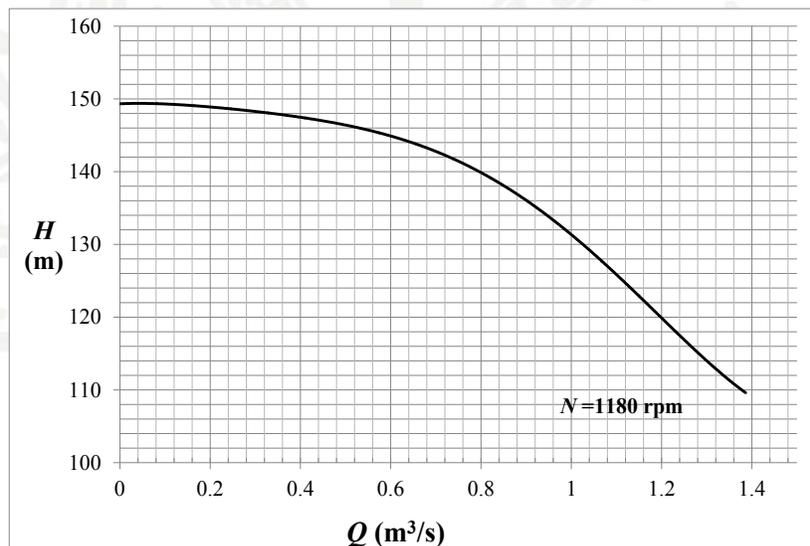
Tubo	D (m)	L (m)	f	k_e	k_v	k_s
1	1	500	0.015	0.5	3	
2	0.9	4900	0.020			1

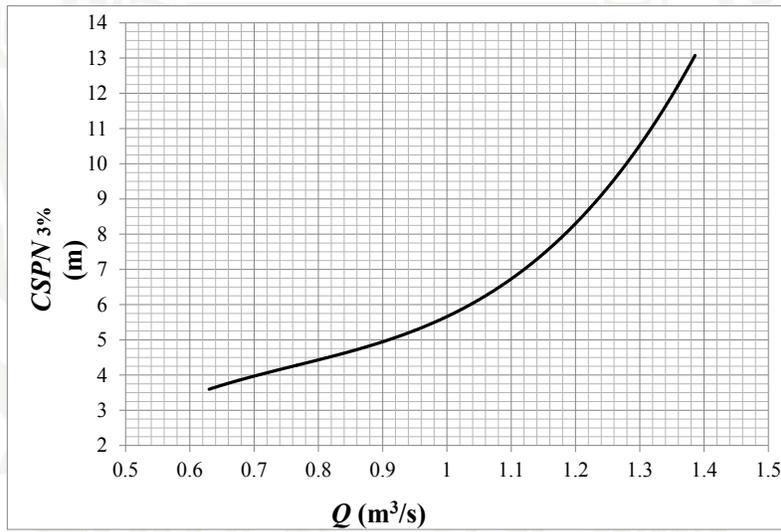
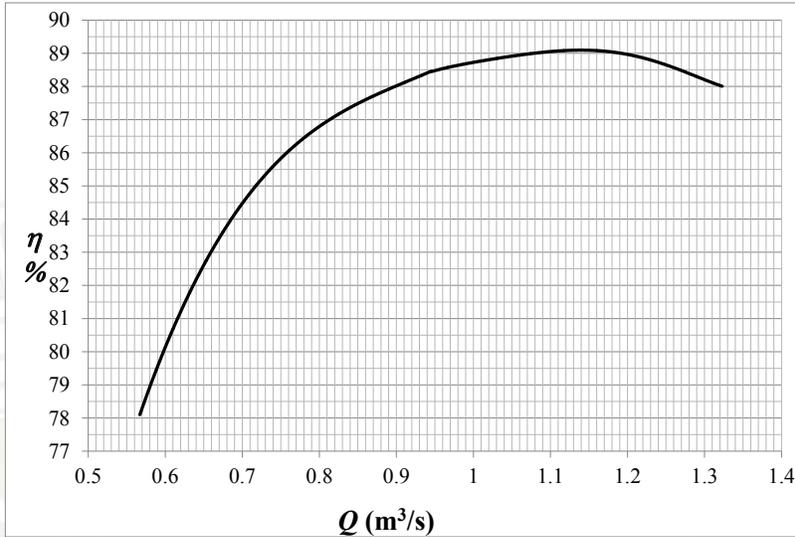
La curva de la bomba se aproxima al polinomio $H_B = 95 + 2Q - 27.71Q^2$, $N = 1200 \text{ rpm}$, $p_v = 2.5 \text{ kPa}$. Los datos $Q-\eta$ y $Q-CSPN_{3\%}$ se muestran en la siguiente tabla:

Q (m ³ /s)	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$CSPN_{3\%}$ (m)	6.35	7	9	11.2	14	17.9	20
η (%)	65	72	78	81	78	68	60

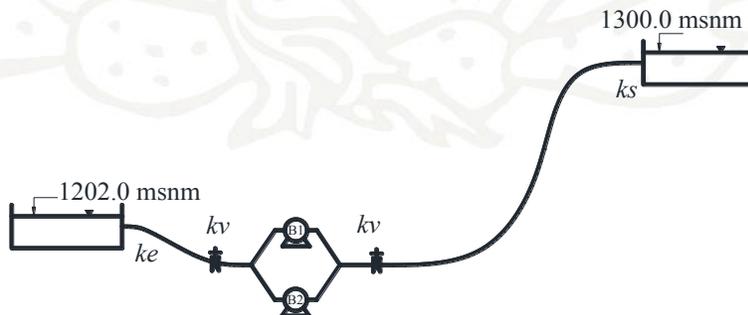
- Determine la velocidad específica en Sistema Métrico y clasifique el tipo de bomba.
- Para el sistema de bombeo mostrado considere $kv_2 = 18$; determine el punto de operación y la energía que se consume para bombear un volumen de $50\,000\text{ m}^3$, considere $\eta_{ME} = 0.96$.
- Determine el nuevo coeficiente de válvula kv_2 , tal que el gasto proporcionado sea el de máxima eficiencia. Determine la energía que se consume para bombear el mismo volumen. Compare con el resultado del inciso b). ¿Cuál opción de operación es más conveniente? Justifique su respuesta.
- Considere la condición de eficiencia máxima y determine la elevación máxima de la brida de succión, tal que no se presente cavitación. Indique el criterio que empleó en su cálculo.
- Grafique en el mismo plano la curva de la bomba y las curvas del sistema para las dos condiciones de operación.

Ejercicio 4.2 Se presentan las curvas características de las bombas de succión simple que se instalarán en un sistema de bombeo.





En el sistema de bombeo se está analizando la conveniencia de usar una bomba o dos bombas idénticas en paralelo, cuyas curvas características ya se presentaron.



Tubo	D	L	ε	k_e	k_v	k_s
	(m)	(m)	(mm)			
Succión	1.372	500	1	0.5	2.5	
Descarga	1.27	8000	1		12	1

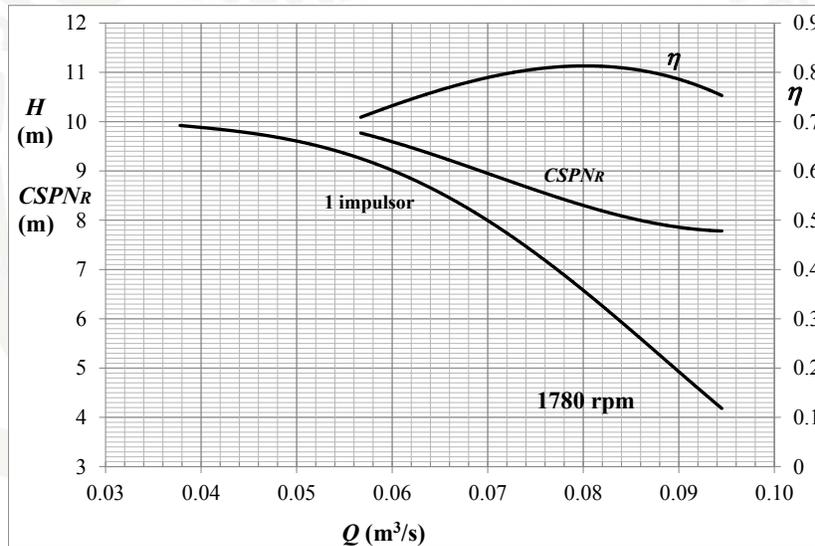
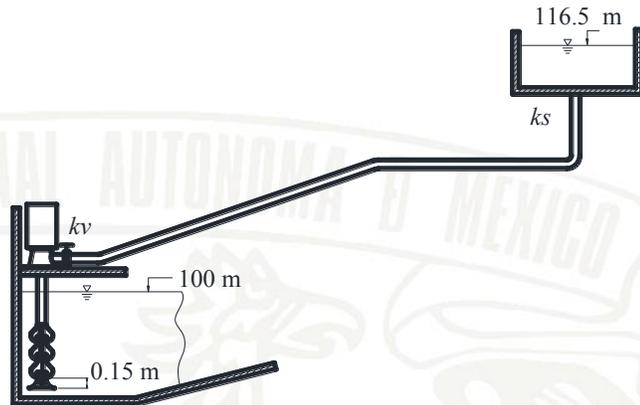
- Grafique las curvas para una y para dos bombas operando en paralelo y en el mismo plano grafique la curva de cargas del sistema. ¿Son posibles los dos tipos de operación?
- Solo para el caso de dos bombas, determine: gasto de operación, gasto unitario, carga de bombeo, potencia hidráulica, potencia mecánica, potencia eléctrica, y la energía consumida por el sistema para entregar 180000 m^3 . La eficiencia del motor eléctrico es $\eta_{ME} = 0.95$.
- Para el caso anterior, revise la elevación máxima del eje de la bomba, tal que no se presente cavitación. Determine la máxima elevación del inicio del tubo de succión, tal que no se presenten vórtices. Considere $t = 20$.
- Si las bombas se reemplazan por una sola bomba con dos impulsores en serie cuya curva se ajusta al polinomio $H_B = 58 + 0.8Q - 4Q^2$ (por cada impulsor), determine carga y gasto. El gasto máximo de esta bomba es de $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

Ejercicio 4.3 Considere las curvas de la bomba del problema propuesto 4.2.

- Grafique la curva gasto-carga de una bomba que tiene dos impulsores de este tipo operando en serie.
- La bomba se va a instalar en un sistema hidráulico que tiene los siguientes datos: $H_E = 240 \text{ m}$, $D = 40''$, $\varepsilon = 0.2 \text{ mm}$, $L = 8000 \text{ m}$, $\Sigma k = 27$. Determine de forma gráfica el punto de operación, y calcule las potencias hidráulica y mecánica.

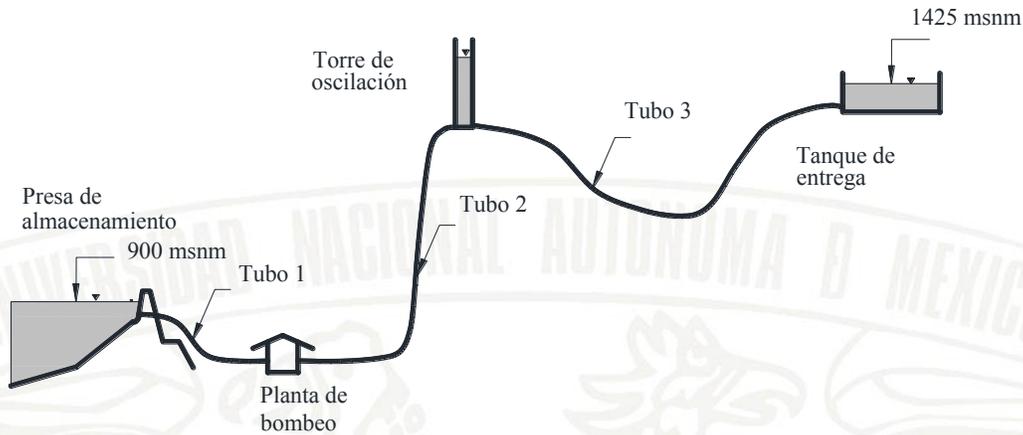
Ejercicio 4.4 Se requiere proporcionar un volumen diario de 4000 m^3 , para lo cual se va a instalar una bomba vertical de varios pasos. En la figura se muestran tres impulsores, pero pueden ser dos o tres. Note que la entrada de la campana está 15 cm por debajo del primer impulsor. Las curvas características que se proporcionan corresponden a un solo impulsor. Las elevaciones tienen una referencia arbitraria. En el sitio, $p_{atm} = 75 \text{ kPa}$, $p_v = 2.5 \text{ kPa}$.

Tubo	D	L	ε	k_v	k_s
	(in)	(m)	(mm)		
Descarga	10	700	0.1	15	1



- Determine la velocidad específica y clasifique el impulsor.
- Determine si conviene instalar dos o tres impulsores. Considere $P_{mec} = P_E$. Justifique su respuesta.
- La campana es de 12". Calcule la elevación de la campana y del piso, tal que no se presenten problemas por sumergencia ni por cavitación; además, determine las dimensiones del cárcamo: w , C , B y la altura H .

Ejercicio 4.5 El sistema de bombeo mostrado en la figura deberá entregar un volumen diario de 650000 m^3 .



Tubo	D (in)	ε (mm)	L (m)
1	100	1	400
2	94	1	1450
3	100	1	11000

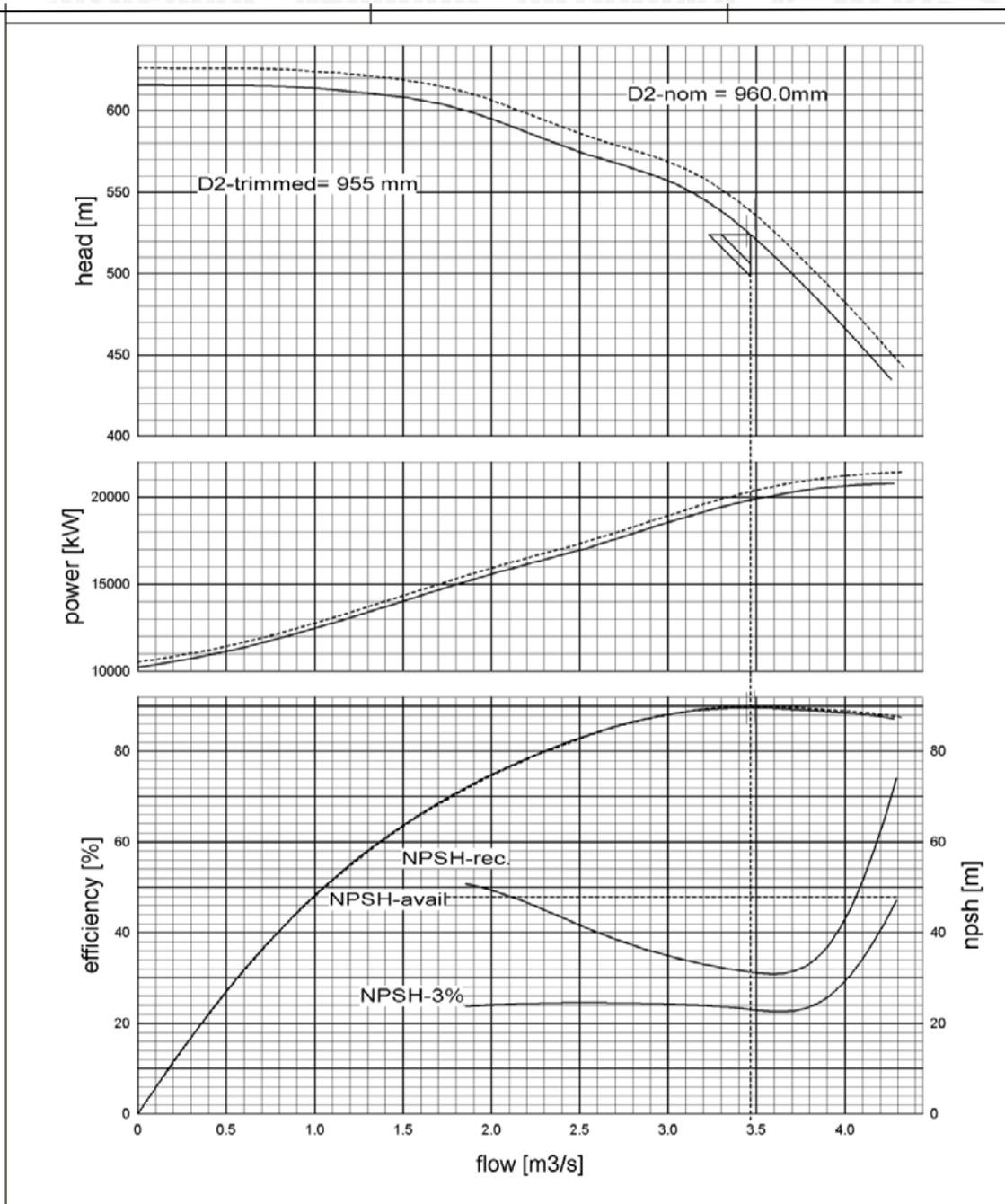
El nivel máximo del agua en la presa es de 900 msnm y se acepta hasta un mínimo de 875 msnm, el nivel del agua en el tanque de entrega es de 1425 msnm y no tiene variaciones considerables. La conducción es muy larga y son preponderantes las pérdidas de carga debidas a la fricción. Solo se consideran pérdidas locales correspondientes a entrada, salida y múltiple de las bombas; para las dos primeras los coeficientes de pérdida son $ke=0.5$ y $ks=1$, la pérdida de carga en el múltiple es $\Delta h_{mul} = 0.005 Q_{total}^2$, tanto en la succión como en la descarga. Para calcular la presión atmosférica se considera $z=900$ msnm, la temperatura máxima del agua es $t=20$ °C.

Se propone emplear equipos de bombeo idénticos de doble succión y con tres impulsores en cada rama de succión, cuyas curvas características se presentan a continuación. Los impulsores fueron recortados y son de 955 mm de diámetro.

Para cada una de las dos condiciones de niveles de succión y considerando en cada caso las opciones de operación simultánea de tres o cuatro bombas, determine:

- Las curvas de las bombas operando en paralelo y las del sistema hidráulico que proporcionan los puntos de operación (todas en el mismo plano).
- El gasto y la carga de operación, el gasto unitario, la potencia mecánica, tiempo para entregar el volumen requerido y la energía consumida (considere $\eta_{ME} = 0.96$). Elija la mejor opción de operación (tres o cuatro bombas).

- c) La elevación máxima del eje de las bombas a fin de evitar problemas de cavitación en cualquier condición de operación (solo para la opción elegida en el inciso anterior).



$N = 1190 \text{ rpm}$

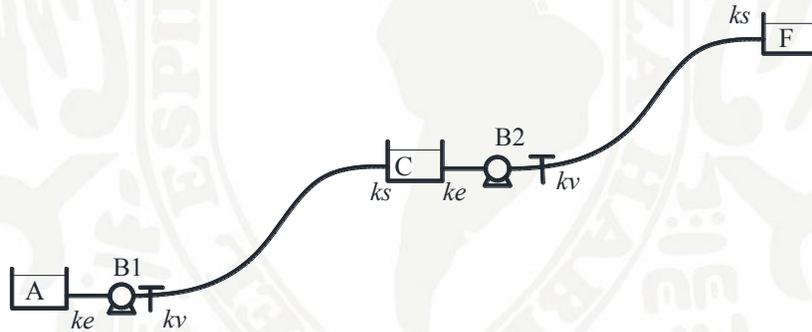
Ejercicio 4.6 $H_B = 24 - 28Q - 225Q^2$, en el sistema hidráulico: $H_E = 18.2$ m y $K = 465$ s²/m⁵.

- Determine Q y H_B , cuando opera una sola bomba.
- Determine Q_{op} , H_B y Q_u , cuando operan dos bombas en paralelo.

Ejercicio 4.7 Se tienen dos bombas diferentes que operan en paralelo; sus respectivas curvas se ajustan a las ecuaciones: $H_{B1} = 160 - 3Q^2$ y $H_{B2} = 157 - 5Q^2$, el máximo gasto que puede aportar cada una es $Q = 3.5$ m³/s. La curva del sistema es $H_{BSIS} = 95 - 2Q^2$.

- Determine el gasto y carga de operación, así como el gasto que aporta cada bomba.
- Grafique en el mismo plano: la curva de cada bomba, la curva de las bombas operando en paralelo y la curva del sistema hidráulico. Revise el punto de operación de forma gráfica.

Ejercicio 4.8 Se muestra un sistema hidráulico con dos estaciones de bombeo.



El gasto máximo que puede aportar cada equipo es de 1 m³/s.

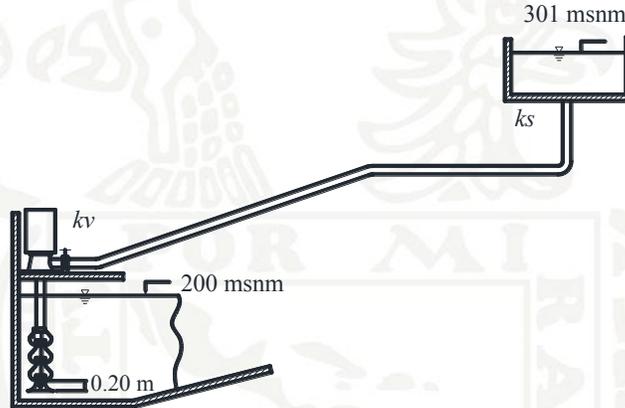
Tubo	D (m)	f	L (m)	ke	kv	ks	Curva bomba
1	0.8	0.014	900	0.5	50	1	$H_{B1} = 90 - 30 Q^2$
2	08	0.020	1300	0.5	30	1	$H_{B2} = 95 - 70 Q^2$

Los datos de cada tubo incluyen succión y descarga del tramo. $H_A = 1300$ m, $H_F = 1432$ m.

- Determine el gasto, las cargas de bombeo y la elevación del tanque C.

Ejercicio 4.9 En el sistema mostrado: $D=0.61\text{ m}$, $L=1000\text{ m}$, $f=0.019$, $k_v=10$, $k_s=1$, $p_v=2\text{ kPa}$. Los siguientes datos corresponden a un solo impulsor, $N=900\text{ rpm}$.

Q (m^3/s)	0	0.2	0.4	0.5	0.6
H_B (m)	47	42	35	29	23

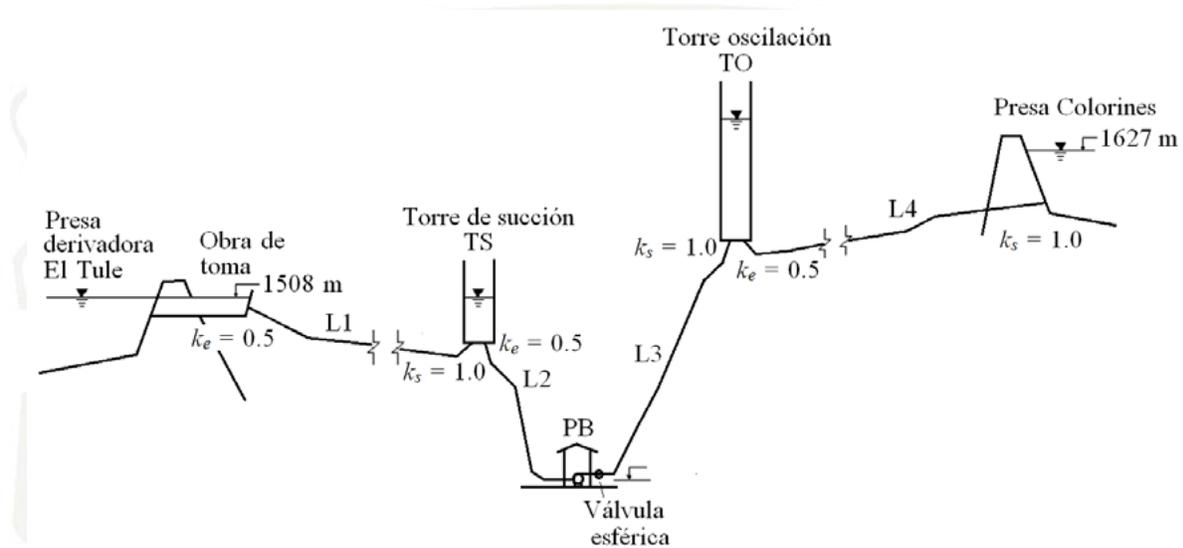


- Determine el gasto y la carga de operación que proporciona la bomba vertical que tiene tres impulsores.
- Se instalará una campana con un diámetro de 0.65 m . No se cuenta con la curva de $CSPN_{3\%}$. Considere $N_{SS}=200$. Determine la sumergencia mínima, tal que no se presenten problemas por vórtices o cavitación y la elevación máxima de campana. Calcule las dimensiones w , B , C , H . Revise que cumpla con la velocidad permitida en la bahía e indique la elevación del piso del cárcamo.

Ejercicio 4.10 Una de las propuestas para incrementar el gasto del Sistema Cutzamala consistió en aprovechar el agua del río Temascaltepec. Para este efecto, se tenía que construir la presa derivadora El Tule, desde donde se podría bombear un gasto máximo de $7\text{ m}^3/\text{s}$, hasta la presa Colorines.

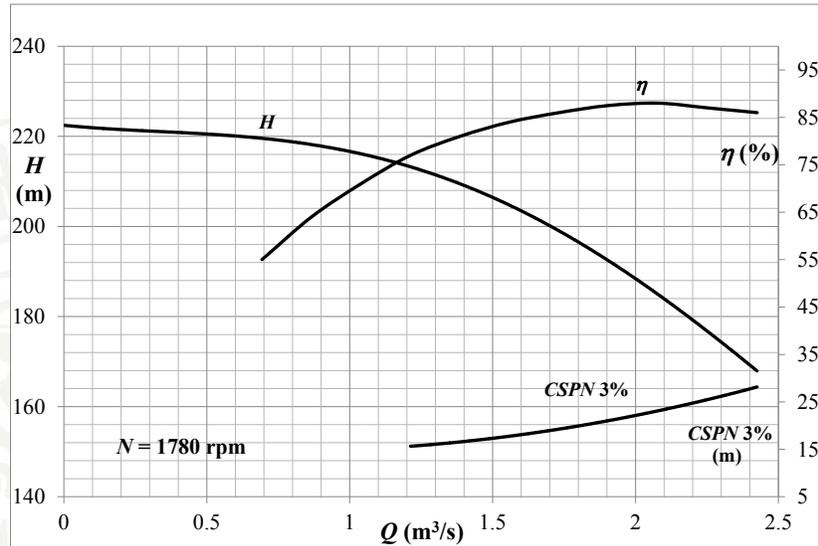
Por sencillez, solo considere pérdidas de carga por fricción, entrada y salida. $L_1=2400\text{ m}$, $L_2=100\text{ m}$, $L_3=850\text{ m}$, $L_4=35350\text{ m}$, $D_1=D_2=D_4=2.13\text{ m}$, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3=1\text{ mm}$, $D_3=1.83\text{ m}$, $\varepsilon_3=0.3\text{ mm}$. $p_v=2\text{ kPa}$.

El arreglo proyectado consiste en colocar varias bombas en paralelo, las cuales se propusieron de doble succión y tienen las curvas características que se presentan al final del ejercicio.



Determine:

- La velocidad específica de la bomba y su clasificación.
- El número de bombas requeridas para que operando en paralelo proporcione el gasto más cercano al solicitado, así como el punto de operación y los gastos unitarios.
- Las elevaciones del agua en la torre de sumergencia y en la torre de oscilación en condiciones de flujo permanente.
- El volumen entregado en 20 horas de operación y la energía consumida en ese intervalo (considere $P_{mec} = P_E$).
- La máxima elevación de la planta de bombeo, tal que no se presenten problemas de cavitación. Considere $t = 18^\circ\text{C}$.
- La máxima elevación del tubo de succión en la obra de toma de la presa derivadora (para evitar vórtices).

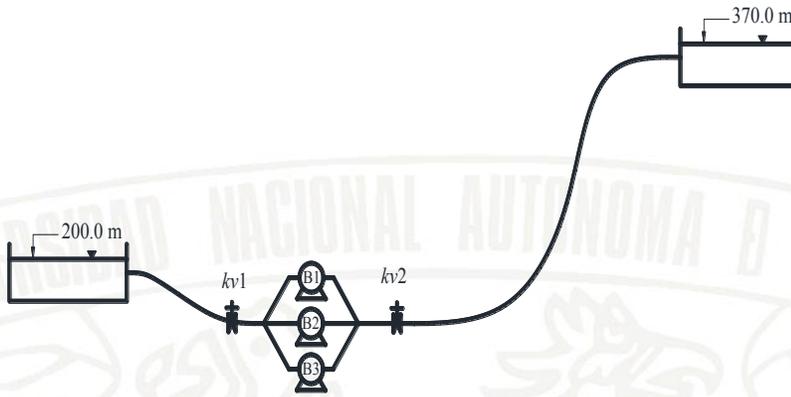


Ejercicio 4.11 Una planta de bombeo cuenta con tres bombas horizontales idénticas instaladas en paralelo. La curva de cada bomba se aproxima a la ecuación $H_B = 195 + 0.9Q - 10Q^2$. El gasto máximo por bomba es $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$.

- Determine el coeficiente kv_2 y la carga de bombeo para que, al operar con tres bombas, el gasto en el sistema sea de $3 \text{ m}^3/\text{s}$.
- Considere la válvula de la descarga totalmente abierta ($kv_2 = 5$). Determine los respectivos puntos de operación cuando operan dos y tres bombas.

Los datos del sistema son:

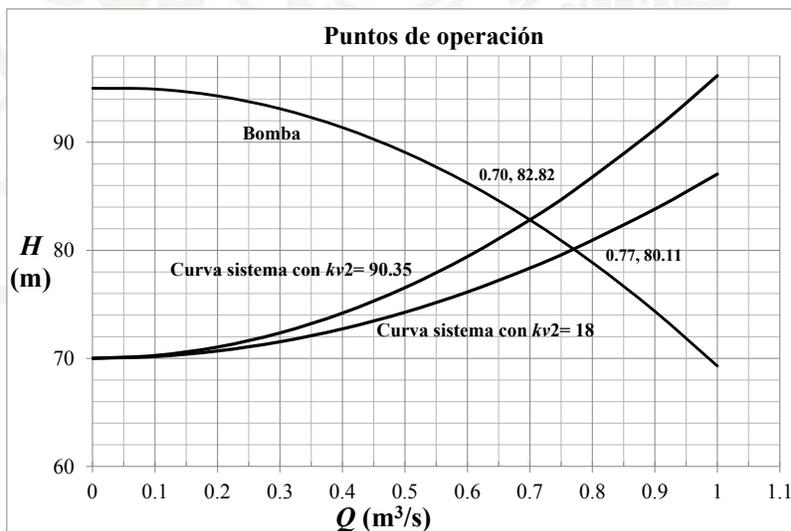
Tubo	D (m)	L (m)	ε (mm)	ke	kv	ks
Succión	1.6	150	1.5	0.5	3	
Descarga	1.6	8000	1.5		?	1



4.7 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES

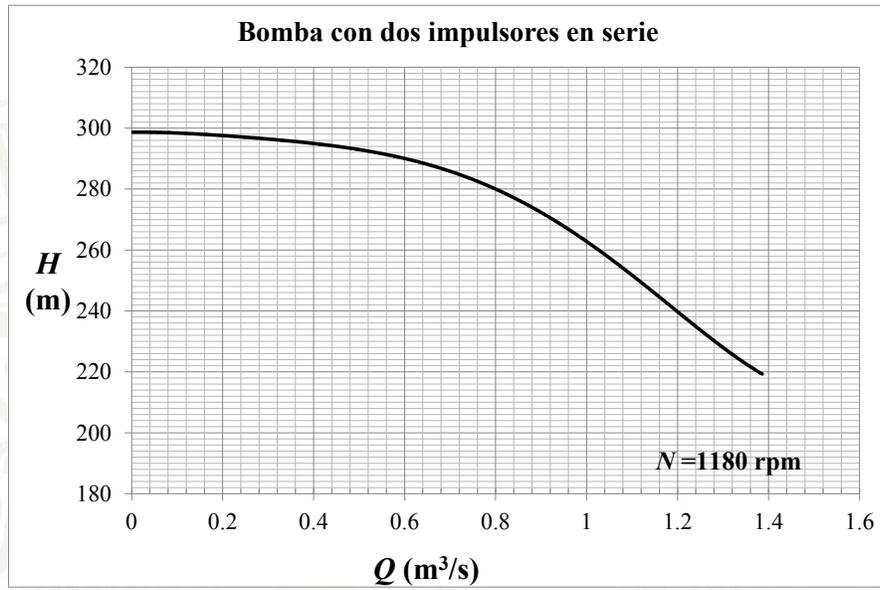
Ejercicio 4.1

- a) $N_S = 36.57$ rpm, m^3/s , m. Bomba de flujo mixto.
- b) $Q = 0.77$ m^3/s , $H_B = 80.11$ m, $E = 14410$ kW·h.
- c) $kv2 = 90.35$, $E = 14512$ kW·h. Prácticamente se consume la misma energía con ambas opciones.
- d) Con $N_{SS} = 165$ y $f_{cav} = 1.5$, se obtiene elevación máxima = 2191.28 msnm. El resultado puede variar según el criterio seleccionado.

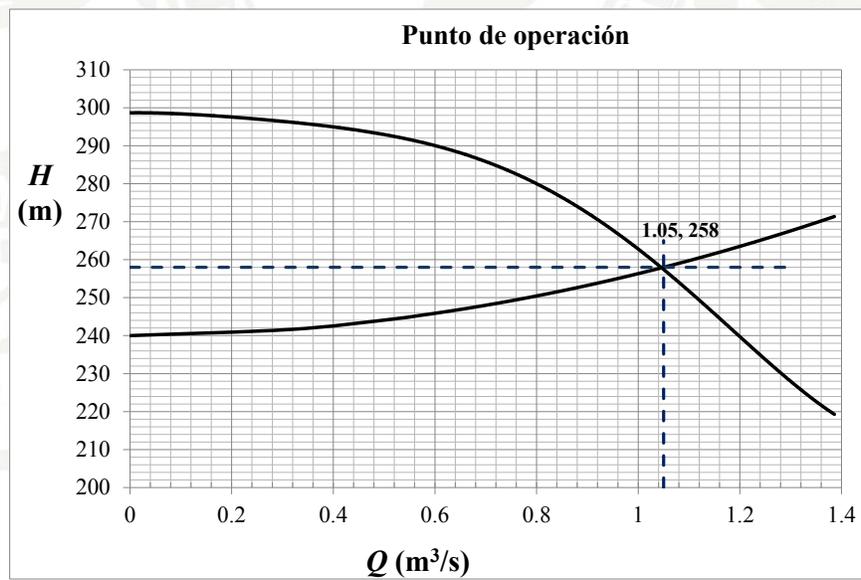


Ejercicio 4.3

a)

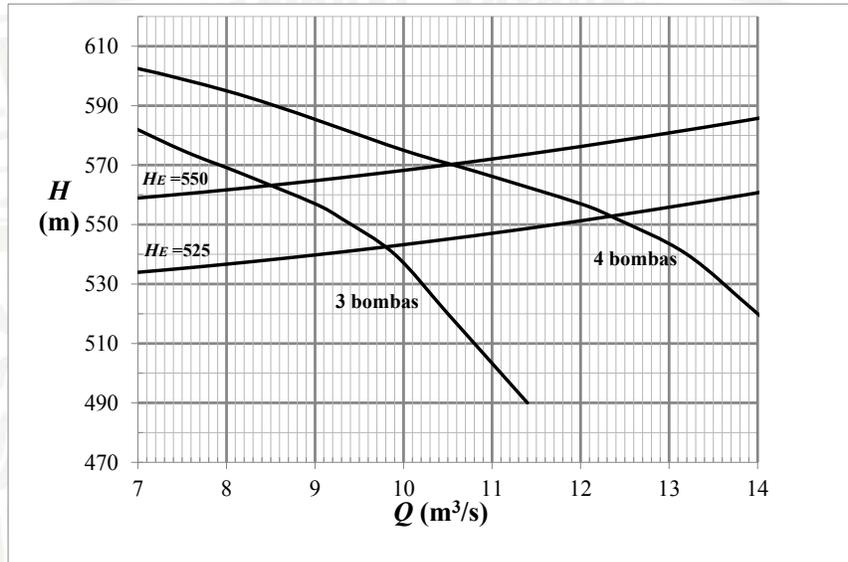


b) $Q_{op} = 1.05 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{Bop} = 258 \text{ m}$, $P_H = 2657 \text{ kW}$, $P_{mec} = 3003 \text{ kW}$.



Ejercicio 4.5

a)



b) De los datos de la curva original y los calculados para resolver el inciso a), se tiene:

Número de equipos	H_E (m)	Q_{op} (m³/s)	Q_u (m³/s)	H (m)	P_H (MW)	η (%)	P_{mec} (MW)	t (h)	P_E (MW)	E (MW·h)
4	525	12.33	3.083	552.7	66.855	0.890	75.118	14.64	78.248	1145.83
4	550	10.5	2.625	570.1	58.723	0.840	69.909	17.20	72.821	1252.22
3	525	9.8	3.267	542.5	52.156	0.896	58.210	18.42	60.635	1117.14
3	550	8.5	2.833	563.2	46.960	0.862	54.478	21.24	56.748	1205.43

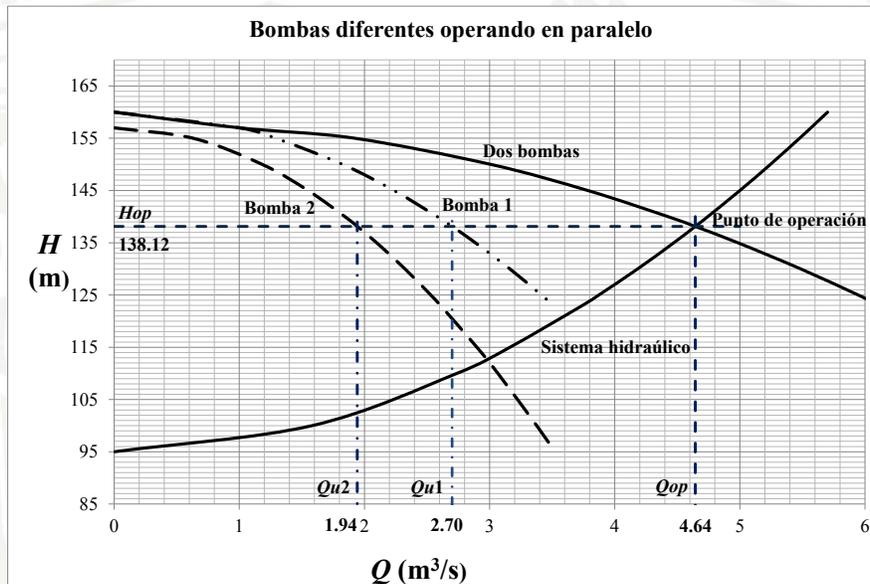
La opción de operar con tres bombas consume un poco menos de energía que operar con cuatro, aunque no es significativa la diferencia. Se seleccionará trabajar con tres equipos y se tiene menor costo de inversión.

c) La elevación máxima de las bridas de succión es 846.24 msnm.

Ejercicio 4.7

a) $Q_{op} = 4.64 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{Bop} = 138.12 \text{ m}$, $Q_{u1} = 2.70 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{u2} = 1.94 \text{ m}^3/\text{s}$.

b) Solución gráfica



Ejercicio 4.9

a) $Q = 0.4 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_B = 105 \text{ m}$.

b) Rige el criterio para evitar vórtices. $S_{mín} = 1.36 \text{ m}$, elevación máxima de la campana 198.64 msnm , $w = 1.3 \text{ m}$, $B = 0.49 \text{ m}$, $C = 0.46 \text{ m}$, $H = 1.82 \text{ m}$, $V_{bahía} = 0.17 \text{ m/s}$.

Ejercicio 4.11

a) $kv^2 = 38.22$, $H_{op3} = 185.9 \text{ m}$.

b) Con tres equipos: $Q_{op3} = 3.25 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{op3} = 184.24 \text{ m}$.

Con dos equipos: $Q_{op3} = 2.607 \text{ m}^3/\text{s}$, $H_{op3} = 179.17 \text{ m}$.

CAPÍTULO 5

CONCEPTOS BÁSICOS DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS

El objetivo de este capítulo es describir de manera general los transitorios hidráulicos que se producen en sistemas de conductos a presión, particularmente aquellos que suceden en sistemas de bombeo; además, se presentan los conceptos fundamentales para determinar las cargas y gastos extremos, máximos y mínimos, derivados de la ocurrencia de estos fenómenos transitorios y se describen los dispositivos de alivio más usuales en los sistemas de bombeo. El cálculo detallado de un transitorio a lo largo de la conducción de un sistema de bombeo cuando la maniobra no es rápida queda fuera del alcance del presente capítulo.

5.1 DESCRIPCIÓN DE LOS FENÓMENOS TRANSITORIOS. CAUSAS Y EFECTOS

Un flujo es permanente si las principales variables que lo caracterizan, esto es la presión y el gasto, permanecen constantes en una sección determinada; o bien, si las variaciones en ella son muy pequeñas con respecto a sus valores medios y estos no varían con el tiempo. Por el contrario, es no permanente si estas variables cambian de un instante a otro.

Un caso particular de flujo no permanente es el *flujo transitorio*, que es aquel que se produce en la transición entre dos estados de flujo permanente distintos. De manera frecuente, uno de estos dos estados permanentes, el inicial o el final, corresponde al reposo, estado denominado de manera coloquial *condición de gasto nulo*. El paro de emergencia de un equipo de bombeo o el cierre de una válvula de control de flujo son dos claros ejemplos de flujos transitorios en conductos a presión.

No todos los flujos no permanentes son flujos transitorios, un ejemplo son las oscilaciones estacionarias. Estos fenómenos son característicos de flujos donde se presentan variaciones periódicas de presión y gasto que, a diferencia de los flujos transitorios, nunca alcanzan una

condición de flujo permanente. Poco frecuentes en los sistemas de bombeo, las oscilaciones estacionarias se presentan de manera eventual en aquellos sistemas en los que el elemento activo, la bomba en este caso, produce una excitación cuya frecuencia coincide con la frecuencia natural de la conducción, generando un fenómeno de resonancia hidráulica. Dado que esta situación se sale de la expectativa de diseño, además de su complejidad y muy rara ocurrencia en sistemas de bombeo, el estudio de las oscilaciones estacionarias queda fuera del alcance del presente capítulo.

Así, en este texto solo se analizan flujos permanentes y transitorios, que en lo sucesivo se denominarán transitorios hidráulicos o, simplemente, transitorios. A su vez, estos se clasifican en rápidos o lentos, de acuerdo con la rapidez con que se producen los cambios en las variables significativas del flujo.

Transitorios rápidos. Cuando los cambios de velocidad y presión producidos por el transitorio son muy bruscos, se generan desaceleraciones importantes del flujo que provocan variaciones significativas en las propiedades elásticas del fluido y la tubería, por lo que es necesario considerar la compresibilidad del fluido y las características elásticas del material de la tubería que lo confina.

Este tipo de transitorios son también conocidos como fenómenos de *golpe de ariete* y son analizados con un modelo teórico denominado de *columna elástica*.

La figura 5.1 presenta un sistema muy simple formado por un embalse, una tubería y una válvula localizada al final de la conducción. Si se produce el cierre brusco de la válvula, se genera una onda de sobrepresión (que generalmente se expresa en forma de carga de presión $\Delta h = \Delta p / \gamma$) que frena al flujo y que se propagará a gran velocidad en sentido contrario al mismo. Cuando esta onda llega al embalse, que mantiene su nivel constante, será reflejada como una onda de baja presión, restituyendo a su valor inicial las presiones en la tubería. De regreso en la válvula, que se encuentra cerrada, la onda de baja presión será reflejada reduciendo la presión en la conducción por debajo del valor correspondiente al flujo establecido. Al arribar nuevamente al embalse, la onda es reflejada, ahora como onda de sobrepresión, restituyendo una vez más la presión original en la conducción. Evidentemente, este fenómeno, caracterizado por la propagación de perturbaciones en la conducción, habrá de amortiguarse por efecto de la fricción y de la disipación de energía debido a la deformación de la tubería.

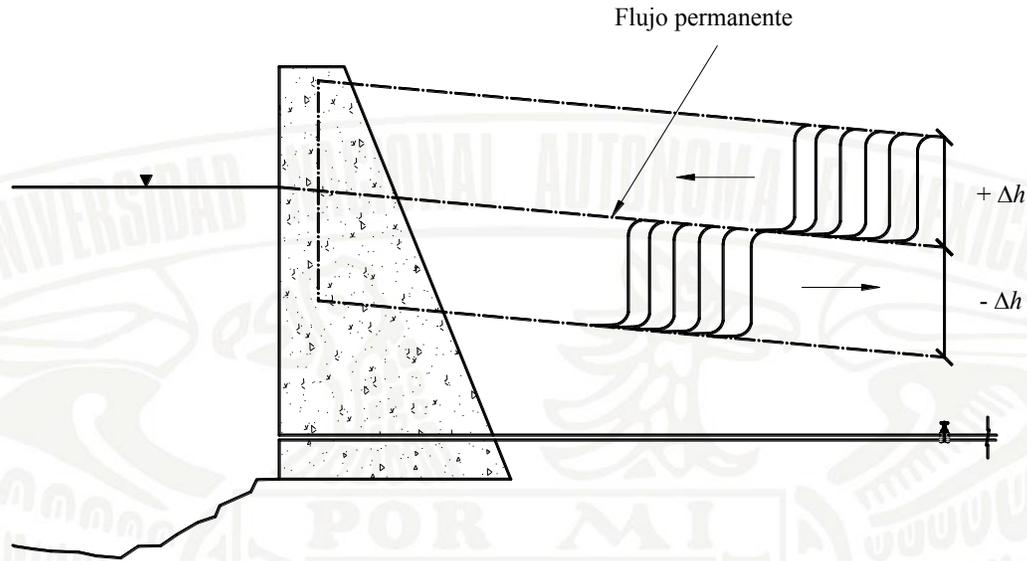


FIGURA 5.1 TRANSITORIOS RÁPIDOS. MODELO DE LA COLUMNA ELÁSTICA

Transitorios lentos. Denominados también fenómenos de oscilación de masa, son aquellos en los que se intercambia una cantidad importante de masa de fluido entre dos depósitos con distintos niveles de energía. Dado que el intercambio de masa es lento no hay variaciones de presión de gran magnitud y, por tanto, no es necesario tomar en consideración los efectos elásticos en el fluido y la tubería. Para analizar estos transitorios, se asume que el fluido es incompresible y que la conducción es una frontera rígida, por lo que el modelo teórico de análisis se conoce con el nombre de *modelo de columna rígida*.

El análisis de estos transitorios se lleva a cabo tomando en cuenta la diferencia de energía en las condiciones de inicio, la inercia del flujo y la disipación de energía por fricción durante su evolución. Un ejemplo de este tipo de transitorios es el que se produce en la conducción ubicada entre el embalse de una presa y una torre localizada justo antes de la succión de una planta de bombeo (figura 5.2), cuando se produce el paro de los equipos por el corte accidental de la energía eléctrica. Como se describe en el subcapítulo 5.3, al interrumpirse el flujo hacia la planta de bombeo este ingresa a la torre de oscilación provocando el ascenso del agua hasta un nivel máximo. Posteriormente, el flujo se invierte dirigiéndose ahora hacia el embalse, el nivel en la torre disminuye alcanzando una elevación mínima ubicada incluso por debajo del nivel inicial del agua en la torre. Luego de varios ciclos este fenómeno de oscilación de masa se amortigua por efecto de la fricción hasta alcanzar las condiciones de gasto nulo.

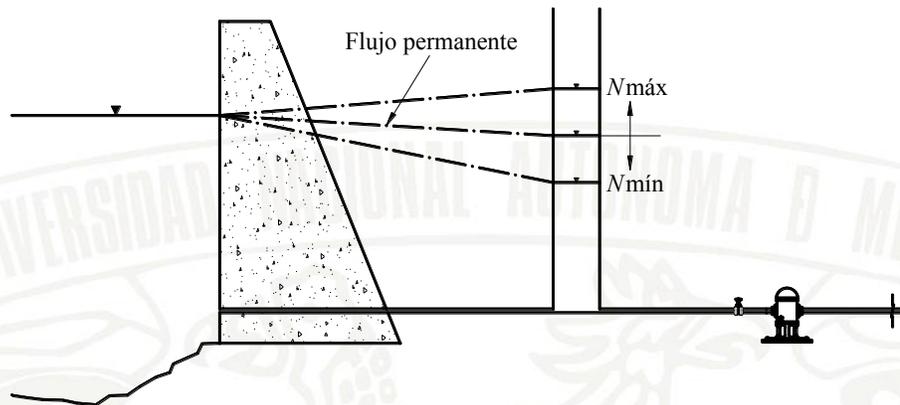


FIGURA 5.2 TRANSITORIOS LENTOS. MODELO DE LA COLUMNA RÍGIDA

Los transitorios hidráulicos pueden generar los siguientes problemas:

A) Sobrepresión

Se denomina sobrepresión en una sección de la conducción a todo incremento transitorio de presión con respecto al valor en operación de flujo permanente. El efecto más catastrófico de las sobrepresiones es la falla o rotura de la tubería por estallido, la cual se puede producir cuando la suma de la presión estacionaria más la sobrepresión producida por el transitorio hidráulico rebasa la presión de diseño o resistencia de la tubería. Generalmente, la falla se presenta en forma de grietas en la sección longitudinal, como se muestra en la figura 5.3.



FIGURA 5.3 FALLA EN UN CONDUCTO DEBIDA A LA SOBREPRESIÓN

Se puede afirmar que los diámetros de las conducciones se dimensionan a partir de las condiciones de flujo permanente, en tanto que las presiones que se presentan durante el transitorio establecen la resistencia que debe poseer la tubería para evitar ruptura.

B) Depresión

Se denomina depresión a todo decremento de presión con respecto a la que se presenta en operación estacionaria. Sin embargo, en la práctica el término se aplica cuando el decremento es tal que en una sección de la conducción la presión se ubica por debajo de la presión atmosférica (presión manométrica negativa). Esta definición es la que se empleará en lo sucesivo para el término depresión, cuyos efectos o consecuencias pueden dividirse en tres tipos:

Colapso de la tubería. Cuando una tubería está sometida a depresión, la presión en el exterior es superior a la del interior, lo que genera un estado de esfuerzos a la compresión en el sentido perimetral de la tubería. La figura 5.4 muestra: a) sección transversal sujeta a esfuerzo de compresión, b) sección transversal deformada debido a la acción de este esfuerzo y c) sección longitudinal deformada.

El conducto puede fallar durante la depresión, o bien, si esto no sucede pero se generan deformaciones permanentes, la tubería queda con excentricidades que la hacen susceptible a la falla en depresiones posteriores.

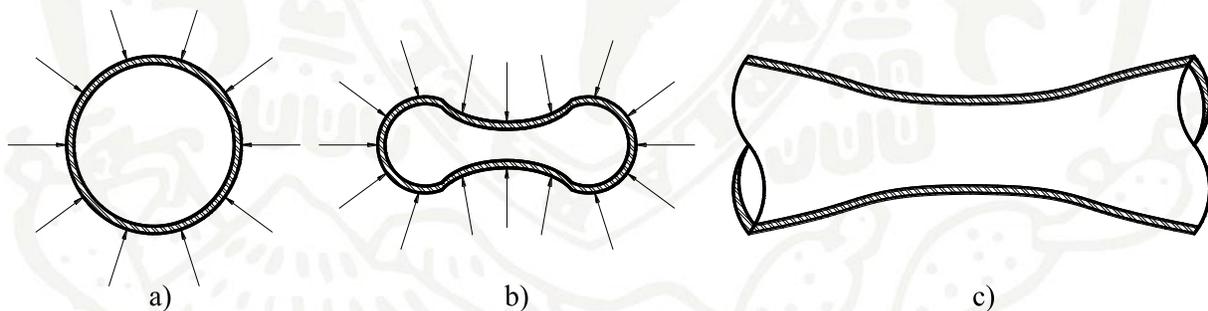


FIGURA 5.4 COLAPSO DE LA TUBERÍA POR DEPRESIÓN

Separación de la columna líquida. Es un fenómeno donde el efecto de las depresiones se traduce de manera indirecta en un problema de sobrepresión. Suponga que en una sección de la conducción se presenta una depresión transitoria de magnitud tal que se alcanza la presión de vapor del líquido a la temperatura ambiente, si la cantidad de energía presente en el fenómeno es de gran magnitud, se liberará un volumen muy importante de vapor de agua, que

incluso puede provocar una discontinuidad en el medio, fenómeno conocido como separación de la columna líquida. En la figura 5.5 se muestra: a) vapor de agua que separa la columna líquida; b) y c) al aumentar la presión la columna de agua de ambos lados empuja sobre el vapor de agua; d) la discontinuidad en el medio, provocada por la presencia de una gran cavidad de vapor de agua, se convierte en una zona de reflexión de ondas elásticas de tal suerte que, al superponerse generan sobrepresiones del orden del doble de las que se ocasionaría en un transitorio donde el fenómeno de separación de columna estuviera ausente (Sánchez, 1987), o también puede provocar un efecto de choque, al desaparecer la burbuja, al condensarse el vapor de agua que la compone, a este fenómeno se le conoce como reunión o reintegración de columna; en cualquiera de los casos anteriores la sobrepresión puede ser de tal magnitud que provoque ruptura.

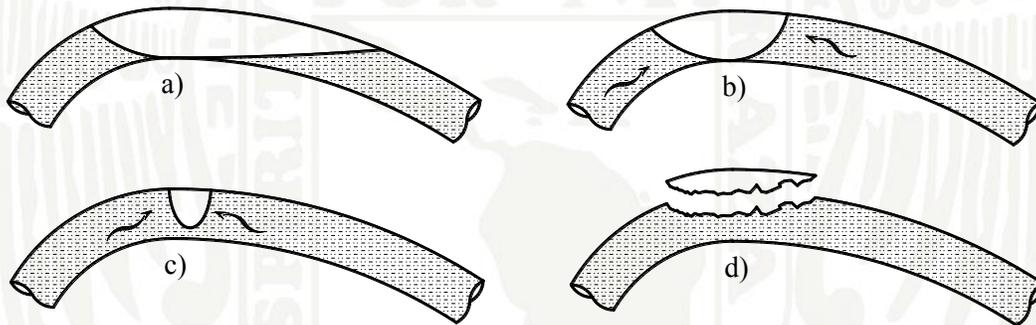


FIGURA 5.5 PROCESO DE SEPARACIÓN Y REINTEGRACIÓN DE LA COLUMNA LÍQUIDA

Entrada de aire a la tubería. El colapso de la tubería durante una depresión implica comúnmente que el conducto sea hermético, sin embargo, esta condición no necesariamente se presenta en todos los casos. En efecto, las juntas de tuberías con empaques así como los sellos en válvulas y accesorios son elementos que al someterse a depresión, pueden fallar antes que las paredes del conducto, permitiendo el ingreso de aire a la tubería. También la presencia de venteos y válvulas rompedoras de vacío son los causantes del ingreso de importantes volúmenes de aire a las conducciones que pueden dar origen a la formación de grandes burbujas de aire o macro burbujas que quedan atrapadas en el interior de la conducción. El ingreso del aire no necesariamente es por sí mismo un problema, ya que incluso puede ser admitido intencionalmente para el control de las depresiones, sin embargo, su efecto adverso está más bien asociado a los problemas para su evacuación y permanencia en el interior. El aire atrapado en gran cantidad puede provocar la reducción en la capacidad

de conducción e inestabilidad del flujo en el conducto. Otro efecto secundario de la admisión no controlada de aire es que estas macro burbujas tienen una dinámica dada por la ecuación de estado de los gases, que durante maniobras transitorias puede resultar en grandes sobrepresiones en etapas posteriores a la depresión que la originó.

C) *Sobrevelocidad en equipos de bombeo*

Al presentarse un paro accidental debido al cese del suministro eléctrico, el equipo de bombeo queda liberado a la acción combinada del flujo y de la inercia de las masas en rotación (bomba y motor eléctrico). De esta acción resulta que, en el caso general de conducciones ascendentes, se permite el retorno temporal del flujo con el fin de evitar maniobras de cierre brusco que incrementen la severidad del transitorio, con lo que la velocidad de giro del equipo de bombeo se reduce drásticamente y al cabo de pocos segundos incluso comienza a invertir su sentido. Esta velocidad en reversa puede aumentar aún por arriba la magnitud de la velocidad de giro en operación normal (sobrevelocidad), provocando que los componentes mecánicos del equipo se vean sometidos a esfuerzos excesivos debido a que el efecto de la fuerza centrífuga depende del cuadrado de la relación N/N_D , siendo N_D la velocidad de giro de diseño (Guarga, 1985).

Así, por ejemplo, en un equipo de bombeo en el que en condiciones normales de operación se tenga $N_D = 900$ rpm y al presentarse flujo inverso, el giro en sentido contrario alcance a ser $N = 1260$ rpm, entonces sería $N/N_D = 1.4$, por lo que podrían presentarse en las partes rotantes esfuerzos del doble de aquellos correspondientes a la operación normal ($1.4^2 = 1.96$). Esto puede desbaratar las piezas rápidamente, sobre todo si el fenómeno persiste en el tiempo, por esta razón la válvula de descarga debe cerrarse en un tiempo razonable.

Es importante señalar que aun cuando la presión de diseño no sea rebasada por una sobrepresión, o que los efectos de una depresión o de un fenómeno de sobrevelocidad no sean de consideración, la frecuente presencia de fenómenos transitorios no debe ser menospreciada, ya que puede llevar a la falla a algún elemento del sistema de bombeo por efecto de fatiga en los materiales que componen a las conducciones, accesorios o equipos.

5.2 MODELO DE LA COLUMNA ELÁSTICA. GOLPE DE ARIETE

5.2.1 Celeridad de la onda de presión en un medio confinado

El modelo de cálculo por excelencia para los transitorios hidráulicos rápidos es el elástico y su característica fundamental viene aportada por la velocidad de propagación de la onda de presión, también llamada celeridad. Helmholtz, en 1848, da una explicación al por qué la celeridad de las ondas sonoras en el seno de un fluido confinado se transmite más lentamente que cuando el agua no tiene algún contorno que la almacene; asimismo, atribuyó correctamente esta mayor lentitud a la elasticidad de las paredes de la conducción. Posteriormente, en 1878, Korteweg proporciona la primera formulación correcta de la celeridad de las ondas sonoras incluyendo los efectos elásticos del fluido y la tubería.

En ese mismo año, Jules Michaud acuñó el término *golpe de ariete* para el análisis de transitorios hidráulicos y estudia, por primera vez, dispositivos de protección que siguen siendo vigentes.

Joukowsky, científico ruso experto en hidrodinámica y nombrado por Lenin “Padre ruso de la aviación”, llevó a cabo interesantes experimentos en Moscú y publicó su famosa teoría sobre el golpe de ariete, en 1898. Sus aportaciones al conocimiento físico del problema son muy valiosas: desarrolla la expresión de la celeridad de la onda tomando en cuenta la elasticidad de las paredes de la tubería y del fluido; relaciona los cambios de velocidad con los de presión; aborda por primera vez la reflexión de una onda en un sistema complejo y establece que la máxima sobrepresión se alcanza para maniobras rápidas (cierres bruscos de válvulas, por ejemplo) en las que el tiempo de cierre es menor que el tiempo que la onda de presión tarda en regresar al lugar que la provocó, tras propagarse en la conducción. Asimismo, demostró que la celeridad con la que se propagan las perturbaciones de presión en un medio elástico es la misma con la que se propagan las ondas sonoras en el mismo medio y que fue propuesta por Korteweg.

La celeridad se determina como

$$a = \frac{1}{\sqrt{\rho \left(\frac{1}{E_v} + \frac{D}{eE_t} \right)}} \quad (5.1a)$$

Donde E_v , es el módulo de elasticidad volumétrico, ya definido en la ecuación 1.10; E_t , el módulo de elasticidad del conducto; e , el espesor del conducto y D , el diámetro de este.

Al sustituir la ecuación 1.11 en la 5.1a, se obtiene otra forma de expresar la celeridad, la cual resulta

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{DE_v}{eE_t}}} \quad (5.1b)$$

En donde $a_0 = \sqrt{E_v/\rho}$ es la celeridad con la que se propaga la onda de presión en un medio no confinado. Para tomar en cuenta otras condiciones del conducto, tales como el tipo de pared y las restricciones al movimiento longitudinal, la ecuación 5.1b se afecta con un factor φ .

$$a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{DE_v}{eE_t}}} \varphi \quad (5.2)$$

Si bien la magnitud del módulo de elasticidad volumétrico cambia con la temperatura (véase la tabla 1.6), para efectos prácticos y para el agua con $t=20^\circ$, según se calculó en el ejemplo 1.4, se puede considerar $a_0=1484$ m/s. Este valor se emplea como representativo en la mayoría de las aplicaciones de bombeo, por lo tanto, la celeridad en un medio confinado se determina como

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{D \times 2.2 \times 10^9}{eE_t}}} \varphi \quad (5.3)$$

En los tubos de sección circular, φ se determina según el tipo de pared y por la restricción que se tenga al movimiento por efecto del anclaje. Se considera que un conducto tiene pared delgada cuando la distribución de esfuerzos en el espesor del tubo es uniforme. Las definiciones de pared delgada varían desde $(e/D) \leq 0.1$ hasta $(e/D) \leq 0.04$, siendo esta última relación la más aceptada.

En la tabla 5.1 se presentan las expresiones que permiten determinar φ . En su cálculo también interviene la relación de Poisson ν , la cual toma en cuenta la proporción entre las deformaciones laterales y longitudinales.

TABLA 5.1 FORMA DE VALUAR φ PARA TUBOS DE SECCIÓN CIRCULAR, SEGÚN EL TIPO DE PARED Y CONDICIONES DE APOYO (ELLIS, 2008)

Tipo de anclaje de la tubería	Pared delgada, $\frac{e}{D} \leq 0.04$	Pared gruesa, $\frac{e}{D} > 0.04$
Totalmente restringido el movimiento en sentido axial	$\varphi = (1 - \nu^2)$	$\varphi = \frac{D}{D+e}(1 - \nu^2) + \frac{2e}{D}(1 + \nu)$
Parcialmente restringido el movimiento	$\varphi = (1.25 - \nu)$	$\varphi = \frac{D}{D+e}(1.25 - \nu) + \frac{2e}{D}(1 + \nu)$
Con juntas de expansión a lo largo del tubo	$\varphi = 1$	$\varphi = \frac{D}{D+e} + \frac{2e}{D}(1 + \nu)$

La tabla 5.2 presenta valores indicativos para determinar el módulo de elasticidad del conducto en una etapa preliminar de diseño, es decir, solo son una guía. Se recomienda consultar al proveedor del conducto para una mayor precisión. En dicha tabla se resumen algunos valores presentados por Thorley (1991), Chaudry (1979) y Tullis (1989).

TABLA 5.2 MÓDULOS DE ELASTICIDAD Y RELACIÓN DE POISSON DE DIFERENTES TIPOS DE MATERIALES EMPLEADOS EN CONDUCCIONES

Material	Módulo de elasticidad, E_t , GPa	Relación de Poisson ν
Acero	200-210	0.28
Aluminio	69	0.33
Aluminio (aleaciones)	69-75	0.33
Bronce	120	0.38
Asbesto cemento	23	0.3
Cobre	107-131	0.34
Concreto	14-30	0.1- 0.15
Concreto reforzado	30-60	0.3
Fierro fundido	90-160	0.25
Fierro dulce	172	0.3
Latón	78-110	0.36
Fibra de vidrio reforzada	27.5	0.27-0.3
Plexiglas	6.2	0.33
Polietileno	0.8-1	0.45
Plomo	4.8-17	0.44
PVC	2.75-3.3	0.45

EJEMPLO 5.1

Considere un conducto de sección circular con $D=2.5\text{m}$ construido de acero. Para las tres condiciones de apoyo, calcule lo siguiente:

- a) La celeridad de la onda de presión cuando el espesor es $e=1" = 0.0254\text{m}$.
- b) Lo mismo que en el inciso anterior, pero con $e=2.5"= 0.0635\text{m}$.
- c) Ahora, considere un tubo de PVC con un diámetro $D=0.20\text{m}$ y un espesor $e=1"/4=0.006375\text{m}$. Determine la celeridad de la onda de presión, tomando en cuenta las tres condiciones de apoyo.

Solución

- a) Con la relación $\frac{e}{D}$ se clasifica el tipo de pared, que para este caso es

$$\frac{e}{D} = \frac{0.0254}{2.5} = 0.0101 < 0.04$$

Por tanto, la pared es delgada. De la tabla 5.2, para el acero $E_t = 2.1 \times 10^{11}\text{ Pa}$ y $\nu = 0.28$. El coeficiente ϕ para cada tipo de sujeción se determina de acuerdo con la tabla 5.1. Dado que es un material con un módulo de elasticidad grande, el valor de ϕ se puede considerar igual a 1, aunque se realizará el cálculo considerando que afecta la forma en que se realiza la sujeción.

Movimiento totalmente restringido, $\phi = (1 - \nu^2) = (1 - 0.28^2) = 0.9216$

Movimiento parcialmente restringido, $\phi = (1.25 - \nu) = (1.25 - 0.28) = 0.97$

Con juntas de expansión en cada sección, $\phi = 1$

Con la ecuación 5.3 se determina la celeridad, la cual para los valores de E_t y e/D resulta

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{2.5 \times 2.2 \times 10^9}{0.0254 \times 2.1 \times 10^{11}} \phi}} = \frac{1484}{\sqrt{1 + 1.0311 \times \phi}}$$

Y para cada tipo de apoyo se obtiene:

Movimiento totalmente restringido

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1+1.0311 \times 0.9216}} = 1062 \text{ m/s}$$

Movimiento parcialmente restringido

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1+1.0311 \times 0.97}} = 1049 \text{ m/s}$$

Con juntas de expansión

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1+1.0311 \times 1}} = 1041 \text{ m/s}$$

La diferencia de resultados entre los valores mayor y menor es de 2 %, que se puede considerar poco significativo y justifica usar $\varphi = 1$ cuando el valor de E_t es grande.

Recuerde que a medida que E_t se incrementa, el valor de la celeridad para un conducto totalmente rígido tiende a ser $a = 1484 \text{ m/s}$. Note que para la relación de e/D analizada, y considerando $a = 1041 \text{ m/s}$ (para el caso de juntas de expansión), la celeridad es 30 % menor que la que se presentaría en un medio no confinado o en el totalmente rígido.

b) Para $e = 2.5'' = 0.0635 \text{ m}$, la relación e/D resulta

$$\frac{e}{D} = \frac{0.0635}{2.5} = 0.0254 < 0.04$$

por tanto, la pared también es delgada y son válidos los valores de φ obtenidos en el inciso anterior. La celeridad para esta relación de e/D se calcula

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{2.5 \times 2.2 \times 10^9}{0.0635 \times 2.1 \times 10^{11}} \varphi}} = \frac{1484}{\sqrt{1 + 0.4124 \times \varphi}}$$

Y para los diferentes tipos de apoyo se obtiene:

Movimiento totalmente restringido

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + 0.4124 \times 0.9216}} = 1263 \text{ m/s}$$

Movimiento parcialmente restringido

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + 0.4124 \times 0.97}} = 1254 \text{ m/s}$$

Con juntas de expansión

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + 0.4124 \times 1}} = 1248 \text{ m/s}$$

Con esta relación de e/D y considerando $a = 1248 \text{ m/s}$, la celeridad es 16 % menor que la que se presentaría en un medio totalmente rígido. Note que a medida que el espesor disminuye la pared se vuelve más deformable y los valores de la celeridad se reducen.

c) Con la relación e/D se clasifica el tipo de pared, que para este caso es

$$\frac{e}{D} = \frac{0.00635}{0.2} = 0.03175 < 0.04$$

Por tanto, la pared es delgada. De la tabla 5.2, para PVC, $E_t = 3.3 \times 10^9 \text{ Pa}$ y $\nu = 0.45$. El coeficiente φ para cada tipo de sujeción se determina de acuerdo con la tabla 5.1.

Totalmente restringido el movimiento, $\varphi = (1 - \nu^2) = (1 - 0.45^2) = 0.7975$

Parcialmente restringido el movimiento, $\varphi = (1.25 - \nu) = (1.25 - 0.45) = 0.8$

Con juntas de expansión $\varphi = 1$

Con la ecuación 5.3 se determina la celeridad, la cual para los valores de E_t y e/D resulta

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{0.2 \times 2.2 \times 10^9}{0.00635 \times 3.3 \times 10^9} \varphi}} = \frac{1484}{\sqrt{1 + 21 \times \varphi}}$$

Y para los diferentes tipos de apoyo se obtiene:

Movimiento totalmente restringido

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + 21 \times 0.7975}} = 352 \text{ m/s}$$

Movimiento parcialmente restringido

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + 21 \times 0.8}} = 351.7 \text{ m/s}$$

Con juntas de expansión

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + 21 \times 1}} = 316 \text{ m/s}$$

Como se observa, la variación de la celeridad dependiendo del tipo de apoyo, no es muy significativa. Es conveniente resaltar que para el PVC los valores de la celeridad son mucho menores que los que se obtienen para el acero, esto se debe a la mayor elasticidad de los materiales plásticos, también es notoria la diferencia de la celeridad para este material comparada con la que se obtendría en un medio totalmente rígido.

5.2.2 Descripción física del golpe de ariete como transitorio hidráulico

La figura 5.6 muestra una instalación simple que consiste en un almacenamiento, un conducto con sección transversal y espesor constantes, eje horizontal y longitud L , con una válvula u órgano de control situada al final de la conducción en el extremo aguas abajo. Para facilitar la descripción del fenómeno, se hacen las siguientes hipótesis:

- No hay fricción, esto implica que, en flujo permanente la carga de presión $h_0 = p_0/\gamma$ es constante a lo largo de la tubería.
- La carga de velocidad $V_0^2/2g$ es pequeña comparada con h_0 , por lo que $(h_0 + V_0^2/2g) \approx h_0$.
- La deformación de la tubería está dentro del límite elástico.

Si bien esta situación es una idealización, las ondas que viajan en una conducción real lo hacen de igual manera, solo que al existir fricción se produce disipación de energía y las ondas tienden a reducir su amplitud con el tiempo. Hay que agregar que una onda de presión que arriba a un tanque de presión constante se refleja con signo contrario, en cambio, cuando esta llega a una válvula cerrada se refleja con el mismo signo.

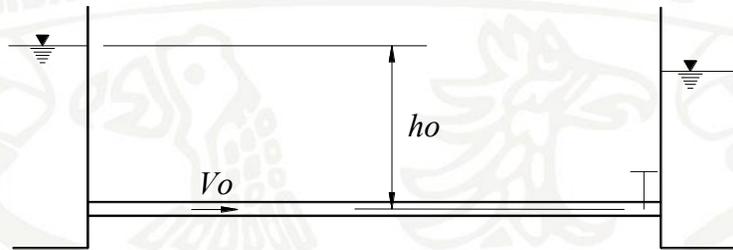


FIGURA 5.6 CONDICIONES EN FLUJO PERMANENTE

Al producirse una maniobra de cierre instantáneo total en el órgano de control, la energía cinética del agua en esta sección se transformará en energía de presión, lo cual provocará un trabajo elástico de deformación en las paredes del conducto y del agua. Esta conversión de energía constituye lo que se conoce como onda de presión positiva (ya que aumenta la presión), que se propaga hacia aguas arriba con una celeridad a . El tiempo que tarda la onda en llegar al almacenamiento es $t=L/a$. El subíndice "0" indica las condiciones estacionarias previas a la maniobra ($t \leq 0$). El mecanismo de propagación de la onda de presión con las hipótesis que ya se indicaron se muestra en la figura 5.7 y se describe a continuación:

$0 < t < L/a$. La onda de presión modifica las condiciones originales del conducto en el trayecto que lleva recorrido, ocasionando una deformación de las paredes y del agua; la velocidad en esta zona se reduce a cero. Aguas abajo del frente de onda, el conducto, el agua, la carga de presión y la velocidad del conducto permanecen en su estado original.

$t = L/a$. La onda de presión llega al depósito, la totalidad del conducto se ha deformado, la velocidad del flujo es igual a cero, la carga de presión es mayor en Δh que la original y el agua se encuentra comprimida. Como el nivel del agua en el almacenamiento permanece constante, este actúa como pantalla que refleja totalmente la onda de presión positiva y en ese instante se produce la reflexión de una onda negativa (que disminuye la presión) hacia el órgano de control.

$L/a < t < 2L/a$. La onda de presión negativa viaja hacia el órgano de control, ocasionando que aguas arriba del frente el agua fluya hacia el depósito con una velocidad V_0 idéntica en magnitud a la inicial, dando lugar a que el conducto y el agua adquieran sus propiedades iniciales en esta región.

$t = 2L/a$. Todo el conducto y el agua contenida por este se encuentran en su estado original, sin embargo, la válvula provoca un reflejo de la onda con el mismo signo y el flujo continúa con sentido del órgano de control hacia el depósito, iniciando ahora una contracción del tubo.

La serie de eventos descritos que consisten en la formación de un frente de onda positivo que viaja del órgano de control hacia el depósito y un frente de onda negativo que viaja de este último hacia el primero, se le conoce como fase directa del golpe de ariete y tiene una duración $t = 2L/a$.

Una vez que termina la fase directa del golpe de ariete, al continuar cerrada la válvula, se refleja la onda de presión y se presenta la fase inversa del golpe de ariete, la cual presenta el siguiente comportamiento:

$2L/a < t < 3L/a$. Como consecuencia del flujo de agua hacia el depósito, se origina una caída de carga, una contracción de las paredes del conducto y una reducción a cero de la velocidad aguas arriba del frente de onda negativo que viaja hacia el depósito.

$t = 3L/a$. El frente de onda negativo llega al depósito, el cual funciona nuevamente como pantalla y refleja una onda positiva.

$3L/a < t < 4L/a$. La onda positiva viaja del depósito hacia el órgano de control, el conducto vuelve a su estado original aguas arriba del frente de esta, el sentido del flujo es hacia el órgano de control y con velocidad V_0 .

$t = 4L/a$. El frente de onda positivo llega al órgano de control, el conducto vuelve a tener las características iniciales en toda su longitud.

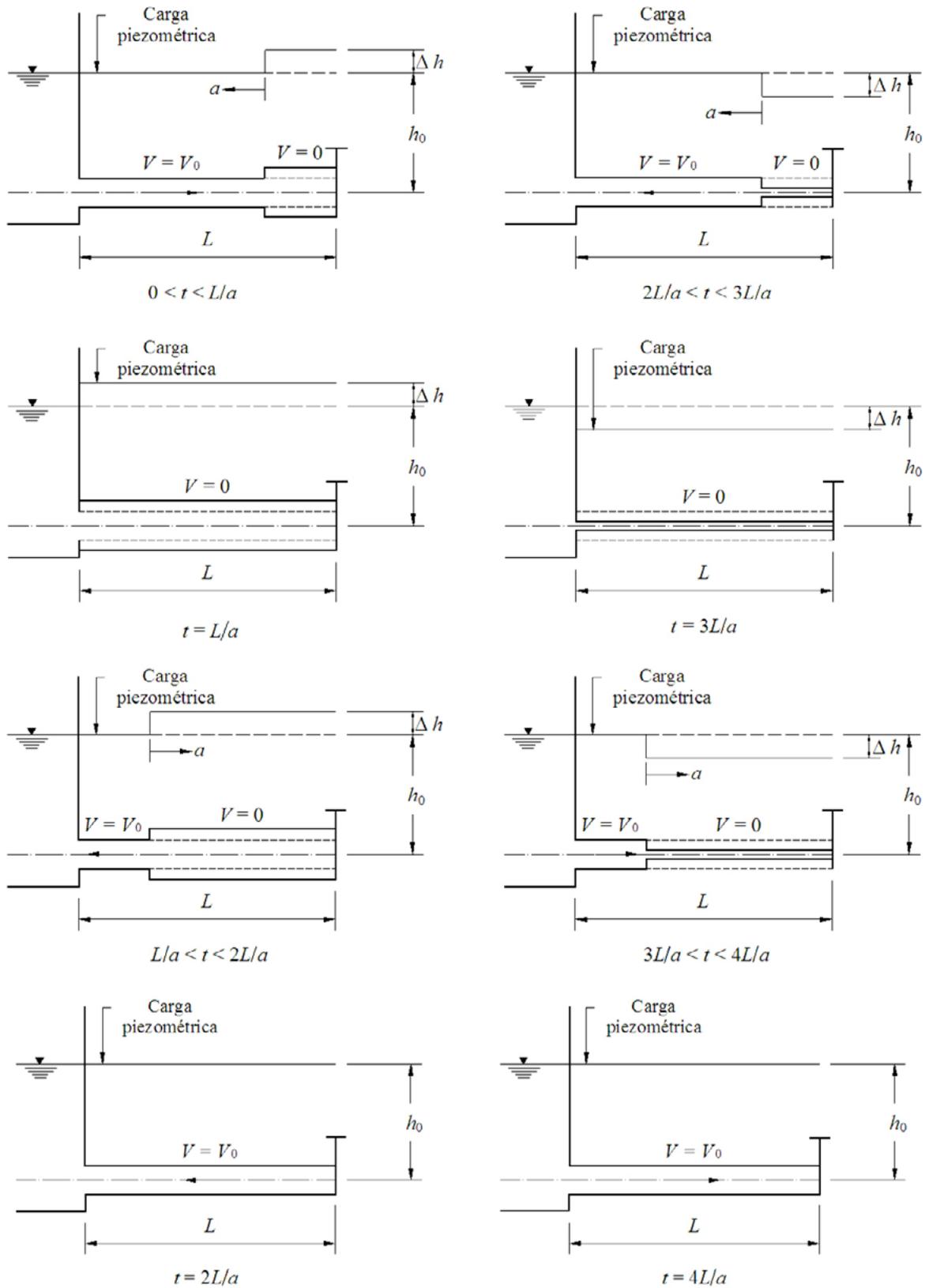


FIGURA 5.7 PROPAGACIÓN DE LA ONDA DE PRESIÓN DEBIDA A UN CIERRE INSTANTÁNEO

El tiempo que tarda la onda de presión desde que se genera en el órgano de control, se refleja en el almacenamiento y regresa al órgano de control, se le llama periodo del conducto y según el análisis anterior se determina como

$$T = \frac{2L}{a} \quad (5.4)$$

Sin el efecto de la fricción en el conducto, el ciclo de eventos antes descrito se repetiría indefinidamente. En la práctica el fenómeno se amortigua con el paso del tiempo con lo que la amplitud de las ondas va decayendo.

5.2.3 Ecuación de Joukowsky

Relaciona la causa ΔV con el efecto Δp , considera que toda la energía cinética se transforma en energía de presión. La figura 5.8 muestra la conducción con dos partes bien delimitadas, una ya afectada por el frente de onda y otra, aguas abajo de la misma, con el conducto inalterado; el instante de análisis está comprendido entre $0 < t < L/a$. Se consideran las siguientes hipótesis:

- No se presentan pérdidas por fricción en el conducto.
- El flujo es unidimensional, con una sola variable espacial significativa (el eje x), y se considera que la variación en la sección transversal y en la densidad son despreciables.
- El cierre de la válvula es instantáneo.
- La tubería es horizontal, no existiendo aumento de energía potencial. En general, la influencia del peso del fluido es poco significativa cuando se analizan transitorios hidráulicos elásticos.
- La carga de velocidad es poco significativa, por lo que $(h_0 + V_0^2/2g) \approx h_0$

Tras al cierre instantáneo, el decremento de velocidad $\Delta V = 0 - V_0$ genera una onda de presión que frena a la columna en movimiento. Debido a la elasticidad de las paredes de la tubería y a la compresibilidad del fluido, la onda de presión se desplaza con una celeridad a desde el órgano de control hacia el almacenamiento. En la parte próxima a la válvula, $L - x$, la velocidad es nula y la presión ha aumentado respecto al valor inicial en Δp , asimismo, la tubería está dilatada con respecto a su condición inicial. La zona próxima al depósito, que comprende los primeros x metros del conducto, se encuentra en el estado original.

Con base en las hipótesis expuestas, las únicas fuerzas que actúan sobre el volumen de control en la dirección $+x$ son las de presión, cuya resultante queda como

$$\sum F = p_0 A - (p_0 + \Delta p) A = -\Delta p A \quad (5.5)$$

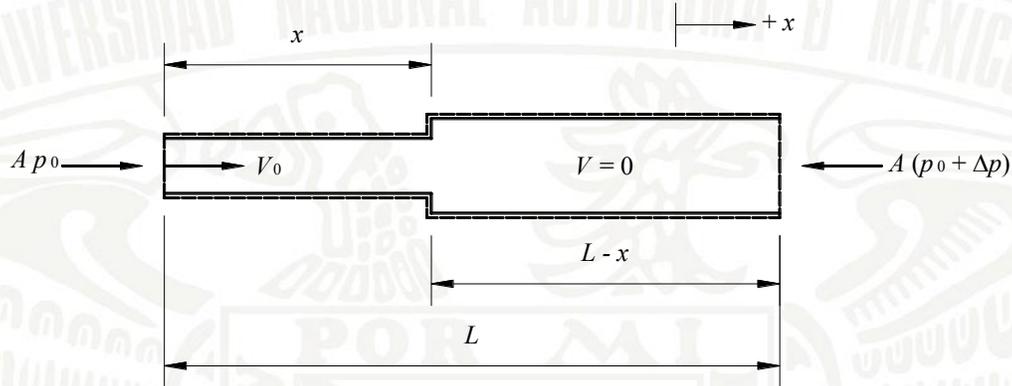


FIGURA 5.8 VOLUMEN DE CONTROL PARA DETERMINAR LA SOBREPRESIÓN

La cantidad de movimiento dentro del volumen de control es

$$V_0 \rho \mathcal{V} = V_0 \rho x A$$

La primera integral de la ecuación de cantidad de movimiento 1.39 se interpreta como

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho V d\mathcal{V} = \frac{\partial (V_0 \rho x A)}{\partial t}$$

Las variaciones temporales de ρ y A son mucho menos significativas que la variación de la longitud de tubería afectada por la onda de presión que genera el cierre de la válvula, por lo que la variación temporal de la cantidad de movimiento dentro del volumen resulta

$$\frac{\partial (V_0 \rho x A)}{\partial t} = V_0 \rho A \frac{\partial x}{\partial t} = V_0 \rho A \frac{dx}{dt}$$

La celeridad de una onda se refiere siempre al fluido y no a una referencia fija, por tanto,

$$-\frac{dx}{dt} = a - V_0$$

En donde se tiene en cuenta que a y V_0 son positivos y dx/dt es negativo, por lo que

$$\frac{\partial(V_0 \rho x A)}{\partial t} = V_0 \rho A[-(a-V_0)]$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vC} \rho \mathbf{V} dV = V_0 \rho A[-(a-V_0)] \quad (5.6)$$

El flujo de cantidad de movimiento a través de la superficie de control es

$$\int_{sC} \rho \mathbf{V} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = 0 - \rho V_0^2 A \quad (5.7)$$

Por lo que, aceptando que el cambio en la cantidad de movimiento se debe al incremento de presión, al sustituir las ecuaciones 5.5, 5.6 y 5.7 en la ecuación de cantidad de movimiento 1.39, resulta

$$\begin{aligned} -\Delta p A &= V_0 \rho A[-(a-V_0)] - \rho V_0^2 A \\ \Delta p &= \rho a V_0 \end{aligned} \quad (5.8a)$$

Haciendo un análisis similar en $2L/a < t < 3L/a$, se presenta el frente de onda negativo, cuyo valor es

$$\Delta p = -\rho a V_0 \quad (5.8b)$$

Es común calcular el cambio de presión en forma de carga de presión, para lo cual se dividen las ecuaciones 5.8a y 5.8b entre ρg y se obtiene

$$\Delta h = \pm \frac{a V_0}{g} \quad (5.9a)$$

El signo positivo se emplea para el aumento de carga de presión y el negativo para la disminución de la misma. Como se puede observar, el valor absoluto es el mismo tanto para la onda positiva como para la negativa y se puede expresar

$$|\Delta h| = \frac{a V_0}{g} \quad (5.9b)$$

Durante el transitorio, la máxima y la mínima carga de presión que se pueden presentar son, respectivamente,

$$h_{m\acute{a}x} = h_0 + |\Delta h| \quad (5.10)$$

$$h_{m\acute{i}n} = h_0 - |\Delta h| \quad (5.11)$$

El pulso de Joukowsky constituye la máxima variación de la presión, tanto negativa como positiva, que se puede alcanzar. Se debe tener presente que su valor se ha obtenido con una serie de hipótesis que en todo caso, al calcularla con esta expresión, se está del lado de la seguridad. Sin embargo, no hay que olvidar que fue desarrollada para maniobras bruscas, las cuales consideran que al concluir el primer periodo T , el órgano de control está totalmente cerrado o totalmente abierto, según la maniobra que se haya efectuado.

EJEMPLO 5.2

Considere un conducto de PVC en el que $a=350\text{m/s}$, $V_0=1.8\text{m/s}$ y $h_0=70\text{m}$. Calcule las cargas de presión máxima y mínima que se presentan debido al cierre rápido de una válvula.

Solución

Con la ecuación 5.9b, se tiene

$$|\Delta h| = \frac{350 \times 1.8}{g} = 64.22 \text{ m}$$

La máxima carga de presión, que se calcula con la ecuación 5.10, resulta

$$h_{m\acute{a}x} = 70 + 64.22 = 134.22 \text{ m}$$

y con la ecuación 5.11, la mínima carga de presión es

$$h_{m\acute{i}n} = 70 - 64.22 = 5.78 \text{ m}$$

5.2.4 Resistencia a la presión en tubos de pared delgada

La figura 5.9 muestra el corte longitudinal de las cuñas semicirculares de un tubo sometido a una presión interna p , la cual se considera constante; además, muestra la sección transversal

de la cuña. Sobre cada elemento diferencial de área dA se aplica una fuerza elemental $dF = pdA$, en la dirección vertical su componente es $dF_V = pdA_V$, siendo dA_V la proyección del área normal a la dirección vertical. Por tanto, la resultante de la fuerza de presión en la dirección vertical es

$$F_V = p \int_A dA_V$$

La longitud del conducto en estudio es L , por lo que $\int_A dA_V = LD$ y

$$F_V = pLD \quad (5.12)$$

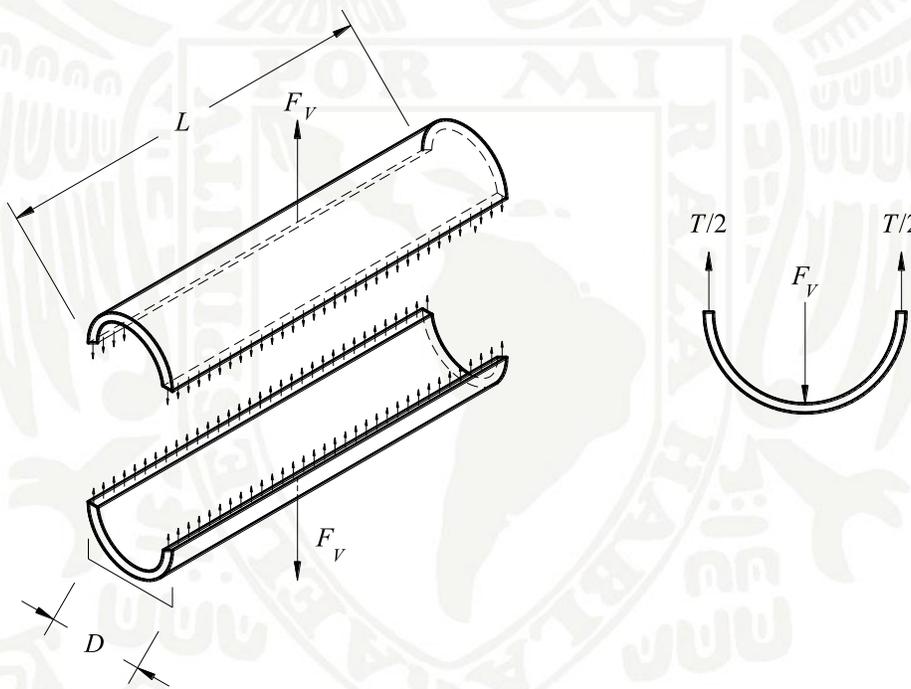


FIGURA 5.9 FUERZAS QUE ACTÚAN A LO LARGO DE UN CONDUCTO

La fuerza de presión se equilibra con la resultante de la fuerza de tensión que soporta la cuña semicircular, la cual en cada extremo es $T/2 = Le\sigma_{long}$, siendo σ_{long} el esfuerzo longitudinal en la pared del tubo, L la longitud de la conducción y e el espesor de esta. Por tanto, la resultante de la fuerza de tensión que soporta la cuña semicircular es

$$T = 2Le\sigma_{long} \quad (5.13)$$

Al hacer el equilibrio en la dirección vertical se igualan las ecuaciones 5.12 y 5.13 y se obtiene

$$pLD = 2Le\sigma_{long}$$

$$\sigma_{long} = \frac{Dp}{2e} \quad (5.14)$$

Como se observa, el esfuerzo longitudinal al que está sujeto un tubo es directamente proporcional a la presión y al diámetro e inversamente proporcional al espesor.

Para otro corte del mismo tubo, pero en la sección transversal (figura 5.10), si se supone una placa plana en uno de los extremos, la fuerza de presión hidrostática sobre la sección transversal es

$$F' = \frac{\pi D^2 p}{4} \quad (5.15)$$

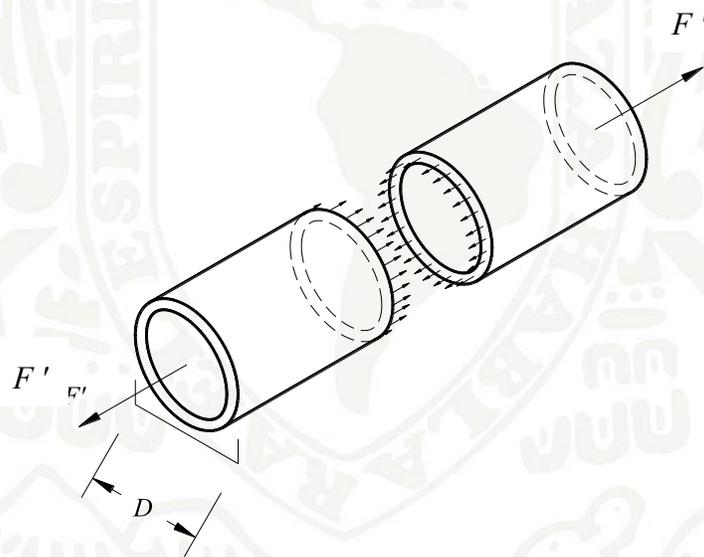


FIGURA 5.10 FUERZAS QUE ACTÚAN EN LA SECCIÓN TRANSVERSAL

En la pared del tubo se genera una fuerza de tensión transversal igual a

$$\sigma_{transv} \pi D e \quad (5.16)$$

Donde σ_{transv} es el esfuerzo transversal de tensión en la pared del tubo. Al hacer el equilibrio de fuerzas se igualan las ecuaciones 5.15 y 5.16, y se tiene

$$\frac{\pi D^2 p}{4} = \sigma_{transv} \pi D e$$

$$\sigma_{transv} = \frac{D p}{4 e} \quad (5.17)$$

Al comparar las ecuaciones 5.14 y 5.17 se observa que, para una presión dada la magnitud de σ_{long} es el doble que la de σ_{transv} , por lo que un tubo tiende a fallar longitudinalmente cuando es sometido a un esfuerzo mayor al permisible. La figura 5.3 muestra un tubo de fierro dulce fallado por sobrepresión durante el flujo transitorio provocado por un paro de emergencia no controlado. En este caso se contaba con una cámara de aire como medio de control, pero debido a un error en el sistema de monitoreo, esta se quedó sin aire y no ofreció protección.

De la ecuación 5.14, conocido el esfuerzo que puede soportar un determinado material, se puede calcular la máxima presión a la que puede someterse el conducto, y se obtiene

$$p = \frac{2 e \sigma}{D} \quad (5.18)$$

En las deducciones anteriores se ha supuesto que el espesor es mucho menor que el diámetro, lo que es válido para la gran mayoría de los ductos comerciales; sin embargo, en sentido estricto, el diámetro exterior es $D_{ext} = D + 2e$, siendo D el diámetro interior. Como una aproximación práctica, para efectos de diseño, en la ecuación 5.18 se puede emplear $D + e$. Con las consideraciones anteriores, la presión máxima a la que puede estar sometido un conducto, también conocida como presión nominal, p_{nom} o presión máxima de trabajo, se calcula como

$$p_{nom} = \frac{2 e}{(D + e)} \frac{\sigma}{f_{seg}} \quad (5.19)$$

En que σ es el esfuerzo nominal de trabajo del material, y f_{seg} un factor de seguridad ($1 \leq f_{seg} \leq 2$). Como es común que las presiones que se presentan en las conducciones se expresen como cargas de presión, también la presión nominal puede expresarse en los mismos términos y resulta

$$\frac{p_{nom}}{\gamma} = \frac{2 e}{(D + e)} \frac{\sigma}{f_{seg}} \frac{1}{\gamma} \quad (5.20)$$

Los tubos pueden ser de pared delgada o gruesa. El grosor de la pared de un tubo se determina con respecto al valor del cociente e/D . Se dice que un tubo es de pared delgada si $e/D \leq 0.04$, o de pared gruesa si $e/D > 0.04$. El análisis de la resistencia de trabajo de un tubo cambia si se trata de un tubo de pared gruesa o delgada, esto se debe a que en un tubo de pared delgada se puede considerar que los esfuerzos son uniformes para cualquier radio, en cambio, para una pared gruesa esa hipótesis no es válida y se debe tomar en cuenta la distribución de esfuerzos desde la pared interior hasta la exterior.

La tabla 5.3 muestra algunos valores indicativos de σ para materiales usuales en las conducciones.

TABLA 5.3 ESFUERZO DE TRABAJO DE ALGUNOS MATERIALES

Material	Esfuerzo de trabajo σ [Pa]
Acero	2.2×10^8
P.V.C.	2.74×10^7
Polietileno de alta densidad (PEAD)	1.11×10^7
Fierro gris	2.06×10^8
Fierro maleable	3.7×10^8

La resistencia del conducto no distingue entre las condiciones de flujo permanente y las del transitorio, por lo que la presión en este último al ser la de mayor magnitud es la que se emplea para revisar el conducto. Para evitar riesgo de ruptura se debe cumplir

$$h_{m\acute{a}x} \leq \frac{P_{nom}}{\gamma} \quad (5.21)$$

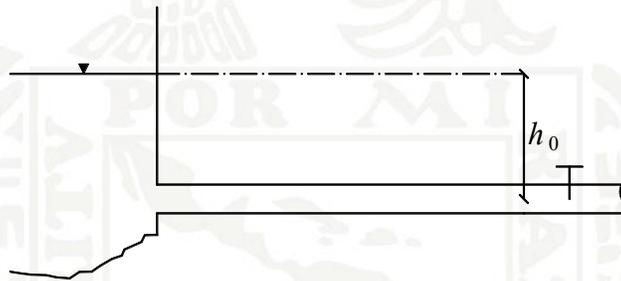
y para evitar problemas de colapso, se recomienda

$$h_{m\acute{i}n} \geq 0 \quad (5.22)$$

EJEMPLO 5.3

El conducto mostrado es de acero y está empotrado en uno de sus extremos, el diámetro es $D=2.0$ m y el espesor $e=1.5''=0.0381$ m, el gasto que conduce es $Q=5$ m³/s. Justo aguas arriba de la válvula, la carga de presión en flujo permanente es $h_0=200$ m.

- Determine la carga de presión nominal de trabajo del tubo, considere $f_{seg}=2$.
- Revise, tanto para el caso de sobrepresión como el de depresión, si el conducto resiste cuando se presenta un cierre brusco.

*Solución*

- De la tabla 5.3, el esfuerzo de trabajo para el acero se puede considerar $\sigma=2.2 \times 10^8$ Pa, con este valor y los datos proporcionados, la carga de presión nominal se calcula con la ecuación 5.20, y resulta

$$\frac{p_{nom}}{\gamma} = \frac{2 \times 0.0381 \times 2.2 \times 10^8}{(2 + 0.0381) \times 2} \times \frac{1}{9810} = 419.23 \text{ m}$$

- Para determinar la celeridad se procede de forma similar al problema 5.1, y se tiene

$$\frac{e}{D} = \frac{0.0381}{2} = 0.019, \text{ pared delgada}$$

Con el valor de la relación de Poisson para el acero y las condiciones de empotramiento, el valor de φ es

$$\varphi = (1.25 - \nu) = (1.25 - 0.28) = 0.97$$

y la celeridad queda

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{2.0 \times 2.2 \times 10^9}{0.0381 \times 2.1 \times 10^{11}} \times 0.97}} = 1198.4 \text{ m/s}$$

El área del conducto y la velocidad en flujo permanente son, respectivamente,

$$A = \frac{\pi \times 2^2}{4} = 3.1416 \text{ m}^2$$

$$V_0 = \frac{5}{3.1416} = 1.592 \text{ m/s}$$

De la ecuación 5.9b, se tiene que

$$|\Delta h| = \frac{a V_0}{g} = \frac{1198.4 \times 1.592}{9.81} = 194.42 \text{ m}$$

Por tanto, la máxima carga de presión que se presenta durante el transitorio es

$$h_{m\acute{a}x} = h_0 + |\Delta h| = 200 + 194.42 = 394.42 \text{ m}$$

Para que no se presente riesgo de ruptura, se debe cumplir

$$h_{m\acute{a}x} \leq \frac{P_{nom}}{\gamma}$$

para este caso, se tiene

$$394.42 < 419.23$$

por lo que no hay peligro de ruptura.

Procediendo de forma similar, la mínima carga de presión es

$$h_{m\acute{i}n} = h_0 - |\Delta h| = 200 - 194.42 = 5.58 \text{ m}$$

como $h_{m\acute{i}n} > 0$, tampoco se tiene riesgo de colapso.

EJEMPLO 5.4

Los datos de un conducto de P.V.C. con juntas de expansión son los siguientes:

$$D=20''=0.508\text{m}, \quad e=0.5''=0.0127\text{m}, \quad \sigma=2.74 \times 10^7 \text{ Pa}, \quad E_t=3 \times 10^9 \text{ Pa}, \quad \nu=0.45$$

La carga de presión máxima que se presenta en flujo permanente es $h_0=40\text{m}$. Calcule el máximo gasto que puede circular, de tal forma que no se tengan problemas de ruptura o de colapso durante el transitorio debido a un cierre brusco. Considere $f_{seg}=1.5$.

Solución

La carga de presión nominal se calcula con la ecuación 5.20, y resulta

$$\frac{p_{nom}}{\gamma} = \frac{2 \times 0.0127 \times 2.74 \times 10^7}{(0.508 + 0.0127) \times 1.5} \times \frac{1}{9810} = 90.83 \text{ m}$$

La relación e/D es

$$\frac{e}{D} = \frac{0.01271}{0.508} = 0.025$$

que corresponde a una pared delgada, según la tabla 5.1 para un conducto con juntas de expansión, $\phi=1$, con este valor y los datos del conducto, la celeridad se determina como

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{0.508 \times 2.2 \times 10^9}{0.0127 \times 3 \times 10^9} \times 1}} = 269.45 \text{ m/s}$$

Para evitar peligro de ruptura $h_{m\acute{a}x} \leq 90.83\text{m}$, y con este valor sustituido en la ecuación 5.10, se tiene

$$\Delta h \leq 90.83 - 40$$

$$\Delta h \leq 50.83 \text{ m}$$

Para evitar riesgo de colapso $h_{min} \geq 0$, entonces de la ecuación 5.11 resulta

$$h_0 - |\Delta h| \geq 0$$

$$|\Delta h| \leq 40 \text{ m}$$

El caso más desfavorable es para la carga de presión mínima, entonces, haciendo $|\Delta h| = 40 \text{ m}$ y sustituyendo este valor y la celeridad del conducto en la ecuación 5.9b, la máxima velocidad en el conducto resulta

$$V_0 = \frac{|\Delta h| \times g}{a} = \frac{40 \times g}{269.45} = 1.456 \text{ m/s}$$

y el máximo gasto, tal que se eviten problemas de ruptura o colapso resulta

$$Q = AV_0 = \frac{\pi \times 0.508^2}{4} \times 1.456 = 0.295 \text{ m}^3/\text{s}$$

EJEMPLO 5.5

Una planta de bombeo tiene dos bombas, en el punto de máxima eficiencia el gasto por bomba es de $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Para los casos de una y dos bombas operando, se pide calcular el valor de Δh debido a un cierre brusco en el conducto de descarga, así como la carga de presión nominal del conducto el cual es de acero y está empotrado en ambos extremos. $D = 54'' = 1.372 \text{ m}$, $e = 0.5'' = 0.0127 \text{ m}$, considere $f_{seg} = 1.5$.

Solución

Con los datos del conducto se calculan

$$A = \frac{\pi \times 1.372^2}{4} = 1.478 \text{ m}^2$$

$$\frac{e}{D} = \frac{0.0127}{1.372} = 0.009 < 0.04$$

$$\varphi = (1 - v^2) = (1 - 0.28^2) = 0.9216$$

$$a = \frac{1484}{\sqrt{1 + \frac{1.372 \times 2.2 \times 10^9}{0.0127 \times 2.1 \times 10^{11}} \times 0.9216}} = 1038.24 \text{ m/s}$$

La magnitud de Δh depende de la velocidad en el conducto, para el caso de una bomba en operación, la velocidad en flujo permanente es

$$V_0 = \frac{1}{1.478} = 0.676 \text{ m/s}$$

Por lo que la magnitud de la onda de presión, en forma de carga, resulta

$$\Delta h = \pm \frac{aV_0}{g} = \pm \frac{1038.24 \times 0.676}{g} = \pm 71.6 \text{ m}$$

Para el caso de dos bombas operando, se tiene

$$V_0 = \frac{2}{1.478} = 1.353 \text{ m/s}$$

$$\Delta h = \pm \frac{aV_0}{g} = \pm \frac{1038.24 \times 1.353}{g} = \pm 143.2 \text{ m}$$

Con los datos del conducto, la presión nominal de trabajo, expresada como carga, resulta

$$\frac{p_{nom}}{\gamma} = \frac{2 \times 0.0127 \times 2.2 \times 10^8}{(1.372 + 0.0127) \times 1.5} \times \frac{1}{9810} = 274.11 \text{ m}$$

5.2.5 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad 1.14c para flujo no permanente, en su forma diferencial es

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0$$

De la ecuación 1.10, se tiene

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{E_v}$$

Y, al derivar con respecto al tiempo, resulta

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{E_v} \frac{dp}{dt} \quad (5.23)$$

En la ecuación de continuidad, el término dA/dt se debe a la elasticidad de las paredes del conducto y a su rapidez de deformación con la presión. En un conducto circular el incremento de la sección transversal del conducto se expresa como

$$dA = 2\pi r dr$$

$$dA = 2A \frac{dr}{r} \quad (5.24)$$

Según la ley de Hook, para sólidos que tienen un comportamiento elástico lineal, se tiene

$$d\sigma = \frac{dr}{r} E_t \quad (5.25)$$

Al despejar el término dr/r de la ecuación 5.25 y sustituirlo en la 5.24, se llega a

$$dA = 2A \frac{d\sigma}{E_t}$$

por lo que

$$\frac{dA}{dt} = \frac{2A}{E_t} \frac{d\sigma}{dt} \quad (5.26)$$

Se deriva la ecuación 5.18 con respecto al tiempo y se despeja la rapidez con que cambia el esfuerzo unitario, la cual es

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{D}{2e} \frac{dp}{dt} \quad (5.27)$$

Al sustituir la ecuación 5.27 en la 5.26, se tiene

$$\frac{dA}{dt} = \frac{DA}{eE_t} \frac{dp}{dt} \quad (5.28)$$

De 5.23 y 5.28 en 1.14c resulta

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{D}{eE_t} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{E_v} \frac{dp}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{dp}{dt} \left(\frac{1}{E_v} + \frac{D}{eE_t} \right) = 0 \quad (5.29)$$

Al multiplicar la ecuación 5.29 por $a^2 = \frac{1}{\rho \left(\frac{1}{E_v} + \frac{D}{eE_t} \right)}$, queda

$$a^2 \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = 0 \quad (5.30)$$

Por otro lado, como $p = \rho g (H - z)$, donde H es la carga piezométrica, se puede escribir

$$\frac{dp}{dt} = V \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial p}{\partial t} = V \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial s} - \frac{\partial z}{\partial s} \right) + \rho g \left(\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial z}{\partial t} \right) \quad (5.31)$$

El cambio de ρ con respecto a s o a t es mucho menor que el cambio de H con respecto a las mismas variables, por ello, ρ se considera constante y se puede usar $\gamma = \rho g$. Como el tubo se encuentra en reposo, $\partial z / \partial t = 0$. Se define para tubos inclinados $\sin \theta = -\partial z / \partial s$ (el signo negativo considera que para incrementos en la dirección s disminuye el valor de z ; en el caso de tubos horizontales $\partial z / \partial s = 0$).

Con las consideraciones anteriores, al sustituir la ecuación 5.31 en la 5.30, y al dividir todo entre g , se llega a

$$\frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial H}{\partial s} + \frac{\partial H}{\partial t} + V \sin \theta = 0 \quad (5.32)$$

Expresión que constituye la ecuación de continuidad para un líquido compresible en una tubería elástica.

5.2.6 Ecuación dinámica

La figura 5.11 muestra un volumen de control y las fuerzas que actúan sobre él.

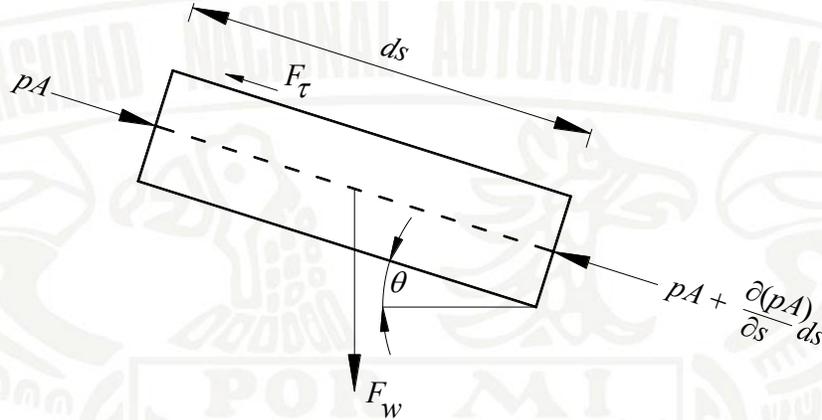


FIGURA 5.11 FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UN VOLUMEN DE CONTROL

La resultante de la fuerza de presión es

$$-\frac{\partial(pA)}{\partial s} ds = -p \frac{\partial A}{\partial s} ds - A \frac{\partial p}{\partial s} ds$$

Como $\frac{\partial A}{\partial s} \ll \frac{\partial p}{\partial s}$, se puede considerar

$$-\frac{\partial(pA)}{\partial s} ds = -A \frac{\partial p}{\partial s} ds \quad (5.33)$$

El componente del peso en la dirección s se determina como

$$F_{ws} = \rho g A ds \sin \theta$$

Con $\sin \theta = -\partial z / \partial s$, se tiene

$$F_{ws} = -\rho g A ds \frac{\partial z}{\partial s} \quad (5.34)$$

La magnitud de la fuerza tangencial que se opone al movimiento es

$$F_{\tau} = \tau \pi D ds \quad (5.35)$$

La fuerza que se opone al movimiento se traduce en una pérdida de carga por fricción h_f

(energía/peso), por lo que

$$h_f = \frac{F_{\tau} ds}{W} \quad (5.36)$$

Al despejar F_τ y desarrollar los términos de h_f y W , se tiene

$$F_\tau = \frac{f ds V^2}{D 2g} \frac{\rho g A ds}{ds}$$

El término V^2 debe cambiarse por $V|V|$, que respeta el sentido del flujo, ya que durante el transitorio el sentido de la velocidad cambia constantemente, por tanto, la magnitud de F_τ se expresa como

$$F_\tau = \frac{f V|V|}{2D} \rho A ds \quad (5.37)$$

Por lo que la suma de fuerzas en la dirección +s resulta

$$\sum F_s = -A \frac{\partial p}{\partial s} ds - \rho g A ds \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{f V|V|}{2D} \rho A ds \quad (5.38)$$

Por otro lado,

$$m a_s = \rho A ds \frac{dV}{dt} = \rho A ds \left(V \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) = \rho A ds \left(\frac{\partial V^2}{\partial s} \frac{1}{2} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (5.39)$$

Al sustituir las ecuaciones 5.38 y 5.39 en $\sum F_s = m a_s$, se tiene

$$-A \frac{\partial p}{\partial s} ds - \rho g A ds \frac{\partial z}{\partial s} - \frac{f V|V|}{2D} \rho A ds = \rho A ds \left(\frac{\partial V^2}{\partial s} \frac{1}{2} + \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$

y al recomodar términos y dividir todo entre $-\rho A ds$, queda

$$g \frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \right) + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f V|V|}{2D} = 0$$

$$g \frac{\partial H}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{f V|V|}{2D} = 0 \quad (5.40)$$

La ecuación 5.40 es la ecuación dinámica, H es la carga piezométrica ya que se considera que

$\left(z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \right) \approx \left(z + \frac{p}{\gamma} \right)$. Note que es una ecuación de fuerzas entre unidad de masa.

La generación de la onda de presión no es espontánea, sino que es generada por ciertos elementos inherentes al sistema (válvulas, por ejemplo), existen otros elementos en el sistema que la absorben (dispositivos de alivio), y otros que la reflejan (almacenamientos). La propagación se ve afectada por todas las condiciones en el entorno de la conducción, como son los cambios de sección, de material, de espesor, por el comportamiento de la bomba, etc. En la solución de las ecuaciones 5.32 y 5.40 que describen el comportamiento en el tiempo y en el espacio de las ondas de presión que recorren al sistema, se requiere conocer de la interacción de todos estos elementos, lo cual queda fuera del alcance de este texto; sin embargo, a continuación se presentan algunas simplificaciones y la solución para un caso particular que encontró Allievi (Mancebo del Castillo, 1987).

5.2.7 Ecuaciones diferenciales del golpe de ariete

Al considerar que la variación de la presión con respecto a la coordenada s resulta pequeña comparada con la variación con respecto al tiempo $\left(\frac{\partial p}{\partial s} \ll \frac{\partial p}{\partial t}\right)$, entonces $\frac{dp}{dt} \approx \frac{\partial p}{\partial t} \approx \rho g \frac{\partial H}{\partial t}$, y la ecuación de continuidad 5.30 se reduce a

$$\frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (5.41)$$

Si en la ecuación dinámica 5.40 se consideran despreciables los efectos de la fricción, entonces, esta ecuación se puede presentar de la forma

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial s} = 0 \quad (5.42)$$

Las ecuaciones 5.41 y 5.42 son las ecuaciones de continuidad y dinámica del golpe de ariete respectivamente, las cuales se pueden convertir en un sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden en derivadas parciales.

De la ecuación 5.41, al derivar por separado con respecto a s , y con respecto a t , resulta

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t \partial s} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} = 0 \quad (5.43)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial s} = 0 \quad (5.44)$$

Repitiendo el procedimiento con la ecuación 5.42 se tiene

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t \partial s} + g \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} = 0 \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + g \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial s} = 0 \quad (5.46)$$

Se despeja $\frac{\partial^2 V}{\partial t \partial s}$ de la ecuación 5.45 y se sustituye en la 5.44, lo que resulta

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} = 0 \quad (5.47)$$

De igual forma, se despeja $\frac{\partial^2 H}{\partial t \partial s}$ de la ecuación 5.43 y se sustituye en la 5.46, y se llega a

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial s^2} = 0 \quad (5.48)$$

Las ecuaciones 5.47 y 5.48 forman un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. La solución de este tipo de ecuaciones fue encontrada en forma simultánea por D'Alambert y Riemann. Para las ecuaciones 5.47 y 5.48 del golpe de ariete, estas soluciones se interpretan

$$H = H_0 + F\left(t + \frac{s}{a}\right) + f\left(t - \frac{s}{a}\right) \quad (5.49)$$

y

$$V = V_0 - \frac{g}{a} \left[F\left(t + \frac{s}{a}\right) - f\left(t - \frac{s}{a}\right) \right] \quad (5.50)$$

Estas ecuaciones permiten determinar la carga piezométrica y la velocidad en cualquier sección durante el flujo transitorio en función de la coordenada curvilínea s con origen en el depósito y el tiempo t .

La ecuación 5.49 muestra que con las simplificaciones expuestas, durante el transitorio la carga piezométrica es la suma de

- La carga piezométrica en flujo permanente H_0 .
- La carga de presión $F\left(t + \frac{s}{a}\right)$ que representa una onda positiva que se propaga del órgano de control hacia el depósito.

- La carga de presión $f\left(t - \frac{s}{a}\right)$ que representa una onda negativa que se propaga del depósito hacia el órgano de control.

De igual forma, la ecuación 5.50 muestra que durante el transitorio la velocidad en flujo permanente V_0 se ve afectada por las ondas de carga de presión $F\left(t + \frac{s}{a}\right)$ y $f\left(t - \frac{s}{a}\right)$, que al ser multiplicadas por $-\frac{g}{a}$ producen variaciones en la velocidad.

5.2.8 Ecuaciones de Allievi

Deducir las funciones F y f es difícil, sin embargo, para conocer la variación de la carga de presión y la velocidad en la sección adyacente inmediatamente aguas arriba del órgano de control, se hace $s=L$ y el plano de referencia se hace coincidir en dicha sección con lo que ahí $z=0$, según se muestra en la figura 5.12, por tanto, se puede emplear la carga de presión $h = p/\gamma$ en vez de la carga piezométrica H . Por consiguiente, las ecuaciones 5.49 y 5.50 toman la forma

$$h = h_0 + F\left(t + \frac{L}{a}\right) + f\left(t - \frac{L}{a}\right) \quad (5.51)$$

y

$$V = V_0 - \frac{g}{a} \left[F\left(t + \frac{L}{a}\right) - f\left(t - \frac{L}{a}\right) \right] \quad (5.52)$$

expresiones que se conocen como ecuaciones de Allievi, quien realizó esta deducción.

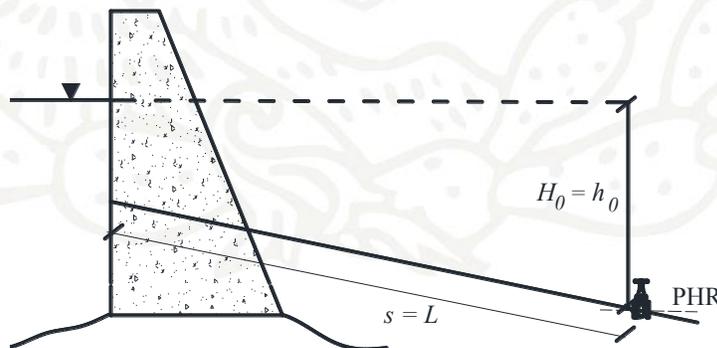


FIGURA 5.12 CONDUCTO CON ÓRGANO DE CONTROL EN $s=L$ Y PHR EN ESA SECCIÓN

Si se considera una onda directa F que parte del órgano de control en el instante t , llega al depósito en el instante $t + \frac{L}{a}$, y se refleja dando origen a una onda negativa f con la misma magnitud pero con signo opuesto que viaja hacia el órgano de control al que llega en el instante $t + \frac{2L}{a}$, puede afirmarse que

$$f(t) = -F\left(t - \frac{2L}{a}\right) \quad (5.53)$$

es decir, la magnitud de la onda f en el órgano de control para el instante t es igual a la de la onda F con signo opuesto que partió del mismo con dirección al depósito $\frac{2L}{a}$ segundos antes.

Por otra parte, si se hace $i = \frac{t}{T}$ (instante de periodo), en que $T = \frac{2L}{a}$, la ecuación 5.53 puede escribirse como

$$f(iT) = -F((i-1)T) \quad (5.54)$$

$i-1$, i , $i+1$, son números adimensionales enteros o fraccionarios que difieren entre si una unidad que representa T . Si se define $f(iT) = f_i$ y $F((i-1)T) = F_{i-1}$, la ecuación anterior se puede escribir

$$f_i = -F_{i-1} \quad (5.55)$$

Al sustituir esta ecuación en la 5.51 para los instantes i e $i-1$, se obtiene

$$h_i = h_0 - F_{i-1} + F_i \quad (5.56a)$$

y

$$h_{i-1} = h_0 - F_{i-2} + F_{i-1} \quad (5.56b)$$

al sumar las ecuaciones 5.56a y 5.56b, resulta

$$h_i + h_{i-1} - 2h_0 = F_i - F_{i-2} \quad (5.57)$$

De igual forma, para la ecuación 5.52 en los instantes i e $i-1$ se obtiene

$$\frac{a}{g}(V_i - V_0) = -F_{i-1} - F_i \quad (5.58a)$$

$$\frac{a}{g}(V_{i-1} - V_0) = -F_{i-2} - F_{i-1} \quad (5.58b)$$

al despejar F_{i-1} de la ecuación 5.58a y sustituyendo en la 5.58b, se llega a

$$\frac{a}{g}(V_{i-1} - V_i) = F_i - F_{i-2} \quad (5.59)$$

y al igualar las ecuaciones 5.57 y 5.59, se obtiene

$$h_i + h_{i-1} - 2h_0 = \frac{a}{g}(V_{i-1} - V_i) \quad (5.60a)$$

Con un razonamiento análogo, para $i + 1$ e $i + 2$, se llega a

$$h_{i+1} + h_i - 2h_0 = \frac{a}{g}(V_i - V_{i+1}) \quad (5.60b)$$

$$h_{i+2} + h_{i+1} - 2h_0 = \frac{a}{g}(V_{i+1} - V_{i+2}) \quad (5.60c)$$

y así para los siguientes instantes.

Las ecuaciones 5.60 permiten llevar a cabo un desarrollo en cadena mediante el cual se puede obtener la carga de presión en la sección adyacente del órgano de control para el instante i , si se conoce su valor en el instante $i - 1$ y la variación de velocidad entre dichos instantes, misma que estará determinada por la ley de cierre o apertura en el órgano de control.

Si se divide la ecuación 5.60a entre la carga de presión h_0 y el lado derecho de la igualdad se multiplica y divide por V_0 , se llega a

$$\frac{h_i}{h_0} + \frac{h_{i-1}}{h_0} - 2 = \frac{aV_0}{gh_0} \left(\frac{V_{i-1}}{V_0} - \frac{V_i}{V_0} \right) \quad (5.61)$$

Se definen la constante de Allievi

$$\varepsilon = \frac{aV_0}{2gh_0} \quad (5.62)$$

y el parámetro adimensional

$$Z_i^2 = \frac{h_i}{h_0} \quad (5.63)$$

Los cuales sustituidos en la ecuación 5.61 llevan a

$$Z_i^2 + Z_{i-1}^2 - 2 = 2\varepsilon \left(\frac{V_{i-1}}{V_0} - \frac{V_i}{V_0} \right) \quad (5.64)$$

Para conocer la variación de la velocidad que es generada al maniobrar una válvula se debe conocer la ley de cierre o apertura de esta. La figura 5.13 muestra la sección transversal del conducto con área A y velocidad V_i en un instante determinado, mientras que en la válvula se tiene una abertura con área de paso A_{vi} y un gasto a través de ella igual a $A_{vi} C_{di} \sqrt{2gh_i}$, en que C_{di} es el coeficiente de gasto que toma en cuenta el efecto de la contracción y la pérdida de energía.

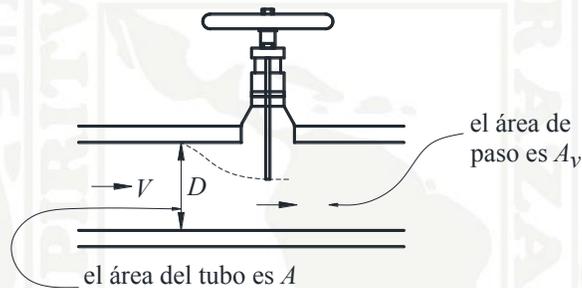


FIGURA 5.13 VELOCIDAD EN LA DESCARGA DE UNA VÁLVULA EN EL INTERVALO i

El gasto antes de la válvula y a través de esta es el mismo, por lo que del principio de continuidad en el instante i se tiene

$$AV_i = A_{vi} C_{di} \sqrt{2gh_i}$$

Para las condiciones de flujo permanente, esta ecuación es

$$AV_0 = A_{v0} C_{d0} \sqrt{2gh_0}$$

Si se divide la primera ecuación entre la segunda, se llega a

$$\frac{V_i}{V_0} = \frac{C_{di} A_{vi}}{C_{d0} A_{v0}} \sqrt{\frac{h_i}{h_0}} \quad (5.65)$$

Se define

$$\tau_i = \frac{A_{vi}}{A_{v0}} \quad (5.66)$$

y con la consideración de $C_{di} \approx C_{d0}$, que si bien no es totalmente correcta se puede aceptar, al sustituir la ecuación 5.66 en la 5.65, se tiene

$$\frac{V_i}{V_0} = \tau_i \sqrt{\frac{h_i}{h_0}} \quad (5.67)$$

Y, al sustituir la ecuación 5.63 en la 5.67, resulta

$$\frac{V_i}{V_0} = \tau_i Z_i \quad (5.68a)$$

Procediendo de igual forma, para el instante $i-1$ se obtiene

$$\frac{V_{i-1}}{V_0} = \tau_{i-1} Z_{i-1} \quad (5.68b)$$

y al sustituir las relaciones 5.68a y 5.68b en la ecuación 5.64, se llega a

$$Z_i^2 + Z_{i-1}^2 - 2 = 2\varepsilon(\tau_{i-1} Z_{i-1} - \tau_i Z_i)$$

$$Z_i^2 + 2\varepsilon\tau_i Z_i + Z_{i-1}^2 - 2\varepsilon\tau_{i-1} Z_{i-1} - 2 = 0 \quad (5.69)$$

La ecuación 5.69 es de segundo grado con incógnita Z_i . Si se conocen los valores de todas las variables en el instante $i-1$ y la ley de cierre o apertura (para determinar τ en cualquier instante), entonces se puede resolver la ecuación 5.69, cuya solución es

$$Z_i = \sqrt{(\varepsilon\tau_i)^2 + 2(1 + \varepsilon\tau_{i-1} Z_{i-1}) - Z_{i-1}^2 - \varepsilon\tau_i} \quad (5.70)$$

Es importante recordar que los instantes i e $i-1$ son números adimensionales enteros o fraccionarios que difieren entre sí una unidad que representa un incremento de $T = \frac{2L}{a}$ segundos.

También se llaman instantes de periodo entero.

- **Tipo de maniobras**

El tiempo que tarda la onda de presión en salir del órgano de control, que sea reflejada desde el almacenamiento y regrese al órgano de control, es decir su periodo $T = \frac{2L}{a}$, y su relación con el tiempo de cierre t_c o de apertura t_a de la válvula, está estrechamente ligado con la magnitud de variación de la presión. Se definen

Cierre rápido o maniobra brusca, $t_c \leq T$

Cierre lento, $t_c > T$

Apertura rápida o maniobra brusca, $t_a \leq T$

Apertura lenta, $t_a > T$

En el caso de $t_c \leq T$, cuando la onda de presión regresa, la velocidad en el órgano de control ya es cero. De la ecuación 5.60a, para las condiciones de flujo permanente en $i-1$, es decir $h_{i-1} = h_0$, $V_{i-1} = V_0$, y con $V_i = 0$, se tiene

$$h_i = h_0 + \frac{a}{g} V_0$$

$$\Delta h = \frac{aV_0}{g}$$

que es el mismo valor de la sobrepresión que se obtiene con la ecuación de Joukowsky (5.9b). Una conclusión similar se obtiene para la apertura brusca y solo cambia el signo de Δh .

Por sencillez, para las maniobras lentas se analizan los casos de cierre y apertura lineal. Para el cierre, se tiene de la relación 5.66, para $t = t_0$, $A_{vi} = A_{v0}$, por lo que $\tau_0 = 1$. Al finalizar la maniobra se puede tener el caso de cierre total, con lo que $A_{vi} = 0$ y $\tau_f = 0$; o el de cierre parcial, donde $0 < \tau_f < 1$. La figura 5.14 muestra la relación gráfica $t - \tau$ para cierre lineal.

Para un instante i determinado, la ecuación del cierre lineal es

$$\tau = 1 + \frac{\tau_f - 1}{t_c} t$$

$$\tau = 1 - (1 - \tau_f) \frac{t}{t_c} \quad (5.71a)$$

válida para $0 \leq t \leq t_c$; cuando $t > t_c$, $\tau = \tau_f$.

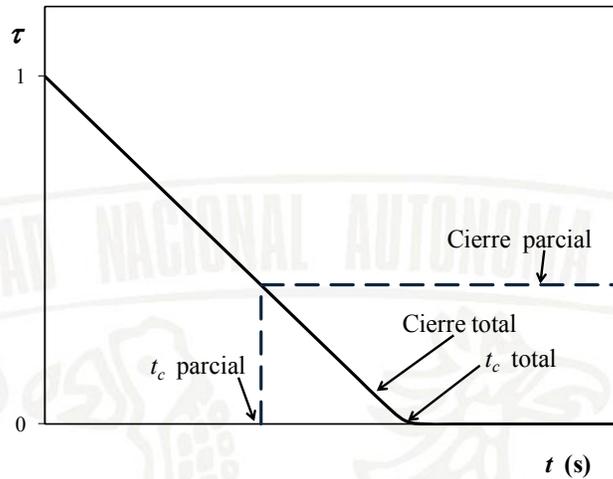


FIGURA 5.14 CIERRE LINEAL

Si en la ecuación 5.71a se hacen $\tau = \tau_i$, $\theta = \frac{t_c}{T}$, e $i = \frac{t}{T}$, esta ecuación se puede expresar

$$\tau_i = 1 - (1 - \tau_f) \frac{i}{\theta} \quad (5.71b)$$

válida para $0 \leq i \leq \theta$; cuando $i \geq \theta$, $\tau_i = \tau_f$.

En el caso de cierre total $\tau_f = 0$ y la ecuación 5.71a toma la forma

$$\tau = 1 - \frac{t}{t_c} \quad (5.72a)$$

y la 5.71b se convierte en

$$\tau_i = 1 - \frac{i}{\theta} \quad (5.72b)$$

Con un análisis similar, para la apertura de una válvula que inicialmente está totalmente cerrada, se tiene $t=0$, $A_{v_i}=0$ y $\tau=0$. Al finalizar la maniobra se tendrá A_{v_0} , independientemente del grado de apertura y $\tau_f=1$. La velocidad que se presenta cuando el flujo permanente está plenamente establecido depende del coeficiente de válvula que se tenga para ese grado de apertura. La figura 5.15 muestra la relación gráfica $t - \tau$.

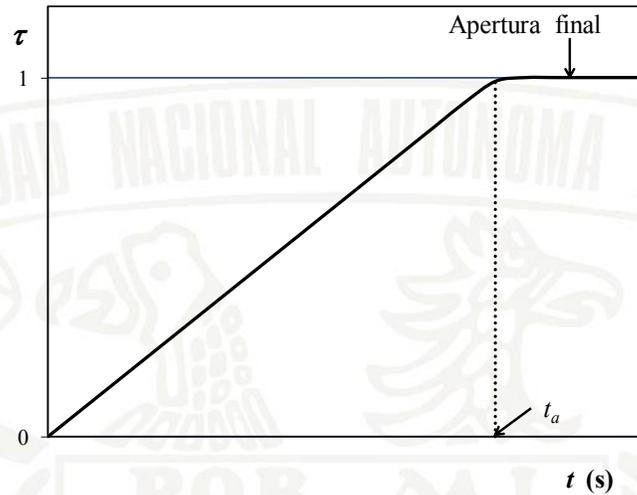


FIGURA 5.15 APERTURA LINEAL

En este caso, se tiene

$$\tau = \frac{t}{t_a} \quad (5.73)$$

válida para $0 \leq t \leq t_a$; cuando $t > t_a$, $\tau = \tau_f$.

Se hace $\tau = \tau_i$, $\theta = \frac{t_a}{T}$ e $i = \frac{t}{T}$, entonces, la ecuación 5.73 se expresa

$$\tau_i = \frac{i}{\theta} \quad (5.74)$$

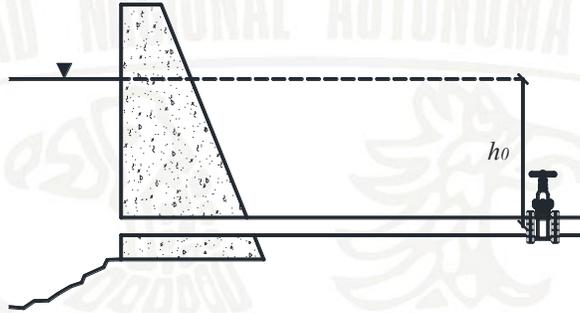
válida para $0 \leq i \leq \theta$, cuando $i \geq \theta$, $\tau = 1$.

El desarrollo de Allievi solo es válido para calcular la presión justo en la vecindad del órgano de control y no considera los efectos de la fricción, por tanto, solamente se puede emplear bajo las consideraciones anteriores, pero proporciona una buena idea de cómo disminuye la magnitud de las variaciones de presión, tanto positivas como negativas, cuando se presenta una maniobra lenta con respecto a las que se calculan para una maniobra rápida con la ecuación de Joukowsky.

EJEMPLO 5.6

En la conducción que se muestra, se tienen los siguientes valores:

$$L=1500\text{ m} \quad V_0=3.5\text{ m/s} \quad D=0.9\text{ m} \quad a=1000\text{ m/s} \quad h_0=100\text{ m}$$



Calcule las presiones y las velocidades que se presentan justo aguas arriba de la válvula para una ley de cierre lineal. Considere los siguientes casos:

- Cierre total, $\theta = 10$, calcule los primeros 15 periodos.
- Cierre total, $\theta = 3$, calcule los primeros 8 periodos.
- Cierre parcial, $\theta = 6$ y $\tau_f = 0.5$, calcule los primeros 12 periodos.
- Cierre y apertura bruscos.

Solución

Para todos los casos, el periodo y la constante de Allievi son, respectivamente,

$$T = \frac{2L}{a} = \frac{2 \times 1500}{1000} = 3\text{ s}$$

$$\varepsilon = \frac{aV_0}{2gh_0} = \frac{1000 \times 3.5}{2g \times 100} = 1.7839$$

- Para resolver la ecuación 5.70 en cada instante de periodo i , conviene hacer una tabla como la siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i	t	τ_i	$\varepsilon \tau_i$	$(\varepsilon \tau_i)^2$	$2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$	Z_i	$(Z_i)^2$	h_i	Δh	V_i
	(s)							(m)	(m)	(m/s)
0	0	1	1.7839	3.182		1	1	100	0.0	3.5
1	3	0.9	1.6055	2.578						
2	6	0.8	1.4271	2.037						
3	9	0.7	1.2487	1.559						
4	12	0.6	1.0703	1.146						
5	15	0.5	0.8919	0.796						
6	18	0.4	0.7136	0.509						
7	21	0.3	0.5352	0.286						
8	24	0.2	0.3568	0.127						
9	27	0.1	0.1784	0.032						
10	30	0	0	0						
11	33	0	0	0						
12	36	0	0	0						
13	39	0	0	0						
14	42	0	0	0						
15	45	0	0	0						

Como $\theta = 10$ y $T = 3$ s, entonces el tiempo de cierre es $t_c = \theta T = 10 \times 3 = 30$ s. La columna 1 indica los instantes de periodo, los cuales difieren entre sí T segundos; la columna 2 muestra el tiempo acumulado desde que inicia el cierre, y la columna 3, el valor de τ_i que corresponde a cada instante de periodo, y que por ser cierre total se determina con la ecuación 5.72a. Una vez que la maniobra de cierre concluye, todos los valores subsecuentes de τ_i son iguales a cero.

Para $i = 0$, el flujo es permanente, la válvula aún no cierra, por lo que $h_i = 100$ m y

$Z_i = \sqrt{\frac{h_i}{h_0}} = 1$. Los valores de las columnas 4 y 5 se calculan fácilmente con los valores de ε y τ_i .

A partir de $i = 1$, para calcular la columna 6, los valores de $\varepsilon \tau_{i-1}$ y Z_{i-1} son los del renglón inmediato anterior. En la columna 7, Z_i se calcula con los valores de $\varepsilon \tau_i, (\varepsilon \tau_i)^2, 2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$ y Z_{i-1}^2 sustituidos en la ecuación 5.70; en la columna 9, con la ecuación 5.63 se determina $h_i = Z_i^2 h_0$, y en la columna 10, $\Delta h = h_i - h_0$ indica la diferencia de carga de presión con respecto al flujo permanente. Finalmente, en la columna 11 la velocidad V_i se calcula a partir de la ecuación 5.68a como $V_i = V_0 \tau_i Z_i$.

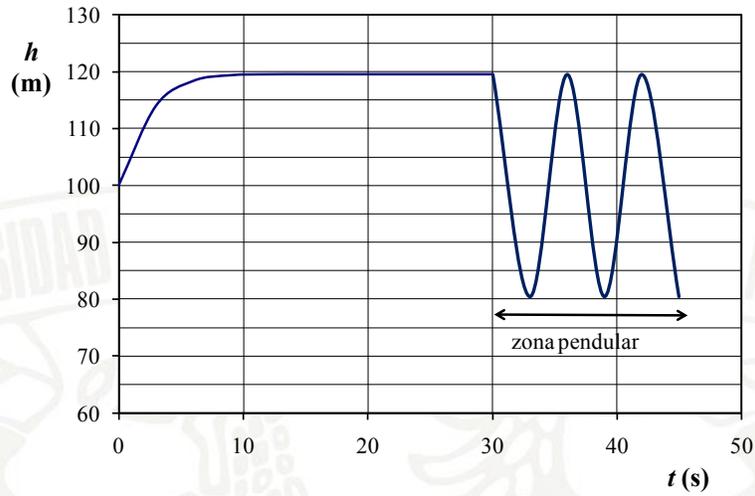
Para los primeros quince periodos, los cálculos indicados se presentan en la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i	t	τ_i	$\varepsilon \tau_i$	$(\varepsilon \tau_i)^2$	$2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$	Z_i	$(Z_i)^2$	h_i	Δh	V_i
	(s)							(m)	(m)	(m/s)
0	0	1	1.7839	3.182		1	1	100	0.0	3.5
1	3	0.9	1.6055	2.578	5.568	1.068	1.140	113.97	14.0	3.363
2	6	0.8	1.4271	2.037	5.428	1.088	1.183	118.34	18.3	3.046
3	9	0.7	1.2487	1.559	5.105	1.092	1.193	119.33	19.3	2.676
4	12	0.6	1.0703	1.146	4.728	1.093	1.195	119.49	19.5	2.296
5	15	0.5	0.8919	0.796	4.340	1.093	1.195	119.50	19.5	1.913
6	18	0.4	0.7136	0.509	3.950	1.093	1.195	119.50	19.5	1.530
7	21	0.3	0.5352	0.286	3.560	1.093	1.195	119.50	19.5	1.148
8	24	0.2	0.3568	0.127	3.170	1.093	1.195	119.50	19.5	0.765
9	27	0.1	0.1784	0.032	2.780	1.093	1.195	119.50	19.5	0.383
10	30	0	0	0	2.390	1.093	1.195	119.50	19.5	0
11	33	0	0	0	2	0.897	0.805	80.50	-19.5	0
12	36	0	0	0	2	1.093	1.195	119.50	19.5	0
13	39	0	0	0	2	0.897	0.805	80.50	-19.5	0
14	42	0	0	0	2	1.093	1.195	119.50	19.5	0
15	45	0	0	0	2	0.897	0.805	80.50	-19.5	0

En este caso, la máxima carga de presión es de 119.5 m, valor que prácticamente se presenta desde $i=4$. Posterior al cierre, se presentan oscilaciones de carga de presión que van cambiando de signo, a esta zona se le llama pendular; si el cálculo se realiza para valores de $i > 15$, estas oscilaciones se seguirán presentando.

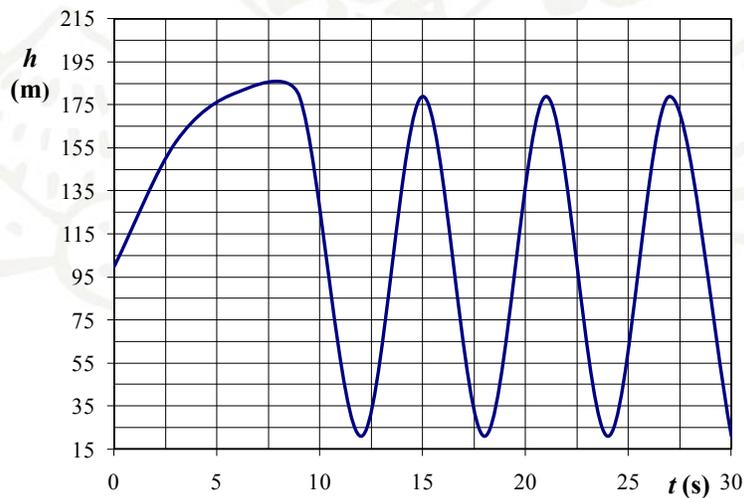
No hay que olvidar que en el cálculo se hizo caso omiso de la fricción, por lo que aparentemente las oscilaciones son permanentes; en la realidad, las oscilaciones de presión se irán amortiguando hasta llegar a cero y la carga piezométrica en la sección, al no haber movimiento, será la misma que se tenga en el almacenamiento, es decir 100 m.

Los resultados de la tabla se presentan en la siguiente gráfica:



b) Para $\theta=3$, y con el mismo procedimiento, se tiene

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i	t	τ_i	$\varepsilon \tau_i$	$(\varepsilon \tau_i)^2$	$2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$	Z_i	$(Z_i)^2$	h_i	Δh	V_i
	(s)							(m)	(m)	(m/s)
0	0	1	1.7839	3.182		1	1	100	0	3.5
1	3	0.6666	1.1891	1.414	5.568	1.257	1.579	157.91	57.91	2.932
2	6	0.3333	0.5946	0.354	4.989	1.345	1.810	180.98	80.98	1.569
3	9	0	0	0	3.6	1.338	1.790	179.00	79.00	0
4	12	0	0	0	2	0.458	0.210	21.00	-79.00	0
5	15	0	0	0	2	1.338	1.790	179.00	79.00	0
6	18	0	0	0	2	0.458	0.210	21.00	-79.00	0
7	21	0	0	0	2	1.338	1.790	179.00	79.00	0
8	24	0	0	0	2	0.458	0.210	21.00	-79.00	0



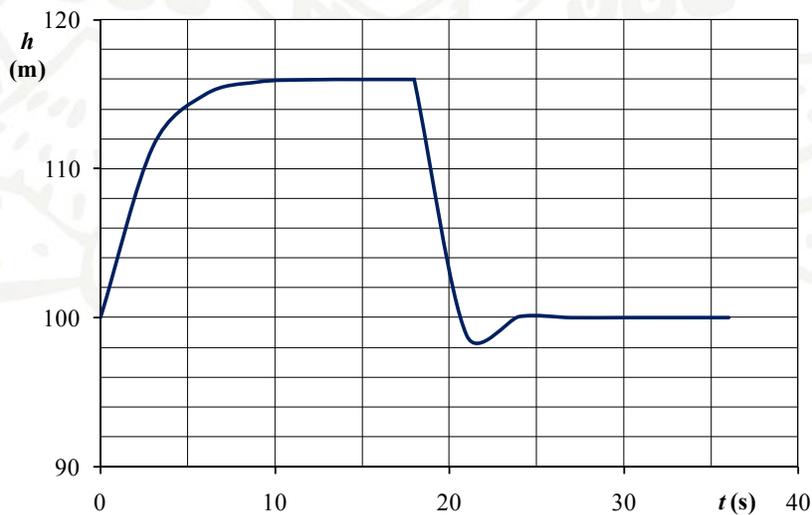
Note que la magnitud de Δh es prácticamente cuatro veces mayor con $\theta=3$, que con $\theta=10$, esto se debe a que entre más lento sea el cierre, menor es la sobrepresión.

c) Con la ecuación para el cierre parcial 5.71b, para $\theta=6$ y $\tau_f=0.5$, resulta

$$\tau_i = 1 - (1 - \tau_f) \frac{i}{\theta} = 1 - (1 - 0.5) \frac{i}{6}$$

para $i \geq 6$, $\tau_i = 0.5$, con estos valores la tabla de cálculo queda

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i	t	τ_i	$\varepsilon \tau_i$	$(\varepsilon \tau_i)^2$	$2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$	Z_i	$(Z_i)^2$	h_i	Δh	Z_i
	(s)							(m)	(m)	(m/s)
0	0	1	1.7839	3.182		1	1	100	0	3.5
1	3	0.91667	1.6352	2.674	5.568	1.056	1.115	111.476	11.476	3.387
2	6	0.83333	1.4866	2.210	5.453	1.072	1.150	114.997	14.997	3.128
3	9	0.75	1.3379	1.790	5.188	1.076	1.158	115.838	15.838	2.825
4	12	0.66667	1.1893	1.414	4.880	1.077	1.160	115.992	15.992	2.513
5	15	0.58333	1.0406	1.083	4.562	1.077	1.160	116.011	16.011	2.199
6	18	0.5	0.8919	0.796	4.242	1.077	1.160	116.012	16.012	1.885
7	21	0.5	0.8919	0.796	3.921	0.994	0.988	98.807	-1.193	1.740
8	24	0.5	0.8919	0.796	3.773	1.000	1.001	100.066	0.066	1.751
9	27	0.5	0.8919	0.796	3.784	1	1	99.996	-0.004	1.750
10	30	0.5	0.8919	0.796	3.784	1	1	100.000	0.000	1.750
11	33	0.5	0.8919	0.796	3.784	1	1	100.000	0.000	1.750
12	36	0.5	0.8919	0.796	3.784	1	1	100.000	0.000	1.750



Note que, en este caso, la máxima magnitud de Δh negativa es mucho menor que la máxima magnitud Δh positiva, y que con el paso del tiempo Δh se amortigua hasta tender a cero.

- d) Para el caso de cierre y apertura bruscos, se emplea la expresión de Joukowski 5.9a, por tanto, se tiene

$$\Delta h = \pm \frac{aV_0}{g} = \pm \frac{1000 \times 3.5}{g} = \pm 356.78 \text{ m}$$

Por lo que

$$h_{\text{máx}} = 100 + 356.78 = 456.78 \text{ m}$$

y

$$h_{\text{mín}} = 100 - 356.78 = -256.78 \text{ m}$$

Este último valor es imposible que se presente, ya que no existen cargas de presión de signo negativo de esta magnitud.

Al comparar los tres casos de cierre total analizados, es notoria la diferencia en los valores de Δh en función del tiempo de maniobra, entre mayor es θ , disminuye la magnitud de Δh .

EJEMPLO 5.7

Considere la conducción del problema 5.6, pero ahora las condiciones iniciales son con la válvula totalmente cerrada, es decir, $A_{vi} = 0$, $\tau = 0$ y $V = 0$. Cuando termina la maniobra de apertura se tiene $\tau_f = 1$ y cuando se presenta el flujo permanente, $V_0 = 3.5 \text{ m/s}$. La carga en el almacenamiento es de 100 m. Calcule la carga de presión y la velocidad para los siguientes casos:

- $\theta = 10$, calcule los primeros 15 periodos.
- $\theta = 3$, calcule los primeros 10 periodos.

Solución

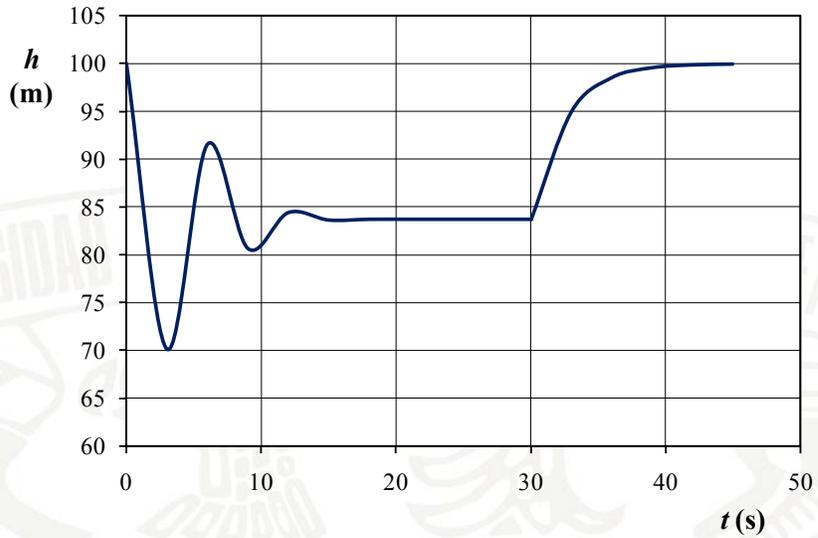
Al terminar la maniobra, la carga tenderá nuevamente a estabilizarse en $h_0 = 100\text{ m}$, ya que no se están considerando las pérdidas de energía en el tramo entre el almacenamiento y la válvula. El valor del periodo y de la constante de Allievi son los mismos que en el problema anterior, es decir, $T = 3\text{ s}$ y $\varepsilon = 1.7839$.

a) Para $\theta = 10$

Al igual que en el problema 5.6, para resolver la ecuación 5.70 en cada instante de periodo i , y determinar las variables solicitadas, se realiza la siguiente tabla, en la cual los datos previos para resolver la ecuación 5.70 se muestran sombreados.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i	t	τ_i	$\varepsilon \tau_i$	$(\varepsilon \tau_i)^2$	$2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$	Z_i	$(Z_i)^2$	h_i	Δh	V_i
	(s)							(m)	(m)	(m/s)
0	0	0	0	0		1	1	100	0	0
1	3	0.1	0.1784	0.032	2.000	0.837	0.701	70.12	-29.88	0.293
2	6	0.2	0.3568	0.127	2.299	0.957	0.915	91.50	-8.50	0.670
3	9	0.3	0.5352	0.286	2.683	0.898	0.806	80.64	-19.36	0.943
4	12	0.4	0.7136	0.509	2.961	0.919	0.844	84.38	-15.62	1.286
5	15	0.5	0.8919	0.796	3.311	0.914	0.836	83.60	-16.40	1.600
6	18	0.6	1.0703	1.146	3.631	0.915	0.837	83.68	-16.32	1.921
7	21	0.7	1.2487	1.559	3.958	0.915	0.837	83.68	-16.32	2.241
8	24	0.8	1.4271	2.037	4.285	0.915	0.837	83.68	-16.32	2.561
9	27	0.9	1.6055	2.578	4.611	0.915	0.837	83.68	-16.32	2.882
10	30	1	1.7839	3.182	4.937	0.915	0.837	83.68	-16.32	3.202
11	33	1	1.784	3.182	5.264	0.975	0.950	94.98	-5.02	3.411
12	36	1	1.784	3.182	5.477	0.993	0.985	98.55	-1.45	3.475
13	39	1	1.784	3.182	5.542	0.998	0.996	99.59	-0.41	3.493
14	42	1	1.784	3.182	5.560	0.999	0.999	99.88	-0.12	3.498
15	45	1	1.784	3.182	5.566	1.000	1.000	99.97	-0.03	3.499

La gráfica que corresponde a la tabla anterior se muestra a continuación.

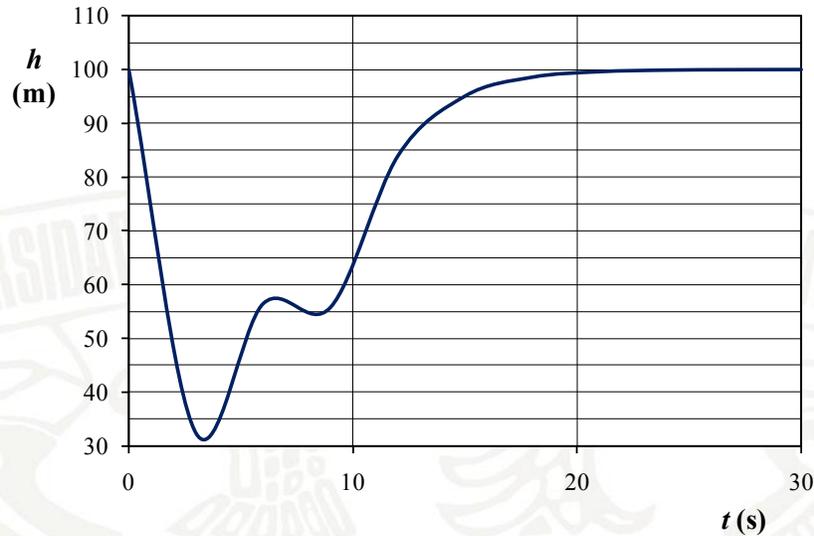


Para efectos de diseño la mínima carga de presión que se presenta es $h = 70.12 \text{ m}$, la cual no produce problemas de depresión.

b) Para $\theta = 3$

Los resultados se presentan en la siguiente tabla y se grafican enseguida.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i	t	τ_i	$\varepsilon \tau_i$	$(\varepsilon \tau_i)^2$	$2(1 + \varepsilon \tau_{i-1} Z_{i-1})$	Z_i	$(Z_i)^2$	h_i	Δh	V_i
	(s)							(m)	(m)	(m/s)
0	0	0	0	0		1	1	100	0	0
1	3	0.333	0.5940	0.353	2	0.569	0.324	32.387	-67.613	0.663
2	6	0.667	1.1891	1.414	2.676	0.752	0.565	56.484	-43.516	1.753
3	9	1	1.7839	3.182	3.787	0.747	0.558	55.784	-44.216	2.614
4	12	1	1.7839	3.182	4.665	0.916	0.839	83.897	-16.103	3.206
5	15	1	1.7839	3.182	5.268	0.975	0.951	95.053	-4.947	3.412
6	18	1	1.7839	3.182	5.478	0.993	0.986	98.570	-1.430	3.475
7	21	1	1.7839	3.182	5.542	0.998	0.996	99.594	-0.406	3.493
8	24	1	1.7839	3.182	5.561	0.999	0.999	99.886	-0.114	3.498
9	27	1	1.7839	3.182	5.566	1.000	1.000	99.968	-0.032	3.499
10	30	1	1.7839	3.182	5.567	1.000	1.000	99.991	-0.009	3.500



Note que en este caso el valor absoluto de Δh negativa es mucho mayor que para $\theta = 10$.

Es importante resaltar que en el flujo transitorio provocado por maniobras bruscas (con un tiempo menor a $2L/a$), se presentan la máxima y la mínima presión posible, en cambio, cuando la maniobra se realiza con tiempos prolongados (mayores a $2L/a$), la carga $h_{m\acute{a}x}$ es menor que la que se presenta en la maniobra rápida y la carga $h_{m\acute{i}n}$ es mayor que la que se presenta en la maniobra brusca. Este hecho implica que las conducciones que estén sometidas al golpe de ariete, deberán tender a acortar su longitud para así disminuir su periodo y/o alargar el tiempo de maniobra.

Es común que en los acueductos se requiera salvar grandes distancias, por lo que la condición anterior se puede lograr, si la topografía lo permite, dividiendo la conducción en dos tramos, uno a bombeo y otro a gravedad, intercalando un tanque que impida la propagación de ondas de presión. El tramo a gravedad se diseña procurando que no contenga elementos que puedan provocar flujo transitorio por lo que se dice que ese tramo queda protegido por el tanque contra el golpe de ariete.

En la sección 5.6 se presentarán con más detalle los dispositivos de control del transitorio hidráulico que en esencia buscan dividir la conducción, acortando hasta donde sea posible al tramo sometido al golpe de ariete. Como consecuencia, normalmente el tramo protegido queda sometido a un transitorio lento, donde las presiones varían mucho menos y cuyo análisis se describe a continuación.

5.3 MODELO DE LA COLUMNA RÍGIDA

Los fenómenos de oscilación de masa se caracterizan por el intercambio de una cantidad importante de masa de fluido entre dos depósitos con diferentes niveles de energía. Debido a que el transitorio lo absorbe básicamente la oscilación en el depósito de nivel variable, en la conducción no se presentan variaciones de presión de gran magnitud por lo que no es necesario considerar los efectos elásticos en el fluido y en la tubería. Por tanto, para analizar estos transitorios, se asume que el fluido es incompresible y que la conducción se comporta de forma rígida y se considera que existe un balance entre los efectos inerciales del flujo en movimiento y la evolución de los niveles de energía en función del tiempo. A estos transitorios se les denomina lentos, debido a que su tiempo de evolución es mucho mayor que los rápidos. Ejemplo de estos transitorios es el que se produce en la conducción ubicada entre un embalse y la torre ubicada justo aguas arriba de una planta de bombeo, cuando por alguna causa se interrumpe el flujo.

5.3.1 Ecuaciones del modelo de columna rígida

Se presenta el caso de una torre de oscilación cilíndrica y vertical que es conectada a la tubería de presión, tal como se muestra en la figura 5.16.

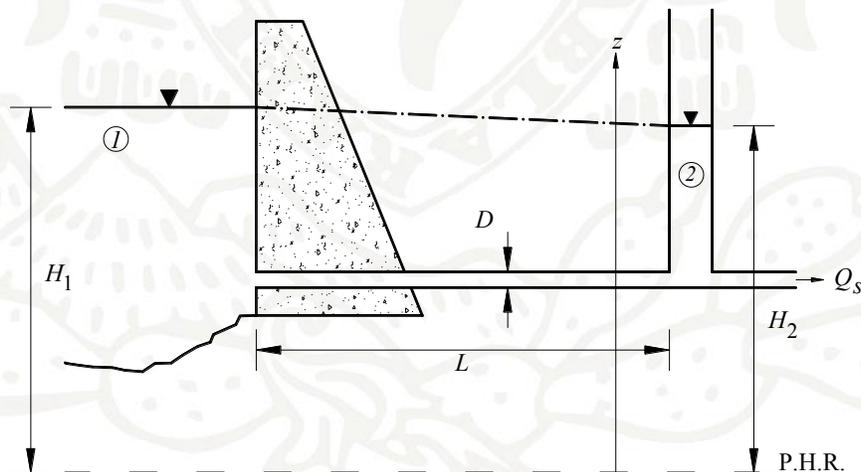


FIGURA 5.16 MODELO DE LA COLUMNA RÍGIDA

Al presentarse una reducción del flujo, debido, por ejemplo, a una interrupción de energía eléctrica en la planta de bombeo, se presenta oscilación de flujo dentro de la torre con una velocidad

$$V_{TO} = \frac{dz}{dt}$$

y el gasto que provoca la oscilación dentro de la torre durante el transitorio es

$$Q_{TO} = V_{TO} A_{TO}$$

Al iniciar el flujo transitorio, el gasto en la conducción Q se divide en el gasto que ingresa a la torre Q_{TO} más el que sigue hacia la planta de bombeo Q_S , por tanto, la ecuación de continuidad queda

$$Q = \frac{dz}{dt} A_{TO} + Q_S \quad (5.75)$$

Por lo regular $Q_S = 0$, esto es, cuando se tiene una válvula que impide el retorno a la torre o que este gasto pueda despreciarse. En este caso, la ecuación anterior se reduce a

$$Q = \frac{dz}{dt} A_{TO} \quad (5.76)$$

En este modelo se emplea la ecuación dinámica o ecuación de Euler que se dedujo para el golpe de ariete, pero ahora es conveniente expresarla en función del gasto. De $V = Q/A$ sustituida en la ecuación 5.40, se tiene

$$gA \frac{\partial H}{\partial s} + \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{f Q |Q|}{2DA} = 0 \quad (5.77)$$

Se consideran las secciones 1 en el almacenamiento y 2 en la torre de oscilación; la longitud del conducto que las une es L y el diámetro D es constante, por tanto, la ecuación 5.77 se puede escribir:

$$gA \frac{(H_2 - H_1)}{L} + \frac{\Delta Q}{\Delta t} + \frac{f Q |Q|}{2DA} = 0 \quad (5.78)$$

Una forma sencilla de dar solución a las ecuaciones de continuidad y dinámica es mediante el método de Euler, empleando incrementos finitos. Con este método se calculan las condiciones de gasto en el conducto y carga en la torre en el instante $i+1$, siempre que se conozcan las del instante anterior.

Se considera el caso en que Q_S es nulo y dado que la elevación z queda representada por la variable H_2 , la ecuación de continuidad 5.76 en forma de incrementos se expresa

$$Q_i = \frac{H_{2(i+1)} - H_{2(i)}}{\Delta t} A_{TO}$$

y al despejar $H_{2(i+1)}$ se tiene

$$H_{2(i+1)} = H_{2(i)} + \frac{\Delta t}{A_{TO}} Q_i \quad (5.79)$$

Al expresar la ecuación dinámica 5.78 en forma de incrementos y despejar ΔQ , se obtiene

$$\Delta Q = -\Delta t \left(\frac{gA}{L} (H_{2(i)} - H_1) + \frac{f}{2DA} Q_i |Q_i| \right)$$

Se ha observado que el método mejora su estabilidad si en esta ecuación se utiliza $H_{2(i+1)}$ en vez de $H_{2(i)}$ (método de Euler modificado), por lo que se recomienda emplear

$$\Delta Q = -\Delta t \left(\frac{gA}{L} (H_{2(i+1)} - H_1) + \frac{f}{2DA} Q_i |Q_i| \right) \quad (5.80)$$

Una vez conocido ΔQ , el gasto en el instante $i+1$ se determina como

$$Q_{i+1} = Q_i + \Delta Q \quad (5.81)$$

5.3.2 Procedimiento de cálculo

En el almacenamiento, la carga H_1 es constante y, además, se considera una torre de oscilación simple. Para conocer los valores de oscilación dentro de la torre, diseñar su altura máxima y revisar que no se vacíe con la oscilación mínima, se realiza el siguiente procedimiento:

- 1) Cálculo de constantes. Se fija el valor de Δt y se determinan las constantes $\frac{gA}{L}$ y $\frac{f}{2DA}$, note que se considera constante el valor de f , esto implica despreciar la variación de este parámetro con la velocidad, lo cual es una hipótesis razonable para

conducciones que operan con flujo turbulento. La solución varía su precisión dependiendo del valor de Δt , ya que entre menor sea este, menor será el error cometido por el método numérico; sin embargo, valores del orden de las decenas proporcionan generalmente una buena aproximación. Es fácil verificar qué tanto varía la solución proponiendo distintos valores de Δt .

- 2) Condiciones iniciales. Los valores de Q_0 y $H_{2(0)}$ corresponden a los valores iniciales y son los que se presentan en flujo establecido. En el análisis solo se consideran las pérdidas por fricción distribuida, por tanto, al solo considerar pérdidas por fricción, el valor de la elevación en la torre en flujo permanente es

$$H_{2(0)} = H_1 - f \frac{LQ_0^2}{DA^2 2g}$$

- 3) Ecuaciones que se usan en el flujo transitorio.

1. Calcule $H_{2(i+1)}$ con la ecuación 5.79.
2. Con la ecuación 5.80, calcule ΔQ en el instante $i+1$.
3. Calcule el gasto $Q_{(i+1)}$ con la ecuación 5.81.
4. Pase al siguiente instante de cálculo y repita el procedimiento.

EJEMPLO 5.8

En el sistema mostrado, $Q_0 = 22 \text{ m}^3/\text{s}$, $L = 2000 \text{ m}$, $D = 3 \text{ m}$ y $f = 0.018$. Considere un cierre total en la válvula y determine el máximo y mínimo valor de los niveles en la torre, la cual es circular y tiene un diámetro $D_{TO} = 13 \text{ m}$. Considere $\Delta t = 20 \text{ s}$.



Solución

Las áreas del conducto y de la torre son

$$A = \frac{\pi \times 3^2}{4} = 7.067 \text{ m}^2$$

$$A_{TO} = \frac{\pi \times 13^2}{4} = 132.73 \text{ m}^2$$

Siguiendo el procedimiento de cálculo recomendado se tiene:

- 1) Cálculo de constantes

$$\frac{gA}{L} = \frac{g \times 7.067}{2000} = \frac{1}{28.842}$$

y

$$\frac{f}{2DA} = \frac{0.018}{2 \times 3 \times 7.067} = \frac{1}{2356.2}$$

- 2) Condiciones iniciales. En flujo permanente la elevación del agua en la torre de oscilación es

$$H_{2(0)} = 1150 - 0.018 \frac{2000 \times 22^2}{3 \times 7.067^2 \times 2g} = 1144.08 \text{ m}$$

- 3) Ecuaciones que se utilizan en el flujo transitorio

Conocida $H_{2(i)}$, y con $\Delta t = 20 \text{ s}$ y $A_{TO} = 132.73 \text{ m}^2$, entonces, con la ecuación 5.79 se tiene

$$H_{2(i+1)} = H_{2(i)} + Q_i \frac{20}{132.73}$$

$$H_{2(i+1)} = H_{2(i)} + 0.1506 Q_i$$

La ecuación 5.80 para los datos de este problema queda

$$\Delta Q = -20 \left(\frac{1}{28.842} (H_{2(i+1)} - 1150) + \frac{1}{2356.2} Q_i |Q_i| \right)$$

Una vez conocido ΔQ , el gasto en el instante $i+1$ es $Q_{i+1} = Q_i + \Delta Q$

Cálculos

Para $t = 20$ s

$$H_2 = 1144.08 + 0.1506 \times 22 = 1147.39 \text{ m}$$

$$\Delta Q = -20 \left(\frac{1}{28.842} (1147.39 - 1150) + \frac{1}{2356.2} \times 22 |22| \right) = -2.30 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = 22 - 2.3 = 19.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para $t = 40$ s

$$H_2 = 1147.39 + 0.1506 \times 19.7 = 1150.36 \text{ m}$$

$$\Delta Q = -20 \left(\frac{1}{28.842} (1150.36 - 1150) + \frac{1}{2356.2} \times 19.7 |19.7| \right) = -3.54 \text{ m}^3/\text{s}$$

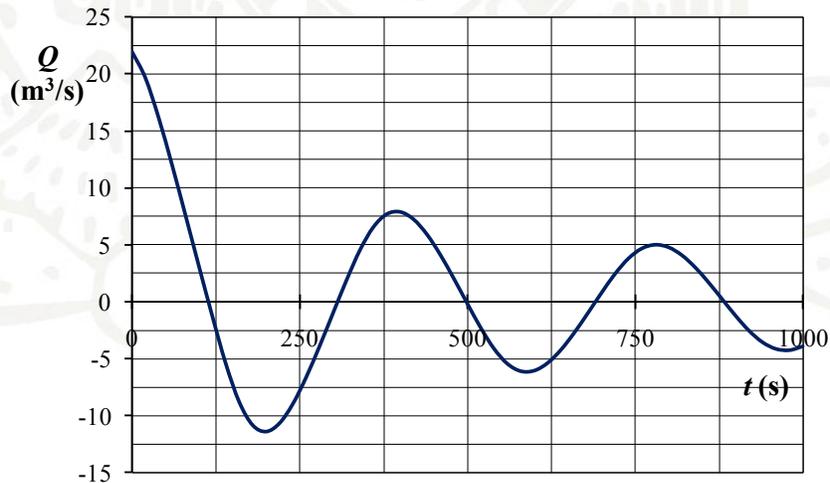
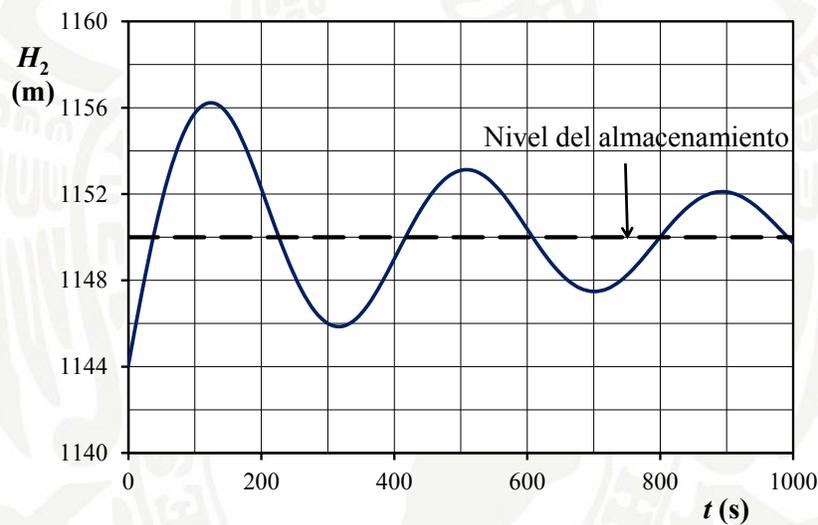
$$Q = 19.7 - 3.54 = 16.16 \text{ m}^3/\text{s}$$

y así, sucesivamente, hasta alcanzar los valores máximos y mínimos.

Los cálculos se pueden realizar de forma sencilla con una hoja de cálculo siguiendo la secuencia anterior. La siguiente tabla presenta los resultados hasta $t = 1000$ s, además, se incluyó la columna $H_2 - H_{2(0)}$ para indicar la diferencia de elevaciones en la torre con respecto a los valores en la misma, en flujo permanente y otra con los valores $H_2 - H_1$; note que en esta última, cuando los valores tienen signo positivo significa que es mayor la elevación en la torre que en el almacenamiento. El signo negativo en el gasto significa que el flujo tiene sentido de la torre hacia el almacenamiento.

i	t	H_2	ΔQ	Q	$H_2 - H_{2(0)}$	$H_1 - H_2$
	(s)	(m)	(m ³ /s)	(m ³ /s)	(m)	(m)
0	0	1144.08		22		5.92
1	20	1147.39	-2.30	19.70	3.31	2.61
2	40	1150.36	-3.54	16.16	6.28	-0.36
3	60	1152.79	-4.15	12.00	8.72	-2.79
4	80	1154.60	-4.41	7.59	10.53	-4.60
5	100	1155.75	-4.47	3.12	11.67	-5.75
6	120	1156.22	-4.39	-1.28	12.14	-6.22
7	140	1156.02	-4.16	-5.44	11.95	-6.02
8	160	1155.20	-3.36	-8.80	11.13	-5.20
9	180	1153.88	-2.03	-10.83	9.80	-3.88
10	200	1152.25	-0.56	-11.39	8.17	-2.25
11	220	1150.53	0.73	-10.66	6.45	-0.53
12	240	1148.92	1.71	-8.95	4.85	1.08
13	260	1147.58	2.36	-6.59	3.50	2.42
14	280	1146.58	2.74	-3.85	2.51	3.42
15	300	1146.00	2.90	-0.95	1.93	4.00
16	320	1145.86	2.88	1.93	1.78	4.14
17	340	1146.15	2.64	4.56	2.07	3.85
18	360	1146.84	2.02	6.58	2.76	3.16
19	380	1147.83	1.14	7.72	3.75	2.17
20	400	1148.99	0.19	7.91	4.92	1.01
21	420	1150.18	-0.66	7.25	6.11	-0.18
22	440	1151.28	-1.33	5.92	7.20	-1.28
23	460	1152.17	-1.80	4.12	8.09	-2.17
24	480	1152.79	-2.08	2.04	8.71	-2.79
25	500	1153.10	-2.18	-0.14	9.02	-3.10
26	520	1153.08	-2.13	-2.27	9.00	-3.08
27	540	1152.73	-1.85	-4.13	8.66	-2.73
28	560	1152.11	-1.32	-5.45	8.04	-2.11
29	580	1151.29	-0.64	-6.09	7.22	-1.29
30	600	1150.37	0.06	-6.03	6.30	-0.37
31	620	1149.46	0.68	-5.35	5.39	0.54
32	640	1148.66	1.17	-4.18	4.58	1.34
33	660	1148.03	1.52	-2.66	3.95	1.97
34	680	1147.63	1.71	-0.96	3.55	2.37
35	700	1147.48	1.75	0.80	3.41	2.52
36	720	1147.60	1.66	2.45	3.53	2.40
37	740	1147.97	1.35	3.81	3.90	2.03
38	760	1148.55	0.88	4.69	4.47	1.45
39	780	1149.25	0.33	5.02	5.18	0.75
40	800	1150.01	-0.22	4.80	5.94	-0.01
41	820	1150.73	-0.70	4.10	6.66	-0.73
42	840	1151.35	-1.08	3.02	7.28	-1.35
43	860	1151.81	-1.33	1.69	7.73	-1.81
44	880	1152.06	-1.45	0.24	7.99	-2.06
45	900	1152.10	-1.45	-1.22	8.02	-2.10
46	920	1151.91	-1.31	-2.53	7.84	-1.91
47	940	1151.53	-1.01	-3.54	7.46	-1.53
48	960	1151.00	-0.59	-4.12	6.92	-1.00
49	980	1150.38	-0.12	-4.24	6.30	-0.38
50	1000	1149.74	0.34	-3.91	5.66	0.26

De la tabla anterior se observa que la máxima oscilación llega a la elevación 1156.22 m, la cual está 6.22 m por encima del nivel del almacenamiento y 12.14 m por encima de la elevación en la torre cuando se tenía en flujo establecido. La oscilación mínima llega a la elevación 1145.86. En forma gráfica se presentan la relación de H_2 y de Q con respecto al tiempo, observe que la elevación en la torre poco a poco se acerca a la del almacenamiento, y en caso de seguir los cálculos, al término del transitorio se tendría $H_2 = H_1$ y $Q = 0$.



5.4 TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN UN SISTEMA DE BOMBEO

En los sistemas a gravedad, como el mostrado en la figura 5.1, los transitorios hidráulicos que tienen relevancia son ocasionados por las maniobras de cierre o apertura de válvulas, generalmente operadas de forma brusca. Para lograr realizar las maniobras sin problemas de transitorios hidráulicos, estas se deben efectuar suavemente o lo que es equivalente, con tiempos de realización largos. Cuando las maniobras se realizan de esta manera, el efecto transitorio puede ser de poca importancia. En cambio, en los sistemas de bombeo la causa principal de transitorios hidráulicos es el arranque y paro de las bombas.

La maniobra de arranque se lleva a cabo siempre de manera programada y, cuando se tienen varias bombas en paralelo, se realiza de forma secuencial o escalonada por lo que sus efectos no son críticos para el diseño de las tuberías; en cambio, el paro de los equipos de bombeo puede ser programado o bien producirse de forma accidental. Un paro programado, igual que un arranque, es una maniobra diseñada para no provocar condiciones críticas para la integridad del sistema, pero cuando el paro se produce de manera accidental, implica que el caudal total tiene que interrumpirse y, por tanto, la línea de conducción estará sometida a condiciones de flujo transitorio extremo, que son normalmente las que se utilizan para el diseño de la conducción.

A continuación se describen, de manera general, los transitorios hidráulicos que se pueden presentar en un sistema de bombeo.

5.4.1 Transitorio hidráulico en el arranque de una bomba

El arranque de bombas es una maniobra programada que ha sido diseñada para realizarse de manera paulatina, esto es, jamás se producirá de manera brusca y/o accidental. En el caso de grandes sistemas es común que se cuente con bombas en paralelo y, en ese caso, el arranque se realiza bomba por bomba, de forma escalonada. Esto permite asegurar que si bien la maniobra de arranque de un sistema de bombeo generará un transitorio hidráulico, las sollicitaciones que impone en la tubería no son de consideración.

Para sistemas de bombeo pequeños, por lo regular se utilizan conductos comerciales que tienen resistencias al transitorio hidráulico relativamente altas y la mayoría de las veces no resulta necesario optimizarlas. En cambio, en los sistemas de gran tamaño el costo de tuberías capaces de

soportar cualquier transitorio hidráulico puede ser significativo, por este motivo la resistencia de la tubería debe ser optimizada.

En las grandes instalaciones de bombeo, frecuentemente, se cuenta con válvulas de control de flujo, que normalmente son de tipo esférica, llamadas también válvulas de bola (figura 5.17). La mayoría de las bombas utilizadas en estas instalaciones son de flujo radial o mixto, y para estas el menor consumo de potencia se presenta a válvula cerrada, de manera que el arranque se realiza cuando esta se encuentra cerrada o bien con un grado de apertura muy pequeño (del orden de 10 %). Una vez que se realiza el arranque de la bomba, la válvula de descarga completa su carrera de apertura incorporando en forma gradual el flujo a la línea de conducción. Si bien es una maniobra que normalmente es realizada de forma manual por los operadores de la estación de bombeo, existen sistemas supervisores que también pueden efectuar estas maniobras de manera automatizada.



FIGURA 5.17 VÁLVULA DE CONTROL DE FLUJO EN LA DESCARGA DE UNA BOMBA

Otros sistemas de bombeo, generalmente de menor escala, cuentan con válvulas de retención o válvulas *check* en la descarga de la bomba, tal como se muestra en la figura 5.18. En este caso, el arranque de la bomba produce la apertura de la válvula por efecto dinámico, pero nuevamente la aceleración del flujo en la conducción se presenta de manera gradual.



FIGURA 5.18 VÁLVULA DE RETENCIÓN EN LA DESCARGA DE UNA BOMBA

En cualquier caso, el arranque de una bomba produce incrementos graduales de velocidad, de manera que, si bien se generan ondas de presión transitoria positiva, su magnitud (Δh) es normalmente pequeña. Esta onda positiva viajará en dirección del almacenamiento, ubicado en el extremo final de la conducción, tal como se ilustra en la figura 5.19.

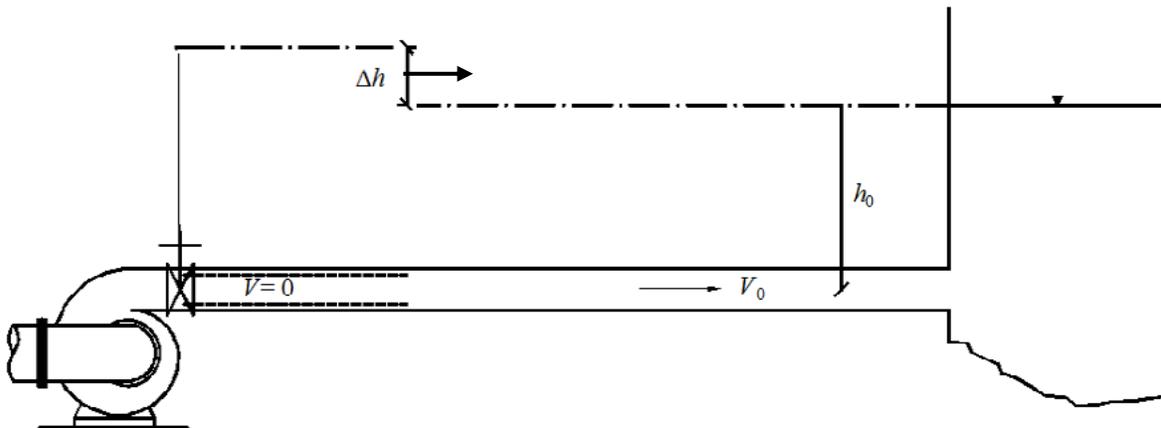


FIGURA 5.19 FRENTE DE ONDA POSITIVO PRODUCIDO POR EL ARRANQUE DE UNA BOMBA

Al incidir la onda de sobrepresión en el almacenamiento de carga constante, esta será reflejada como onda negativa, restituyendo las condiciones de carga que impone el tanque (h_0). El lector podrá fácilmente comprender que se producirá una secuencia de estados de incremento ($h_0 + \Delta h$) y decremento ($h_0 - \Delta h$) de la carga en la conducción, semejante al descrito en la figura 5.7, hasta que, por efecto de la fricción, se establezcan las condiciones de flujo permanente impuestas por el bombeo.

5.4.2 Transitorio hidráulico durante el paro programado de una bomba

Como ya fue señalado, el paro programado es una maniobra voluntaria que, al igual que el arranque, no representa condiciones que pongan en riesgo al sistema de bombeo.

En los sistemas que cuentan con válvulas de control de flujo (figura 5.17), la maniobra de paro programado inicia con el cierre lento, con tiempos del orden de 30 a 50 segundos, que se realiza para reducir el caudal bombeado previo al paro de las bombas. Este cierre puede ser continuo, hasta llevarla a su posición de cierre total, o bien, lo que es más común, hasta un grado de apertura muy pequeño (del orden de 10 %). Posteriormente, se realiza el paro de la bomba y, de ser el caso, la válvula de descarga completa su carrera de cierre en un tiempo adicional de entre 10 y 20 segundos. Estos tiempos deben ser cuidadosamente revisados, pero normalmente son de un orden semejante al señalado para el caso de grandes sistemas de bombeo. Igual que en el arranque, estas maniobras se realizan de manera manual y, en algunos sistemas, de forma automatizada.

En los sistemas de bombeo que cuentan con válvulas de retención en la descarga (figura 5.18), el paro programado consiste simplemente en apagar el equipo, por lo que el cierre de la válvula se produce necesariamente al disminuir la presión en la descarga de la bomba. Algunos sistemas cuentan con válvulas de seccionamiento (tipo compuerta o tipo mariposa) que se instalan aguas abajo de la válvula de retención para las maniobras de mantenimiento. En ocasiones, los operadores realizan el cierre gradual de estas válvulas de seccionamiento antes de efectuar el paro de la bomba, maniobra que se asemeja a la de un sistema con válvula de control. Otros sistemas tienen válvulas de retención de cierre controlado o también válvulas de retención amortiguadas (figura 5.20), es decir, válvulas provistas de un dispositivo amortiguador (pistón) que permite que su cierre se realice de manera gradual. Vale la pena destacar que si el sistema cuenta con varias bombas en paralelo, las maniobras de paro programado se realizan de forma escalonada.



FIGURA 5.20 VÁLVULA DE RETENCIÓN CON AMORTIGUAMIENTO

En cualquier caso, al producirse el paro programado de un equipo de bombeo, se genera ahora una onda de presión negativa, que viaja hacia el almacenamiento ubicado en el extremo final de la conducción, tal como se muestra en la figura 5.21.

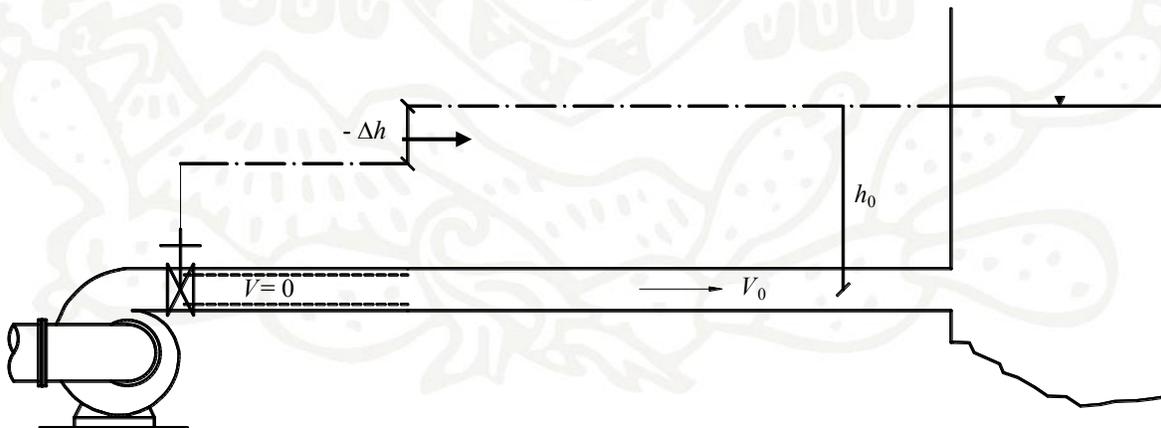


FIGURA 5.21 PROPAGACIÓN DE LA ONDA DE PRESIÓN NEGATIVA, LUEGO DEL PARO DE UNA BOMBA

Cuando la onda negativa llega al almacenamiento de carga constante, esta será reflejada como onda de sobrepresión (positiva), restituyendo la carga que impone el tanque. Al igual que en el arranque, se producirá una secuencia de estados de decremento e incremento de la presión en la conducción hasta que la fricción se encarga de amortiguar el transitorio, dando paso a las condiciones de reposo, denominadas también condiciones de gasto nulo.

5.4.3 Transitorio hidráulico debido al paro accidental del bombeo

Sin lugar a duda, la condición más desfavorable relativa a los transitorios hidráulicos en un sistema es el paro accidental o “disparo” de los equipos de bombeo. Evidentemente, esta situación es particularmente crítica cuando se trata de la interrupción o corte –accidental o de emergencia– del suministro de energía a una estación de bombeo en la que se encuentran operando todos sus equipos en paralelo, es decir, para las condiciones de gasto máximo en la conducción. La operación normal de bombas en paralelo fue estudiada en el capítulo 4.

Al igual que en el paro programado, el disparo de bombas genera una onda negativa que se propaga a lo largo de la tubería. Sin embargo, a diferencia del caso anterior, toda vez que en esta ocasión la interrupción del flujo es inesperada, puede ser brusca y llegar a producirse para el gasto total, por tanto, la magnitud extrema de la onda negativa sería la determinada por la ecuación de Joukowsky (5.9a).

- ***Análisis de un transitorio hidráulico***

Suponga un sistema de bombeo que tiene una estación donde se localizan varios equipos, con una capacidad $1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ cada uno para vencer una carga estática de 200 m. La línea de conducción, formada con tubería de acero de 54 pulgadas de diámetro interior y $\frac{1}{2}$ pulgada de espesor, tiene una longitud de 5.0 km con el perfil topográfico mostrado en la figura 5.22. Por simplicidad, en el análisis se considera despreciable el efecto de la fricción y que los equipos en la estación de bombeo cuentan con válvulas de retención en la descarga. La maniobra será rápida.

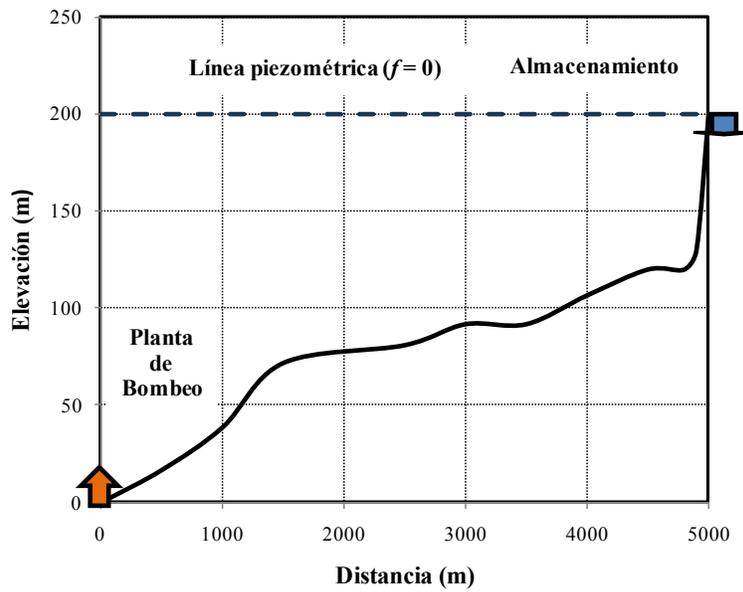


FIGURA 5.22 PERFIL DE LA CONDUCCIÓN DE UN SISTEMA DE BOMBEO

Si solo opera un equipo en la estación de bombeo, el gasto de conducción es de $1 \text{ m}^3/\text{s}$, la onda transitoria negativa generada al disparo de la bomba será de $\Delta h = -71.6 \text{ m}$ y se desplazará con una celeridad $a = 1038 \text{ m/s}$ (ver ejemplo 5.5). De esta manera, como se ilustra en la figura 5.23, la onda negativa se propagará hacia el almacenamiento llegando a este en un tiempo $t = L/a = 5000/1038 = 4.82 \text{ s}$.

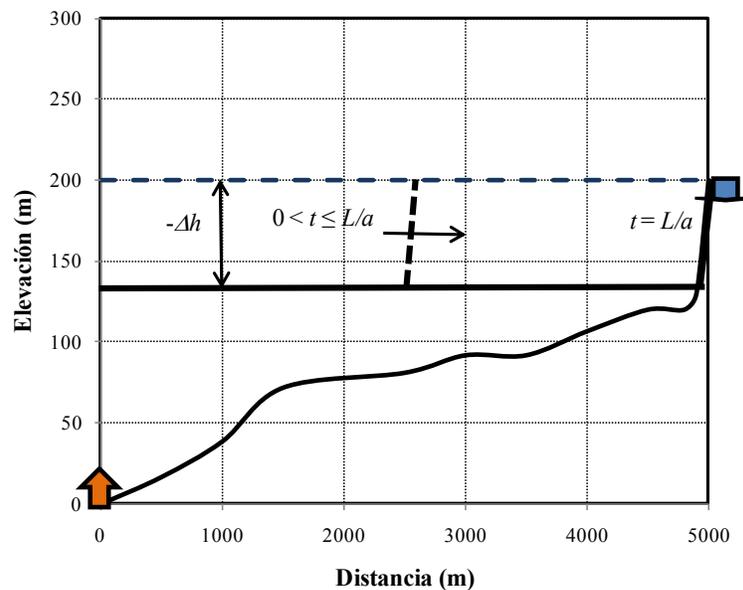


FIGURA 5.23 PROPAGACIÓN Y ARRIBO AL ALMACENAMIENTO DE LA ONDA NEGATIVA

5.5 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS Y LÍNEA DE RESISTENCIA

Los sistemas de bombeo son en general sistemas hidráulicos complejos, cuentan con estaciones de bombeo con varios equipos que pueden operar en paralelo, líneas de conducción con pendientes, materiales y diámetros variables, así como tanques, estructuras hidráulicas, válvulas y accesorios diversos. Por esta razón, el análisis de los transitorios hidráulicos en estos sistemas no puede simplemente realizarse a partir de la aplicación de la fórmula de Joukowski. En efecto, para el estudio de los transitorios en estos sistemas se requiere de programas de cálculo numérico que permitan la solución simultánea de las ecuaciones de continuidad (5.32) y dinámica (5.40) para un flujo variado y no permanente.

El sistema formado por estas dos ecuaciones, que es un sistema no lineal en derivadas parciales de primer orden, puede ser resuelto a partir de las condiciones iniciales y de frontera de cada problema con un modelo numérico denominado *método de las características*. El desarrollo de este método de análisis numérico es complejo y queda fuera del alcance del presente texto; sin embargo, es importante señalar que existe una gran cantidad de literatura al respecto, así como programas numéricos comerciales de amplia difusión.

Los programas numéricos que usan el método de las características permiten determinar las cargas y gastos a lo largo de la conducción (s) en cualquier instante de tiempo (t), esto es

$$h = h(s, t) \quad (5.82)$$

De esta manera, es posible establecer, en cada punto de interés, una gráfica que permita ver la evolución temporal de la carga transitoria.

A manera de ejemplo, la figura 5.26 muestra la variación en el tiempo de la carga transitoria al inicio y a la mitad de la conducción ($s=0$ y $s=L/2$) del sistema descrito en el análisis presentado en ejemplo de la sección 5.4.3, para un gasto de conducción de $1.0 \text{ m}^3/\text{s}$.

Evidentemente, resultaría muy complicado elaborar, para cada punto de la conducción, una gráfica como estas, y todavía más complicado resultaría tratar de interpretar cada una de ellas. Sin embargo, en la práctica es más importante establecer los valores máximos y mínimos de la carga que se presentará en cada punto de la conducción (ver figura 5.26), independientemente del tiempo en el que se haya presentado.

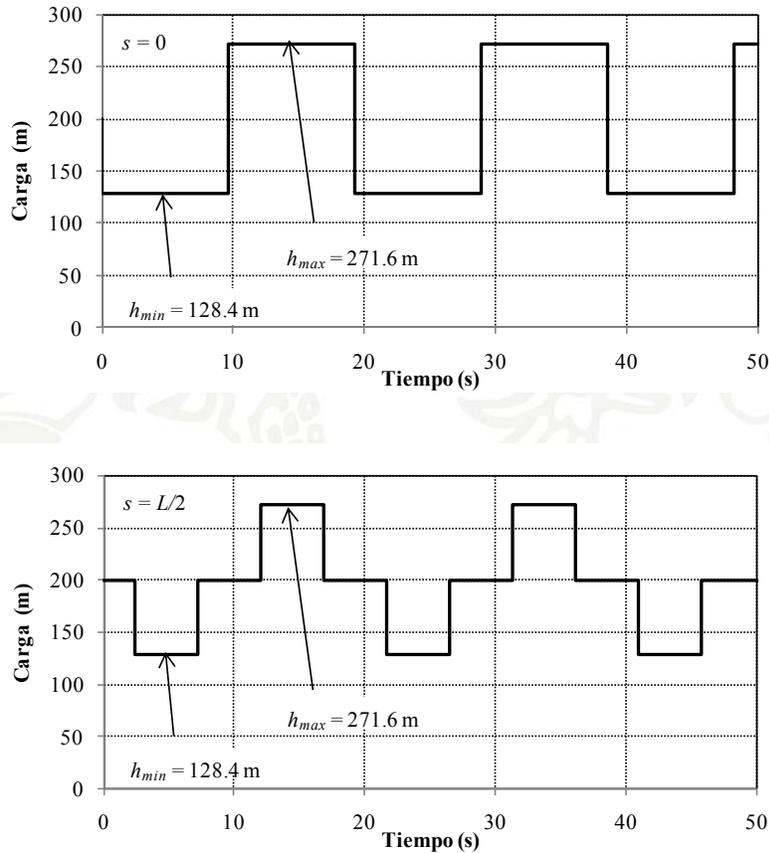


FIGURA 5.26 VARIACIÓN DE LA CARGA EN $s = 0$ Y $s = L/2$

De esta forma, los programas de cálculo pueden establecer el lugar geométrico de las cargas máximas y mínimas o cargas extremas a lo largo de la conducción, es decir,

$$h_{m\acute{a}x} = h_{m\acute{a}x}(s) \quad \text{para} \quad 0 \leq s \leq L \quad (5.83)$$

y

$$h_{m\grave{i}n} = h_{m\grave{i}n}(s) \quad \text{para} \quad 0 \leq s \leq L \quad (5.84)$$

El trazo de la función 5.83 se denomina envolvente de cargas máximas y el trazo de la función 5.84, envolvente de cargas mínimas; ambas constituyen las envolventes de cargas extremas.

Con base en lo discutido en las secciones anteriores, es fácil comprender que si la envolvente de carga mínimas h_{min} corta el perfil de la tubería, ubicándose por debajo de la conducción, habrán de esperarse presiones negativas en esos puntos y, en consecuencia, problemas de

depresión en la conducción. Además, también es indispensable verificar si existirán problemas de sobrepresión. Para ello es muy útil realizar el trazo de una línea denominada *línea de resistencia de la tubería*, que no deberá ser rebasada por la envolvente de cargas máximas $h_{m\acute{a}x}$. La definición de la línea de resistencia se muestra a continuación.

5.5.1 Línea de resistencia

Sea el perfil topográfico de la conducción dado por una relación de la forma

$$e = e(s) \quad (5.85)$$

Donde e es la elevación topográfica y s es la distancia al origen o *cadenaamiento*.

La línea de resistencia de la tubería estará dada por una función r de la forma

$$r(s) = e(s) + \frac{p_{nom}}{\gamma} \quad (5.86)$$

Note que el término p_{nom}/γ , que representa la resistencia nominal de la conducción según la ecuación 5.20, puede ser también una función de s si las características de la tubería (diámetro, espesor, material, etc.) son variables. Según el ejemplo 5.5, para una tubería de 54" de diámetro y 1/2" de espesor se tendrá $p_{nom}/\gamma = 274.11\text{m}$, que en este ejemplo será constante a todo lo largo de la conducción.

De esta manera, las figuras 5.27 y 5.28 presentan el perfil de la conducción, la piezométrica en operación normal, la línea de resistencia y las envolventes de cargas extremas para los gastos correspondientes a la operación con una y dos bombas, 1.0 y 2.0 m³/s, respectivamente.

En la figura 5.27 se observa que la envolvente de cargas mínimas se ubica por arriba del perfil de conducción y que la envolvente de cargas máximas se localiza por debajo de la línea de resistencia. Entonces, en este ejemplo, el transitorio provocado por el paro de un equipo de bombeo (1.0 m³/s) no generará problemas de depresión ni problemas de sobrepresión.

En cambio, la figura 5.28 muestra que la envolvente de cargas mínimas corta al perfil de conducción, ubicándose por debajo de este en buena parte de la distancia (aproximadamente desde el cadenaamiento 1200 m hasta el final de la conducción), y que la envolvente de cargas máximas rebasa a la línea de resistencia en un tramo importante al inicio de la conducción (desde

la estación de bombeo hasta el cadenamiento 1400 m). Por lo tanto, en este ejemplo, el transitorio provocado por el paro accidental de dos equipos de bombeo ($2.0 \text{ m}^3/\text{s}$) generará problemas de depresión y, probablemente, también de sobrepresión.

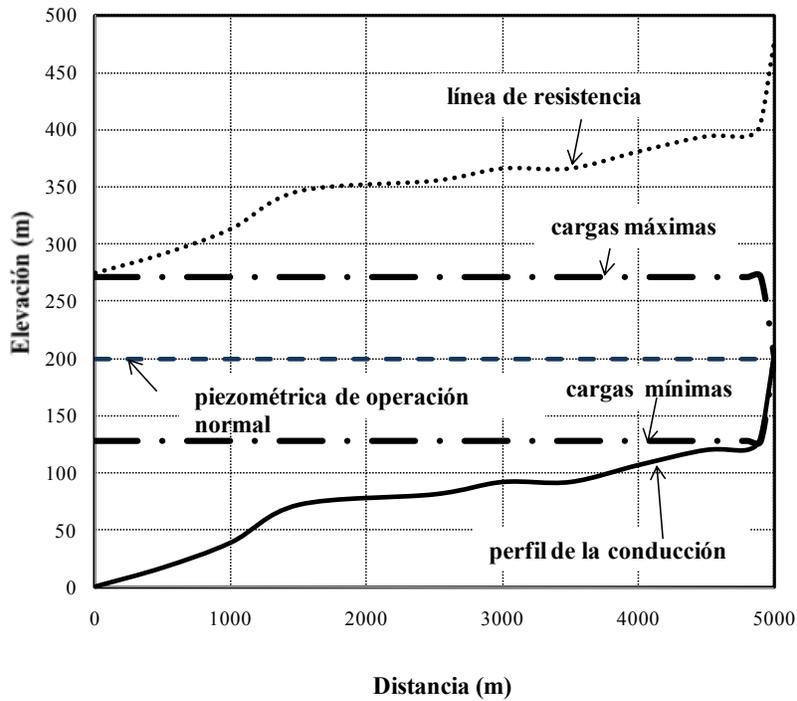


FIGURA 5.27 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS ($1.0 \text{ m}^3/\text{s}$)

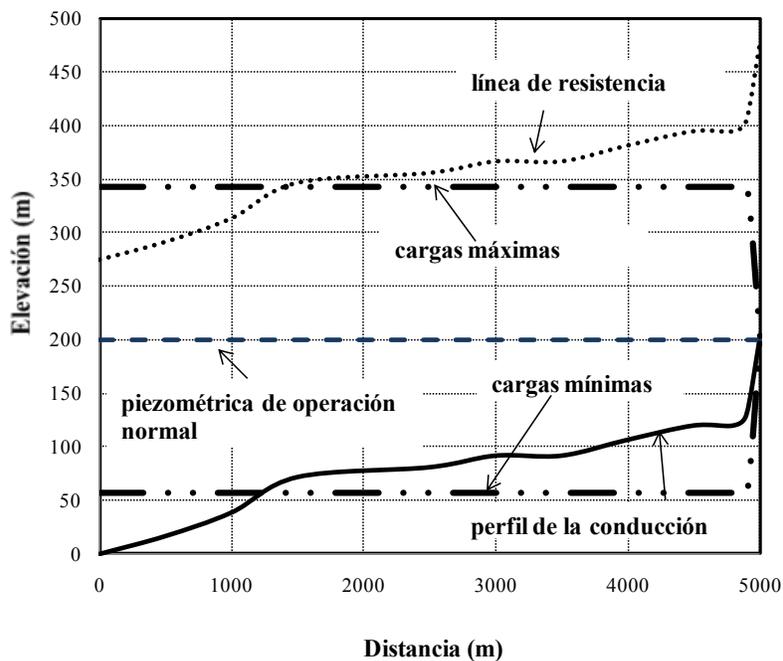


FIGURA 5.28 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS ($2.0 \text{ m}^3/\text{s}$)

De lo anterior se desprende que la inspección gráfica de las envolventes de cargas extremas, junto con el trazo del perfil de la conducción y la línea de resistencia de la tubería, es una herramienta útil y de sencilla interpretación para el análisis de los transitorios hidráulicos en conductos a presión.

5.6 DISPOSITIVOS DE CONTROL DE LOS TRANSITORIOS HIDRÁULICOS

Según lo analizado en la sección anterior, un sistema hidráulico estará protegido contra los efectos de los transitorios hidráulicos cuando la envolvente de cargas máximas se ubique por debajo de la línea de resistencia de la tubería, al mismo tiempo que la envolvente de cargas mínimas se ubique por encima del perfil de la conducción (ver figura 5.27). En otras palabras, las envolventes de cargas extremas (máximas y mínimas) deberán ubicarse entre el perfil de la conducción y la línea de resistencia de la tubería.

En aquellos casos en los que esto no sucede, como en el ejemplo de la figura 5.28, será necesario dotar al sistema de uno o más dispositivos de control de los transitorios hidráulicos. Estos dispositivos pueden ser simples accesorios, como una válvula de admisión y expulsión de aire o una válvula de alivio contra golpe de ariete, o bien estructuras complejas como una batería de cámaras de aire, integrada por tanques hidroneumáticos con un sistema de inyección de aire comprimido.

En ocasiones, bastará un solo dispositivo para el control del transitorio hidráulico a lo largo de toda la conducción. Sin embargo, en algunos casos es necesario instalar dispositivos adicionales o secundarios para el control de los transitorios, lo que es particularmente frecuente en líneas de conducción muy largas y con topografías relativamente planas.

En un sistema de bombeo normalmente se diseñan e instalan dispositivos de control que actúan sobre la onda negativa que se produce luego del paro accidental de los equipos de bombeo. Estos dispositivos evitan que se presente una falla por depresión y tienen la ventaja de que, al actuar sobre la onda negativa e impedir que esta se propague en forma parcial o total hacia el extremo final de la conducción, reducen también la magnitud de la onda positiva reflejada en este punto, lo que disminuye considerablemente el riesgo de una falla por sobrepresión. Los dispositivos comúnmente usados que actúan sobre la onda negativa son la torre de oscilación, la cámara de aire, el tanque unidireccional y la válvula de admisión y expulsión de aire.

Existen otros dispositivos de control de los transitorios hidráulicos que no actúan sobre la onda negativa: como la válvula de alivio contra golpe de ariete, que actúa sobre la onda de presión positiva y cuya función es limitar las sobrepresiones en la conducción abriendo una conexión a la atmósfera cuando se rebasa una presión de calibración previamente seleccionada.

Otro dispositivo es el volante de inercia, cuya función es incrementar el momento polar de inercia de las masas rotatorias integradas por el rotor del motor, la flecha, el impulsor de la bomba y el fluido. Con este dispositivo, que tan solo es una gran masa acoplada a la flecha, se incrementa el tiempo en que se produce la caída de velocidad de giro del conjunto motor-bomba, de esta manera el disparo de la bomba ya no produce una interrupción brusca del flujo, sino que esta se da de forma gradual. Evidentemente este dispositivo presenta la gran desventaja de requerir el sobredimensionamiento del motor eléctrico, por lo que es muy poco utilizado en los sistemas de bombeo convencionales.

En el diseño de un sistema de bombeo es importante mantener una relación beneficio-costó óptima entre la especificación de la tubería, cuyo costo evidentemente se encarece para tuberías de mayor resistencia, y la instalación de dispositivos para el control de los transitorios hidráulicos. Así, en sistemas de bombeo pequeños, con diámetros de conducción menores a 18 pulgadas, que corresponden normalmente a caudales menores a 300 lps, es frecuente que el control de las depresiones se realice simplemente permitiendo el ingreso de aire a la conducción por medio de válvulas de admisión y expulsión de aire, mientras que las sobrepresiones son soportadas por la propia resistencia de la tubería. En cambio, en los sistemas de bombeo de mayor tamaño ya no resulta económico colocar tuberías con especificaciones de alta resistencia al colapso y a la sobrepresión, siendo mucho más factible realizar la instalación de dispositivos de control de los transitorios hidráulicos, particularmente aquellos que actúan sobre la onda de depresión.

Es importante señalar que no hay un dispositivo de control aplicable a todos los casos; cada uno presenta ventajas y desventajas sobre los demás. La elección del dispositivo está fuertemente influida por la topografía del terreno a través del cual se va a tender la conducción, por lo que es necesario analizar cada sistema de bombeo y proponer los dispositivos de control para cada caso en particular.

A continuación se presenta una descripción general del funcionamiento de los dispositivos de control de transitorios más comúnmente usados en los sistemas de bombeo.

5.6.1 Torre de oscilación

La torre o tanque de oscilación es un dispositivo que permite confinar el transitorio hidráulico rápido, provocado por el disparo de las bombas, en un tramo comprendido entre la planta de bombeo y la propia torre. De esta manera, las perturbaciones son reflejadas y no se propagan hacia el extremo aguas abajo de la conducción, donde solo se producirá un transitorio lento, es decir, un fenómeno de oscilación de masa entre la torre y el tanque de almacenamiento ubicado al final de la conducción.

Como se ilustra en la figura 5.29, la torre de oscilación es un depósito abierto a la atmósfera cuya área transversal A_{TO} , normalmente, es constante, esta estructura se conecta de manera directa a la tubería de conducción de área A .

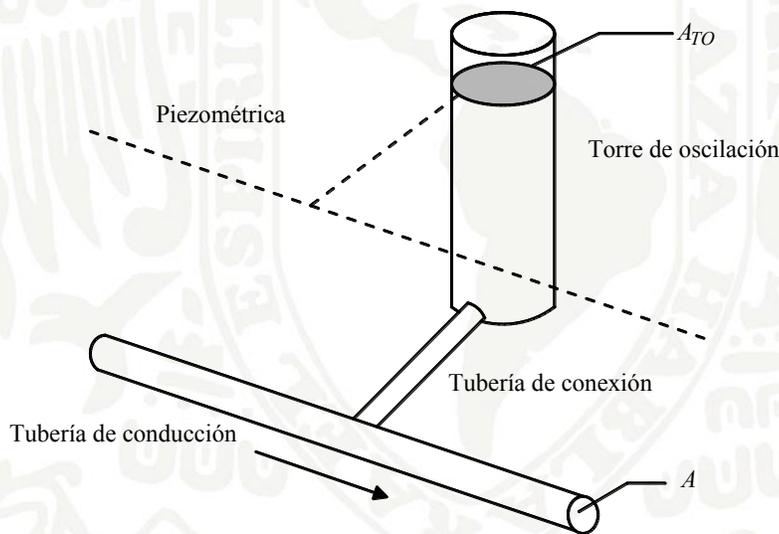


FIGURA 5.29 ESQUEMA DE UNA TORRE DE OSCILACIÓN

En la práctica, generalmente, se tiene que:

$$A_{TO} \approx 10 A \quad (5.87)$$

Por lo regular, la conexión entre la tubería de conducción y la torre se realiza por medio de una tubería de cuando mucho algunas decenas de metros de longitud, aunque en ocasiones la tubería

de conducción entra y sale directamente de la torre. En cualquier caso, esta conexión franca hace que en flujo permanente, la torre de oscilación no sea otra cosa que un gran piezómetro.

Entre las ventajas de la torre de oscilación destacan las siguientes:

- Es una obra civil que no requiere mantenimiento eléctrico ni mecánico.
- Normalmente es un dispositivo de control primario que no requiere de otros dispositivos de control secundarios

Por otro lado, entre sus desventajas están:

- Al tratarse de una estructura abierta a la atmósfera y con una conexión franca a la conducción, requiere que su coronamiento esté por encima del nivel piezométrico.
- Para evitar su vaciado, el desplante de la torre debe estar por debajo de la línea piezométrica correspondiente a gasto nulo.
- Derivado de los puntos anteriores, normalmente es una estructura de gran altura, lo que implica también un alto costo.
- Implica mayores solicitaciones a la tubería localizada entre la planta de bombeo y la propia torre.
- Los equipos de bombeo deberán soportar velocidades considerables en reversa (flujo invertido) durante el transitorio.

Para ejemplificar la forma en que una torre de oscilación realiza el control de los transitorios hidráulicos en un sistema de bombeo, se retoma el caso de estudio visto en las secciones 5.4 y 5.5, para el cual en la figura 5.28 se muestran las envolventes de cargas extremas luego del disparo de dos bombas en la planta de bombeo, para un gasto de $2.0 \text{ m}^3/\text{s}$. Dichas envolventes evidenciaron problemas de depresión y de sobrepresión en la línea de conducción.

Se considera ahora la instalación de una torre de oscilación de 15 m^2 de área transversal y 180 m de altura, localizada a 800 m de la planta de bombeo. El área propuesta para la torre representa aproximadamente diez veces el área de la conducción, de 54 pulgadas de diámetro, mientras que la altura de 180 m es la necesaria para que con un libre bordo de aproximadamente 10 m, la línea piezométrica se ubique por debajo de la corona de la torre.

La figura 5.30 muestra las envolventes de cargas extremas considerando la operación de la torre de oscilación propuesta. Como puede observarse, estas envolventes se ubican ahora entre el perfil de la conducción y la línea de resistencia de la tubería, por lo que no se presentarán problemas de depresión ni de sobrepresión. Adicionalmente, se aprecia que aguas abajo de la torre de oscilación las perturbaciones provocadas por el disparo de las bombas son de mucho menor consideración que las que se presentan en el tramo localizado aguas arriba de la torre.

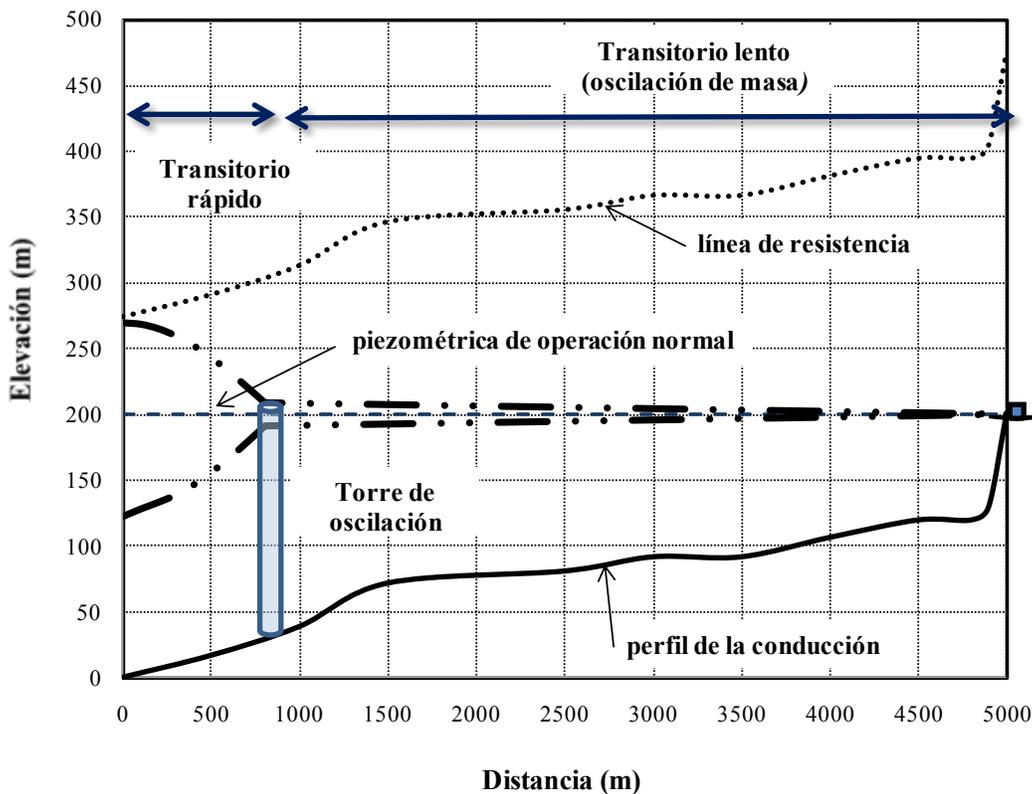


FIGURA 5.30 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS CON TORRE DE OSCILACIÓN

La figura 5.31 muestra en forma gráfica la variación del nivel del agua en el interior de la torre de oscilación, luego del disparo de las bombas. Se observa que a partir del nivel correspondiente a la operación en flujo establecido (200 m), se produce una oscilación con una amplitud de ± 8.80 m y con un periodo de 420 segundos. Esta gráfica se calculó mediante un análisis usando el modelo de columna rígida, el cual fue planteado en la sección 5.3.1.

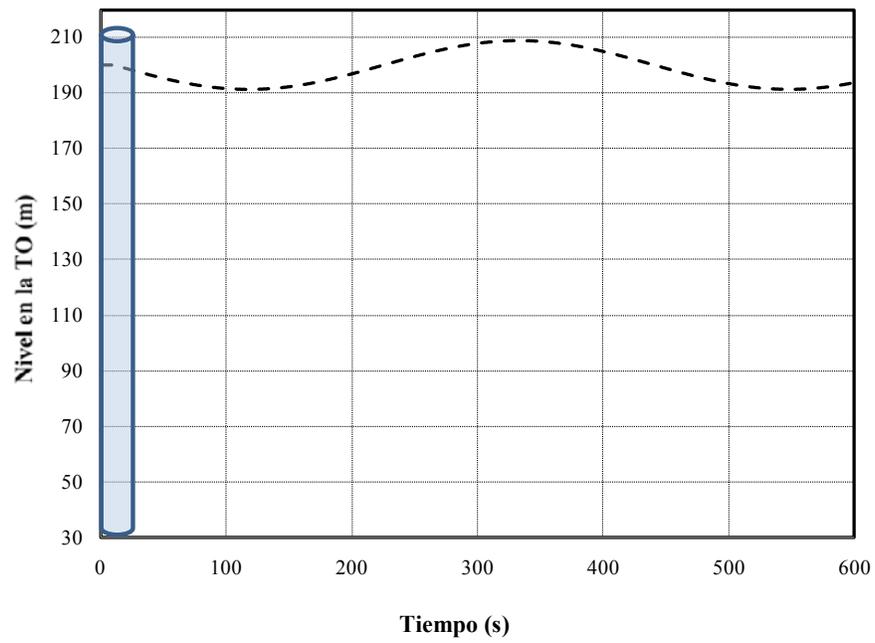


FIGURA 5.31 VARIACIÓN DEL NIVEL DE AGUA EN LA TORRE DE OSCILACIÓN



FIGURA 5.32 ASPECTO DE UNA TORRE DE OSCILACIÓN DE 7 m DE DIÁMETRO Y 40 m DE ALTURA

Para sistemas de bombeo en los cuales la topografía permite la instalación de torres de oscilación cuya altura no rebase los 50 m de altura, la torre puede ser la solución óptima para el control de los transitorios. La figura 5.32 muestra, a manera de ejemplo, una torre de 7 m de diámetro y 42 m de altura. Sin embargo, en casos como el de estudio, la instalación de una torre de oscilación de 180 m de altura resultaría técnica y económicamente inviable, por lo que de no disponer de un perfil topográfico adecuado, será necesario explorar otras alternativas.

5.6.2 Tanque unidireccional

A diferencia de la torre de oscilación, el tanque unidireccional es un depósito cuya conexión a la tubería de conducción no es franca, pues cuenta con una válvula de retención que solo permite el flujo del tanque hacia la conducción (ver figura 5.33). Por lo anterior, el nivel de la superficie libre en el interior del tanque puede ubicarse por debajo de la línea piezométrica de operación normal.

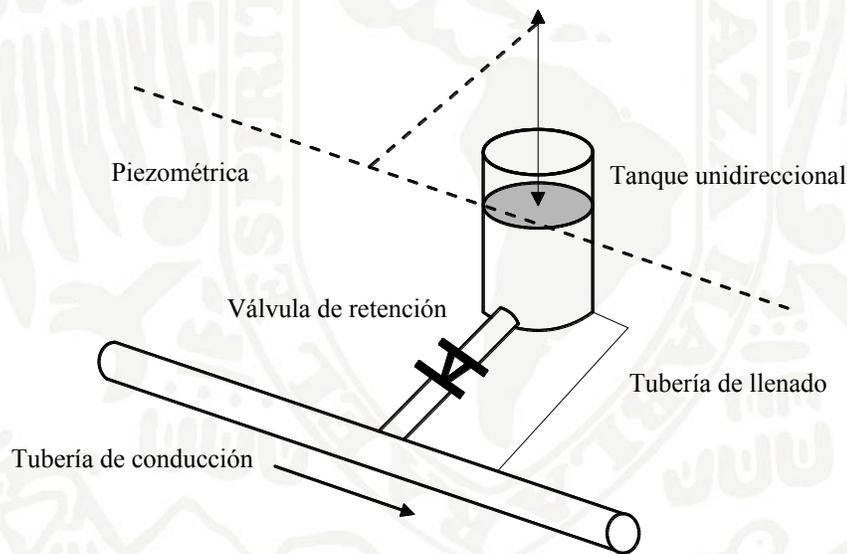


FIGURA 5.33 ESQUEMA DE UN TANQUE UNIDIRECCIONAL

Por su menor altura, el tanque unidireccional solo refleja en forma parcial la onda incidente y permite el paso de una onda de baja presión de menor magnitud hacia aguas abajo de la conducción. En efecto, al incidir la onda de depresión el tanque está aislado por la válvula de retención y la onda no percibe su presencia, pero cuando la piezométrica ha descendido lo necesario para que la válvula abra, el tanque actúa ahora si como un reflector de la onda de baja

presión, tal como la hace la torre de oscilación. En este momento, se produce el vaciado del tanque y se aporta un volumen de agua suficiente para el control parcial de onda de baja presión. Una vez que el tanque ha realizado su función, debe llenarse nuevamente a fin de estar disponible para la próxima operación. Este llenado se realiza por una tubería alterna, diseñada para tal efecto. La figura 5.34 muestra un tanque unidireccional de 18 m de altura y 18 m de diámetro, se aprecia también la tubería de conexión a la conducción principal y la fontanería que integra la batería de válvulas de retención.



FIGURA 5.34 TANQUE UNIDIRECCIONAL DE 18 M DE DIÁMETRO Y 18 M DE ALTURA

Las ventajas del tanque unidireccional son:

- Baja altura, pues su coronamiento está por debajo de la línea piezométrica.
- Al reflejar parcialmente las ondas de baja presión no induce sobre la máquina grandes sobrevelocidades en reversa.

Sus principales desventajas son:

- Requiere mantenimiento mecánico periódico (válvulas de retención y tubería de llenado).
- Implica solicitaciones importantes a la tubería localizada entre la planta de bombeo y el propio tanque.

- Comúnmente requiere de dispositivos de control secundarios para protección de toda la línea de conducción. Con frecuencia, los tanques unidireccionales son utilizados también como dispositivos secundarios.

Para el caso de estudio, se propone la instalación de un tanque unidireccional de 15 m² de área, igual a la torre de oscilación, pero de solo 40 m de altura, localizado a 1600 m de la planta de bombeo. Considerando un bordo libre de 1.0 m, el tirante del agua en el interior del tanque sería de 39 m que, sumados a la elevación de desplante del tanque (71 m), produciría que el nivel de agua en su interior se ubique en la elevación 110 m. Con lo anterior, dicho nivel del agua estaría 70 m por debajo de la línea de cargas piezométricas.

En la figura 5.35 se muestran las envolventes de cargas extremas considerando la operación del tanque unidireccional. Se observa un control muy eficiente de las depresiones al mantener a la envolvente de cargas mínimas por encima del perfil de la conducción. Para la realización de estos cálculos se empleó un programa de cálculo que queda fuera del alcance de este texto, pero se presentan los resultados para que se puedan comparar las ventajas que tiene un dispositivo sobre otro para un caso particular.

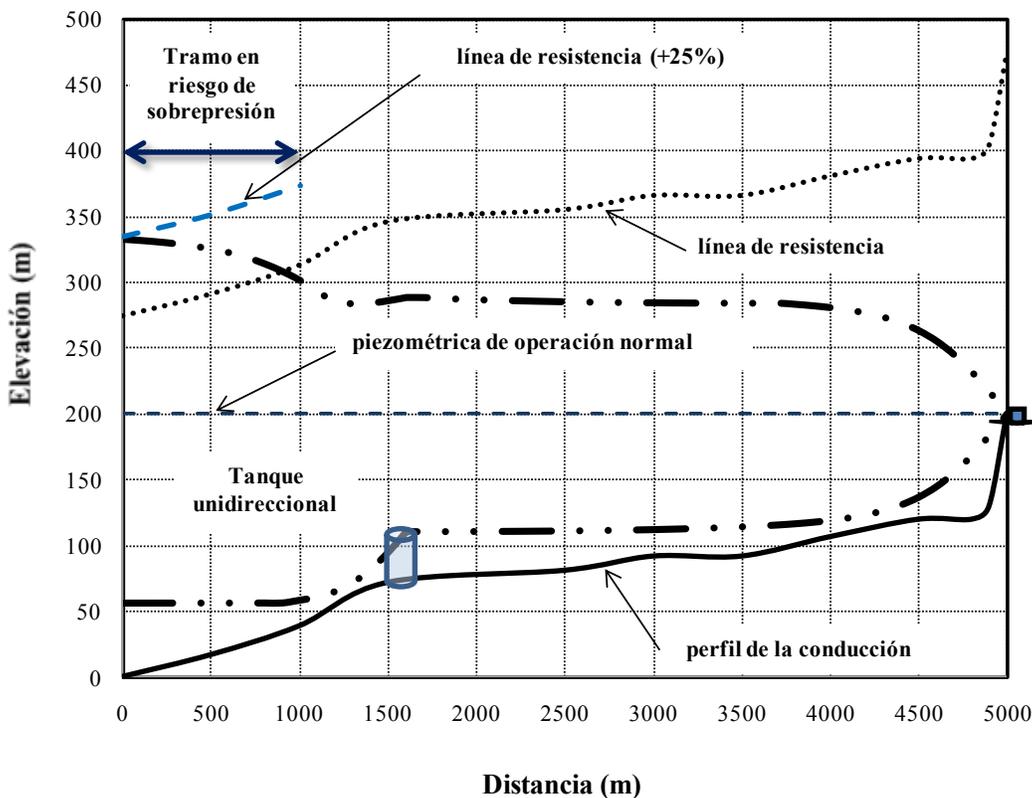


FIGURA 5.35 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS CON TANQUE UNIDIRECCIONAL

Por lo que respecta a la envolvente de presiones máximas, esta se ubica por debajo de la línea de resistencia de la tubería en buena parte de la conducción, salvo en un tramo de poco menos de 1000 m localizado al inicio de la conducción, poniendo en riesgo de falla a la tubería por sobrepresión.

Por tratarse de un tramo relativamente corto respecto al total de la conducción, una forma sencilla de evitar este problema de sobrepresión es incrementar la resistencia de la tubería en dicho tramo. Como se indica en la figura, un incremento del 25 % de la resistencia de la tubería en el tramo inicial de 1000 m sería suficiente.

5.6.3 Cámara de aire

A diferencia de las estructuras de control de transitorios analizadas anteriormente, la cámara de aire es un recipiente hermético en cuyo interior se almacena agua y aire comprimido, es decir, se trata de un recipiente hidroneumático. En el arreglo más simple, la cámara de aire se conecta de manera franca a la línea de conducción, tal como lo hace la torre de oscilación, y su funcionamiento es muy parecido al de esta, salvo que el espejo de agua en su interior no está en contacto con la atmósfera, sino con un colchón de aire comprimido a una presión equivalente a la columna de agua que impone en ese punto la línea de cargas piezométricas (figura 5.36). Las cámaras de aire requieren de un compresor para llenarlas y para reponer el aire que se llegue a perder en su interior, pero vale la pena aclarar que el compresor no juega ningún papel durante el flujo transitorio

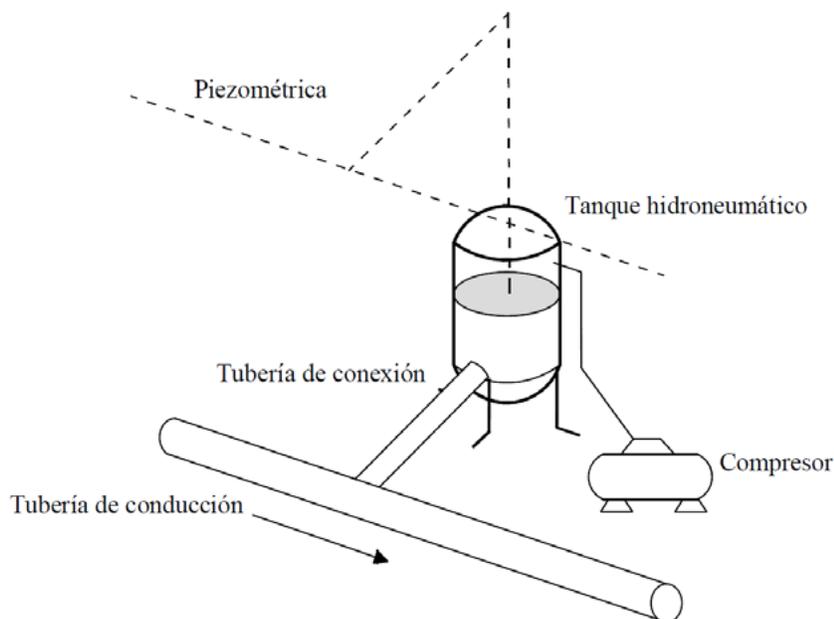


FIGURA 5.36 ESQUEMA DE UNA CÁMARA DE AIRE

Al producirse un paro en la planta de bombeo, la presión en la conducción disminuye y el aire del interior de la cámara tiende a expandirse, provocando la expulsión del agua almacenada. La inyección de agua a la línea, que sustituye parcialmente el caudal que ya no suministra la planta de bombeo, disminuye gradualmente hasta alcanzar un nivel mínimo en el interior de la cámara. En seguida, el flujo en la conducción se invierte provocando ahora el llenado de la cámara de aire hasta alcanzar su nivel máximo. Los ciclos de expansión y compresión del aire se repiten hasta que, por efecto de la fricción, el nivel del agua se estabiliza a la presión correspondiente a la condición de gasto nulo.

De esta manera, la presencia de la cámara de aire traduce el fenómeno transitorio rápido en un fenómeno lento de oscilación de masa, por ello es frecuente que a la cámara de aire también se le denomine cámara de oscilación.

Como la ubicación de la cámara de aire no está ligada a la piezométrica, normalmente puede instalarse justo en la descarga de la planta de bombeo, dando así protección a toda la línea de conducción, por lo que en muchos casos no se requiere de dispositivos de control secundarios.

Para el control de las oscilaciones de presión en la conducción el volumen inicial de aire en el interior de la cámara es una variable muy importante. Por lo general, mientras más grande es la cámara de aire, y con ello en volumen de aire, mayor será su eficiencia en el control del transitorio hidráulico. En ocasiones un adecuado dimensionamiento de la cámara conducirá a un control eficiente tanto de las depresiones como de las sobrepresiones.

Sin embargo, en otras ocasiones aunque el control de las depresiones sea factible, las sobrepresiones resultan excesivas. En estos casos, se acostumbra instalar en la conexión una válvula de retención y una tubería de paso alternativo o *by-pass*, este tipo de conexión se denomina de entrada y salida diferencial. De esta forma, se permite la salida franca de agua de la cámara hacia la conducción, pero se restringe el ingreso de agua a la cámara, evitando así la compresión excesiva de aire y con ello el incremento de las presiones transitorias.

La figura 5.37 muestra aspectos de una batería de cámaras de aire de 11 m de altura y 3.40 m de diámetro. La parte (a) muestra los tres tanques hidroneumáticos que componen esta batería, mientras que la parte (b) presenta un aspecto del sistema de conexión con entrada y salida diferencial.



(a)



(b)

FIGURA 5.37 ASPECTOS DE UNA BATERÍA DE CÁMARAS DE AIRE

Entre las ventajas de la cámara de aire destacan las siguientes:

- En función del volumen inicial de aire, permiten reducir a voluntad la magnitud de las oscilaciones de presión en la conducción.

- El control de las presiones transitorias no depende de la cota inicial de la superficie libre del agua dentro de la cámara.
- Debido a que volumen de agua requerido dentro de la cámara de aire es inferior al que requieren otros dispositivos, se trata en general de estructuras de menor tamaño.
- Normalmente, la cámara de aire puede instalarse en la descarga de la planta de bombeo, lo que simplifica su operación y mantenimiento.
- En sistemas de bombeo relativamente pequeños, por lo general, no se requiere de dispositivos de control secundarios para protección de la línea de conducción.

Entre sus desventajas se encuentran:

- Requiere mantenimiento eléctrico y mecánico periódico del compresor y, cuando son requeridas, el mantenimiento mecánico de las válvulas de retención.
- En sistemas de bombeo relativamente grandes ($Q > 5 \text{ m}^3/\text{s}$), frecuentemente se requiere de dispositivos de control secundarios.

La figura 5.38 muestra las envolventes de cargas extremas para el caso de estudio al considerar la operación de una cámara de aire con conexión franca a la línea de conducción. El tanque hidroneumático en cuestión tiene un área de sección transversal de 15 m^2 y una altura de 10 m. Se ha considerado, además, un volumen inicial de aire de 75 m^3 . Se puede observar que la cámara de aire controla de manera muy eficiente el transitorio hidráulico en la línea de conducción, al mantener la envolvente de cargas mínimas por arriba del perfil de la conducción y a la envolvente de cargas máximas por debajo de la línea de resistencia de la tubería.

Adicionalmente, la figura 5.39 muestra la variación del nivel del agua que se produce en el interior de la cámara de aire luego del disparo de las bombas. El nivel del agua inicial en la cámara, correspondiente a la operación en flujo establecido, fue considerado en la cota 5.0 m. A partir de este nivel se produce una oscilación con una amplitud de $\pm 1.20 \text{ m}$ y con un periodo de 75 segundos. Al igual que en el caso del tanque unidireccional, para la realización de estos cálculos se empleó un programa de cálculo que queda fuera del alcance de este texto.

Si bien se ha señalado que no existen dispositivos de control de transitorios aplicables a todos los casos, las cámaras de aire son dispositivos muy versátiles y de amplia aplicación, por lo que es recomendable considerarlas siempre como una alternativa. Pese a lo anterior, las cámaras de aire no son fácilmente aceptadas por los encargados de la operación de sistemas de bombeo, pues a diferencia de las torres de oscilación, requieren de mantenimiento frecuente.

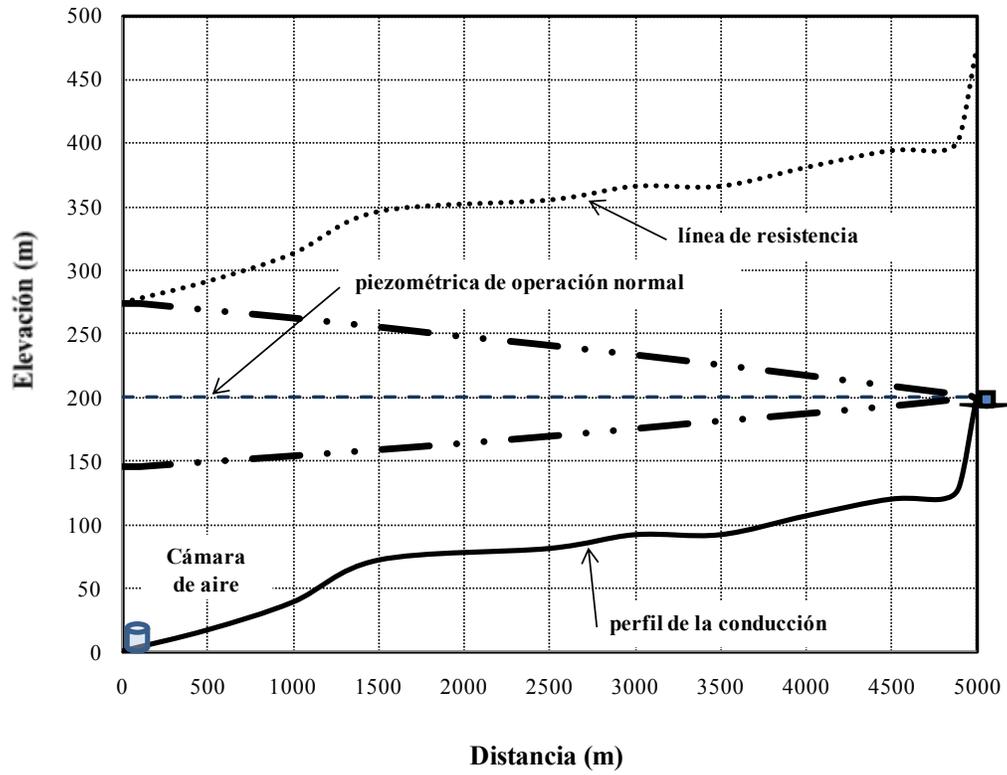


FIGURA 5.38 ENVOLVENTES DE CARGAS EXTREMAS CON CÁMARA DE AIRE

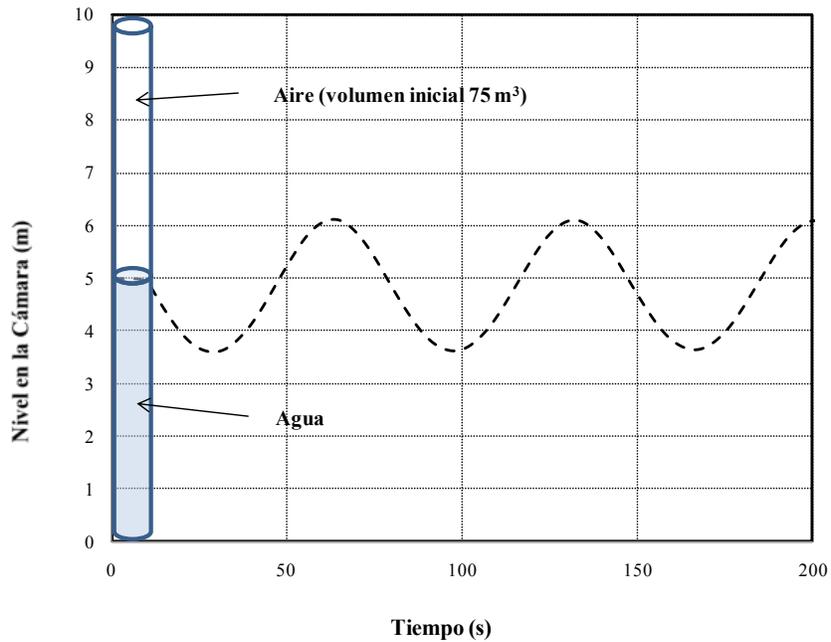


FIGURA 5.39 VARIACIÓN DEL NIVEL DE AGUA EN LA CÁMARA DE AIRE

5.6.4 Válvula de alivio

La válvula de alivio contra golpe de ariete es un dispositivo mecánico comercial cuyas características varían de un fabricante a otro, pero en todos los casos su función es abrir una conexión entre el interior de la tubería de conducción y la atmósfera, cuando la presión interior sobrepasa un valor límite previamente establecido. De esta forma, la válvula de alivio permite limitar las presiones máximas en la conducción por lo que es un dispositivo muy adecuado para el control de sobrepresiones. En cambio, la válvula de alivio no actúa al presentarse una onda de baja presión, por lo que no es un dispositivo capaz de controlar las depresiones.

En algunos casos, la apertura de la válvula puede ser comandada por medio de una válvula solenoide que, al interrumpirse el suministro de energía eléctrica a las bombas, habilita un circuito hidráulico o neumático que abre la válvula instantes antes de que ocurra el ascenso de presión, garantizando su operación oportuna.

La figura 5.40 muestra el aspecto de una válvula de alivio de 4 pulgadas de diámetro.



FIGURA 5.40 VÁLVULA DE ALIVIO

5.6.5 Válvula de admisión y expulsión de aire

Una forma simple de controlar las depresiones generadas durante un transitorio hidráulico es mediante la instalación de válvulas de admisión y expulsión de aire (VAEA), que permiten el ingreso de aire a la conducción cuando la presión tiende a situarse por debajo de la presión atmosférica; por ello, estas válvulas son denominadas también válvulas rompedoras de vacío. Cuando la presión aumenta hasta superar la presión exterior, el aire admitido podrá ser expulsado por la propia válvula de manera que se recupere la continuidad de la columna líquida. Un esquema de este tipo de válvulas fue ya mostrado en la figura 4.33.

Las válvulas de admisión y expulsión de aire se instalan normalmente en los puntos altos de las tuberías, que es donde pueden quedarse atrapadas burbujas de aire durante el llenado de la conducción. También es el primer punto de ingreso de aire a la tubería durante el vaciado de la conducción. La función de este tipo de válvula es evitar que, durante el llenado de la conducción, quede aire atrapado en su interior y que en el vaciado, la tubería nunca se encuentre sometida a depresiones.

Su uso en el control del flujo transitorio puede constituir un elemento sumamente eficaz para la prevención de las depresiones, siempre y cuando la presión en el interior de la tubería nunca disminuya a la presión de vaporización. Por ello, la correcta modelación del funcionamiento transitorio de las válvulas de admisión y expulsión de aire resulta imprescindible para garantizar la determinación exacta de las depresiones y sobrepresiones que se alcanzarán en los distintos puntos de la tubería.

La principal desventaja de utilizar estas válvulas como dispositivos de control de transitorios radica precisamente en la introducción de aire en la línea. Una vez introducido el aire, este puede desplazarse y, si no es evacuado eficazmente antes de restablecer el servicio nuevamente, puede generar problemas de inestabilidad en el flujo o reducir la capacidad de conducción.

La figura 5.41 muestra un árbol de dos válvulas de admisión y expulsión de aire, de 6 in de diámetro cada una, instaladas en un registro de 24 in de diámetro que se inserta en la parte superior de la línea de conducción.



FIGURA 5.41 ÁRBOL DE DOS VÁLVULAS DE ADMISIÓN Y EXPULSIÓN DE AIRE

5.7 EJERCICIOS PROPUESTOS

En todos los problemas considere la viscosidad cinemática igual a $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Si no se proporciona la temperatura, considere $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Ejercicio 5.1 Calcule la celeridad de la onda de presión y la magnitud del frente de onda debidos a un cierre brusco; en todos los casos considere que $V = 2 \text{ m/s}$ en flujo permanente y que el conducto está parcialmente empotrado. Para el módulo de elasticidad y la relación de Poisson, tome el máximo valor de la tabla 5.2. $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Material	Concreto	PVC	Fierro fundido	Plomo	Bronce
D (m)	0.5	0.5	1	0.3	1
e (in)	1/2	1/8	1/2	1/8	1/2

Ejercicio 5.2 Haga breves semblanzas de Joukowsky y de Allievi.

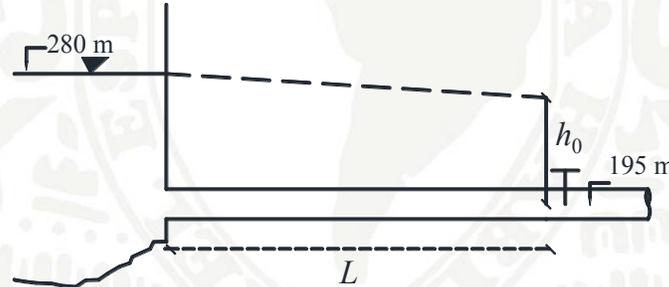
Ejercicio 5.3 Considere un conducto de sección circular con $D = 0.80$ m construido en Plexiglas. El conducto tiene el movimiento totalmente restringido. $t = 10$ °C.

- Calcule la celeridad para los siguientes espesores: $e = 1/8"$, $e = 1/2"$, $e = 1"$ y compare los resultados.
- Determine el valor de la celeridad en un medio no confinado y analice la diferencia entre este valor y los obtenidos en el inciso anterior ¿a qué se debe la diferencia?

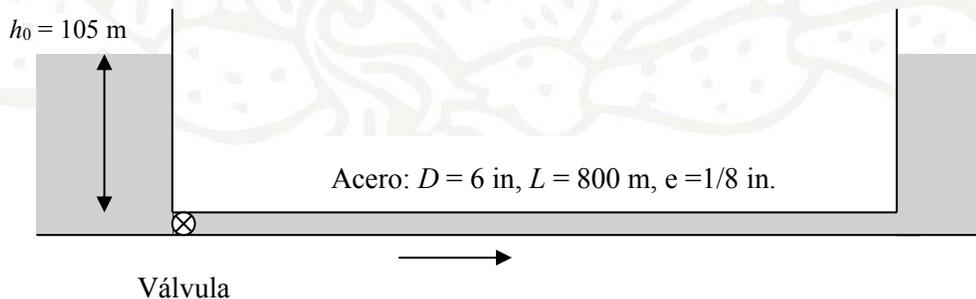
Ejercicio 5.4 Demuestre, de forma similar a como se dedujo la ecuación 5.8a, que cuando se presenta un cierre instantáneo, en el tiempo comprendido entre $2L/a < t < 3L/a$, el frente de onda negativo se calcula como $\Delta p = -\rho a V_0$.

Ejercicio 5.5 La figura muestra un conducto de PVC en el que la velocidad en flujo permanente es $V = 1.4$ m/s. $D = 20"$, $e = 1/2"$, $f = 0.011$, $L = 1000$ m, $f_{seg} = 1.1$. Conducto parcialmente empotrado.

- Determine la carga h_0 en flujo permanente, así como la carga de presión p_{nom} / γ que resiste el conducto.
- Calcule las cargas máxima y mínima que se presentan debido a un cierre rápido y revise si el conducto resiste tanto por sobrepresión como por depresión.



Ejercicio 5.6 Una tubería de acero está instalada de tal forma que su expansión longitudinal no está permitida. La tubería conduce un gasto de 15 lps y el efecto de la fricción es despreciable.

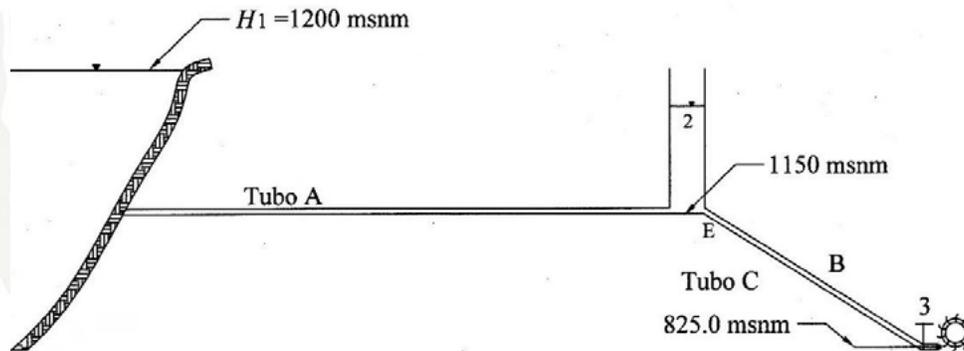


Determine:

- La resistencia (presión) nominal de la tubería, considere un factor de seguridad de 2.
- El cambio de carga Δh que se presentará aguas abajo de la válvula si esta se cierra en forma brusca y total.
- Las cargas máximas y mínimas que se presentarán aguas abajo de la válvula si la carga de presión en operación normal es de 105 mca (metros columna de agua).
- Señale si se presentarán problemas, ya sean de sobrepresión o de depresión.
- Determine el tiempo que tardará la onda de depresión en llegar al tanque final medido a partir del cierre de la válvula.

Ejercicio 5.7 $Q = 26.5 \text{ m}^3/\text{s}$, el diámetro de la torre es $D_T = 18 \text{ m}$. En los tubos A y C solo considere pérdidas por fricción. Después de la válvula de la sección 3 se tiene una reducción para descarga controlada por un chiflón hacia una turbina tipo Pelton.

Considere $\phi = 1$, $f_{seg} = 1.1$.



Tubo	D	L	f	ϵ	e
	(m)	(m)		(mm)	(in)
A concreto	4.2	18000	0.018		
C acero	3.2	400		0.2	1.5
chiflón	0.64				

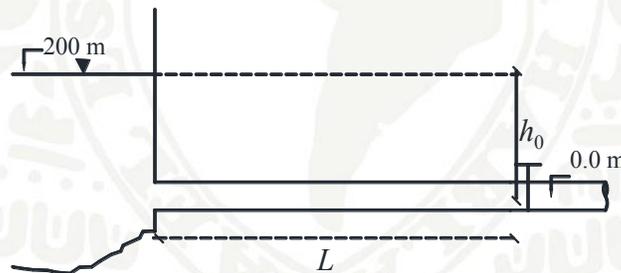
- Determine, para las condiciones de flujo permanente: el nivel del agua H_2 en la torre de oscilación, la carga total H_3 en la sección 3, justo antes de válvula y el coeficiente de pérdida local del chiflón, k_{ch} , considere que la pérdida en la salida es $h_{rs} = k_{ch} \times V_s^2 / 2g$.

- b) Calcule la carga p_{nom} / γ que resiste el tubo C. Se produce un cierre brusco en la válvula en 3, determine las cargas $h_{m\acute{a}x}$ y $h_{m\acute{i}n}$ en las secciones 3 y en la B que se encuentra justo a la mitad del tubo C. Indique si se presenta algún problema en estas secciones.
- c) Considere cierre lento con $\theta=3$ (calcule los primeros 6 periodos), considere que las magnitudes máximas de Δh (positivos y negativos) se propagan en todo el tubo C. Calcule las cargas $h_{m\acute{a}x}$ y $h_{m\acute{i}n}$ en las secciones 3 y B e indique si resisten.

Ejercicio 5.8. Con respecto al problema 5.7, considere que para efectos del diseño de la torre de oscilación, un cierre total y rápido en la sección 3 es equivalente a tener el cierre de una válvula en la sección E justo aguas abajo de la torre de oscilación. Calcule los valores máximo y mínimo de la oscilación, considere intervalos $\Delta t = 20$ s. Determine la altura de la torre si el bordo libre es de 1.5 m.

Ejercicio 5.9 En el conducto mostrado, la válvula está totalmente cerrada. $D=1$ m, $L=2000$ m. Cuando la válvula se abre y se estabiliza el flujo permanente se tiene $Q=2.6$ m³/s. Considere despreciables los efectos de la fricción y que durante el transitorio $a=1000$ m/s.

- a) Si la maniobra de la apertura es lenta con $\theta=4$, calcule y grafique los valores de h_i y V_i durante los primeros 10 periodos.



Ejercicio 5.10 Una conducción parte de un almacenamiento cuyo nivel del agua está en la elevación 230 m. El gasto que conduce es de 3 m³/s. No se consideran pérdidas. $f_{seg} = 1.5$. Movimiento axial parcialmente restringido. En el cadenamiento 5000 m se tiene una válvula.

- a) Analice si la conducción resiste cuando se presenta un cierre lento con $\theta = 2$. Considere que las magnitudes máximas de Δh (positivos y negativos) que se presentan junto a la válvula se propagan en todo el tubo
- b) En el mismo plano grafique las líneas de resistencia y las envolventes de cargas máximas y mínimas, indique cuales son las zonas potenciales de fallar, tanto por sobrepresión como por depresión.

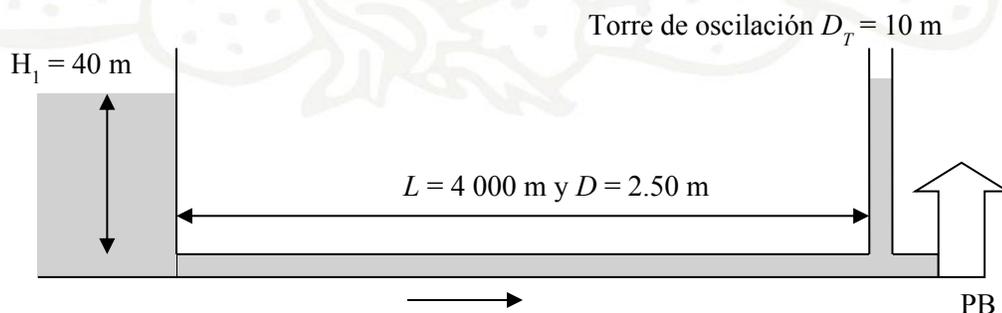
- c) Considere que se coloca una torre de oscilación en el cadenamiento 2500 y que justo en la salida de la torre se produce un cierre total. Calcule la oscilación dentro de los primeros 500 segundos, considere $D_T = 6$ m, y $\Delta t = 25$ s.

Tubo	D	L	f	e
	in	(m)		in
acero	50	5000	0	0.5

Cadenamiento	Elevación
0	210
500	200
1000	150
1500	170
2500	150
3000	110
3500	95
4000	80
4500	70
4800	35
4900	20
5000	0

Ejercicio 5.11 Una planta de bombeo se alimenta de una tubería de succión que tiene una longitud de 4 000 m y un diámetro de 2.50 m. En la planta de bombeo se presenta un paro accidental de las bombas de tal forma que el gasto que ingresa a la planta pasa de $12 \text{ m}^3/\text{s}$ a cero de manera prácticamente instantánea. Aguas arriba de la planta de bombeo hay una torre de oscilación de 10 m de diámetro. Considere despreciable la fricción.

- Considere despreciable la fricción y determine los niveles extremos (máximo y mínimo) en la torre de oscilación y los tiempos en los que se presentan. Para el cálculo considere $\Delta t = 10$ s.
- Considere que en la tubería el factor de fricción es $f = 0.020$ y determine los niveles extremos (máximo y mínimo) en la torre de oscilación y los tiempos en los que se presentan. Considere $\Delta t = 10$ s.
- Elabore para cada uno de los casos anteriores las gráficas del nivel en la torre y del gasto contra el tiempo y compare los resultados. Calcule hasta los primeros 1500 s.



5.8 SOLUCIÓN A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS IMPARES

Ejercicio 5.1

	a (m/s)	Δh (m)
Concreto	726	± 148
PVC	161	± 32.8
Fierro fundido	1028	± 209.6
Plomo	449	± 91.6
Bronce	988	± 201.4

Ejercicio 5.3

- a) Con $e = 1/8"$, $a = 165.1$ m/s, con $e = 1/2"$, $a = 324$ m/s, $e = 1"$, $a = 447$ m/s. Conforme el medio se hace más rígido, la celeridad aumenta.
- b) $a_0 = 1452$ m/s. La onda de presión es más lenta cuando viaja confinada en un medio flexible como el plexiglás, y es por eso que los valores del inciso anterior son mucho menores que el que corresponde a un medio no confinado.

Ejercicio 5.5

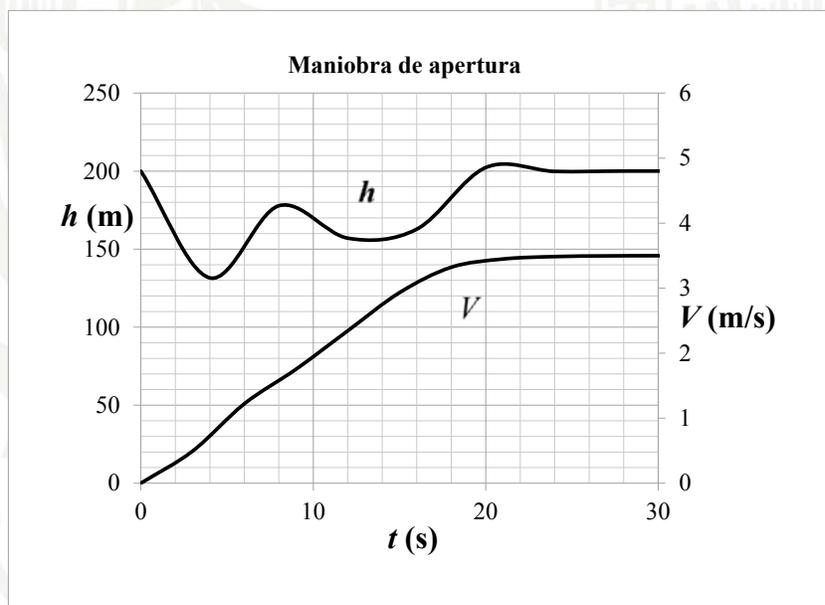
- a) $h_0 = 82.74$ m, $p_{nom}/\gamma = 123.86$ m.
- b) $h_{m\acute{a}x} = 127.55$ m, no resiste por sobrepresión, $h_{m\acute{i}n} = 37.92$ m, no hay problema por depresión.

Ejercicio 5.7

- a) $H_2 = 1185.6$ m, $H_3 = 1184.83$ m, $k_{ch} = 0.04$.
- b) $p_{nom}/\gamma = 479$ m. Si el cierre es brusco, en la sección 3 se tendría: $h_{m\acute{a}x} = 723$ m, ruptura, $h_{m\acute{i}n} = -3.7$ m, colapso y en la sección B, $h_{m\acute{a}x} = 560.7$ m y $h_{m\acute{i}n} = -166$ m (este valor es físicamente imposible, pero indica que se presentaría colapso).
- c) En la sección 3: $h_{m\acute{a}x} = 451.8$ m, $h_{m\acute{i}n} = 280.7$ m, no hay problemas de colapso ni de ruptura. En la sección B, $h_{m\acute{a}x} = 289$ m y $h_{m\acute{i}n} = 118$ m, tampoco se presentan problemas de ruptura ni de colapso.

Ejercicio 5.9

i	t	h_i	Δh	V_i
	(s)	(m)	(m)	(m/s)
0	0	200.00	0	0.000
1	4.0	131.57	-68.426	0.671
2	8.0	177.78	-22.224	1.561
3	12.0	157.04	-42.964	2.200
4	16.0	162.79	-37.215	2.987
5	20.0	202.28	2.284	3.329
6	24.0	199.80	-0.197	3.309
7	28.0	200.02	0.017	3.311
8	32.0	200.00	-0.001	3.310
9	36.0	200.00	0.000	3.310
10	40.0	200.00	0.000	3.310



Ejercicio 5.11

a) Sin fricción

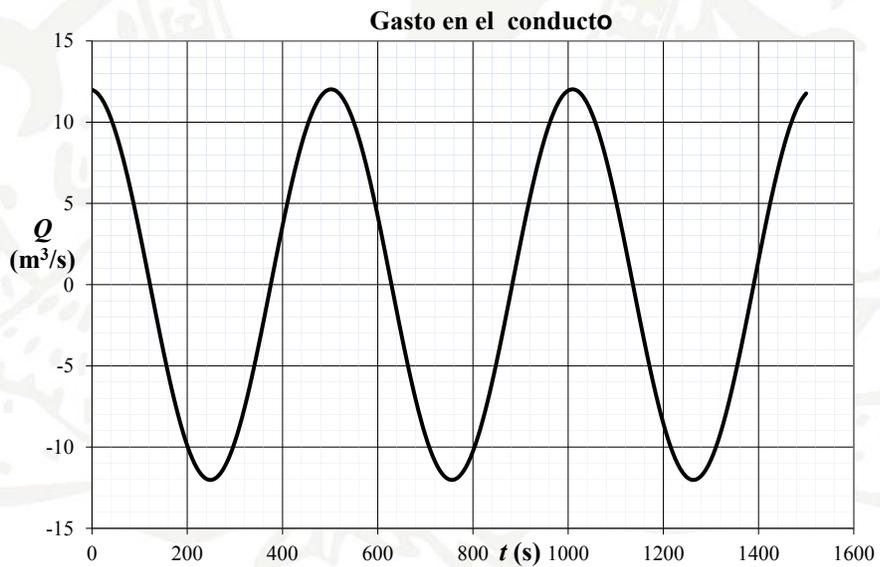
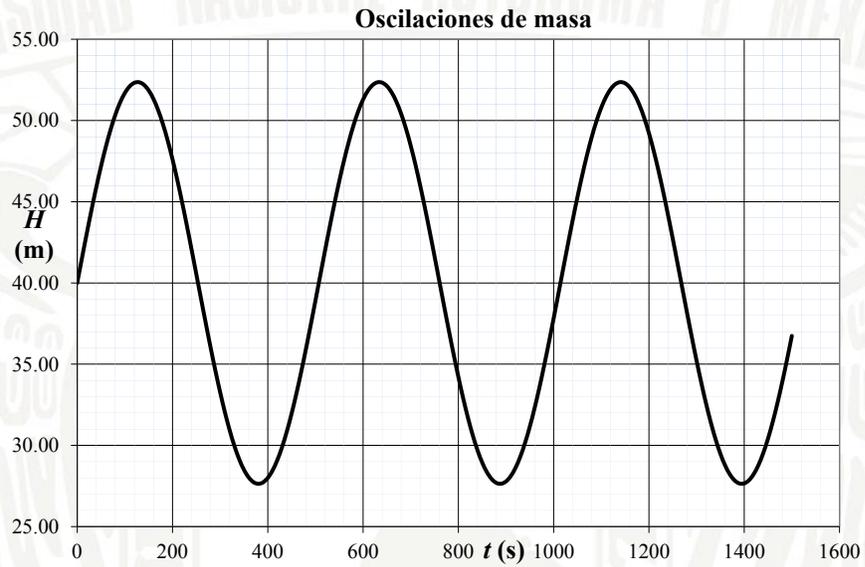
$$H_{2m\acute{a}x} = 52.35 \text{ m en } t=130 \text{ s, } H_{2m\grave{i}n} = 45.88 \text{ m en } t=180 \text{ s.}$$

b) Con fricción

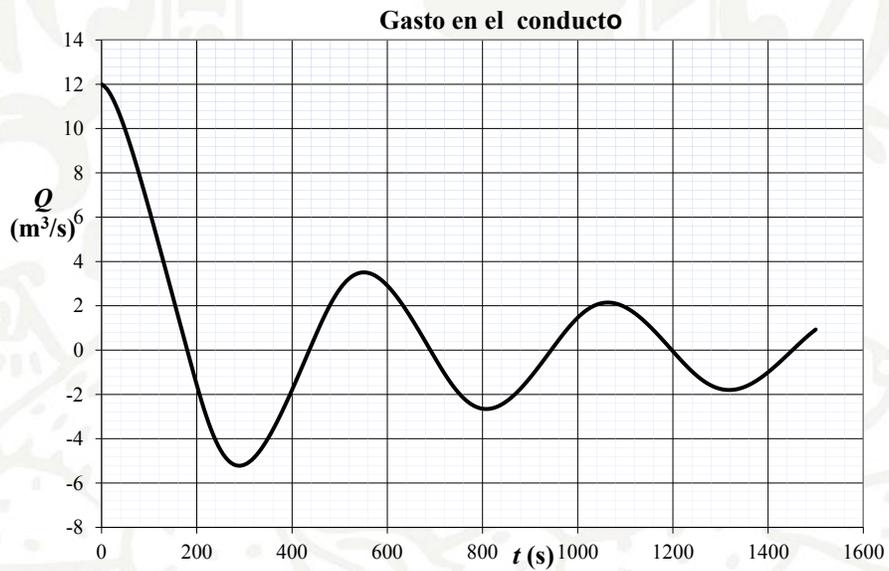
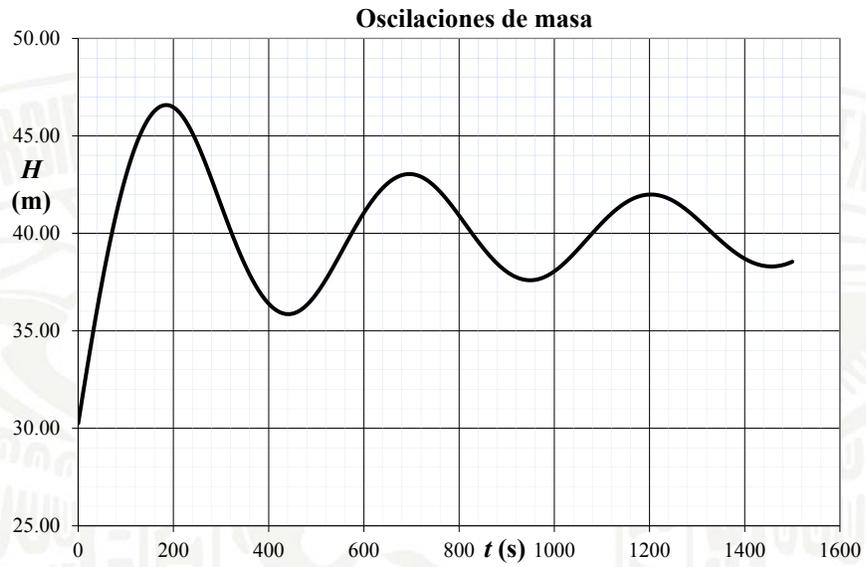
$$H_{2m\acute{a}x} = 46.57 \text{ m en } t=180 \text{ s, } H_{2m\grave{i}n} = 35.86 \text{ m en } t=440 \text{ s.}$$

c) Gráficas

Sin fricción:



Con fricción:



BIBLIOGRAFÍA

- BLOCH HEINZ, P.; BUDRIS ALLAN, R. 2005. *Pump User's Handbook Life Extension*. 2nd. ed. Lilburn, GA: The Fairmont Press.
- CHAUDRY, H. 1979. *Applied Hydraulic Transients*. New York: Van Nostrand Reinhold Company.
- DIRECCIÓN GENERAL DE CONSTRUCCIÓN Y OPERACIÓN HIDRÁULICA. 1989. *Manual de diseño hidráulico de plantas de bombeo de cárcamo circular*. México: Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal.
- ELLIS, John. 2008. *Pressure Transients in Water Engineering*. Bodmin, Cornwall: Thomas Telford Publishing Ltd.
- HYDRAULIC INSTITUTE. 1997. *American National Standard for Centrifugal and Vertical Pumps for Allowable Operating Region (ANSI/HI 9.6.3)*. Parsippany, New Jersey.
- _____, 1989. *American National Standard for Centrifugal and Vertical Pumps for NPSH Margin. (ANSI/HI 9.6.1)*. Parsippany, New Jersey.
- _____, 1994. *American National Standard for Centrifugal Pumps for Nomenclature, Definitions, Application and Operation (ANSI/HI 1.1-1.5)*. Parsippany, New Jersey.
- _____, 1998. *American National Standard for Pump Intake Design (ANSI/HI 9.8)*. Parsippany, New Jersey.
- HUTTON, S. P., FAY, A. "Analysis of efficiency scale-up for hydraulic machines", *Water Power & Dam Construction*. London, Jun 1974, p. 205.

- GARAY, Paul N. 1993. *Pump Application Desk Book*, 2nd. ed. Atlanta, GA., The Fairmont Press Inc, Prentice Hall.
- GUARGA, R., SÁNCHEZ-BRIBIESCA, J. L., CARMONA, R., AGUILAR, L. 1985. *Diseño y operación hidráulicos de conducciones de agua presión*. México, UNAM, Instituto de Ingeniería.
- KARASSIK, Igor J., KRUTZSCH, William C., FRASER, Warren H., MESSINA, Joseph P. 2001. *Pump Handbook*. 3rd. ed., USA, McGraw Hill Book Company.
- MANCEBO DEL CASTILLO, Uriel. 1987. *Teoría del Golpe de Ariete y sus Aplicaciones en Ingeniería Hidráulica*. México: Limusa.
- MATAIX, Claudio. 2009. *Turbomáquinas Hidráulicas*, 2ª. ed., Madrid: Universidad Pontificia Comillas.
- POTTER, M., WIGGERT, D. 1998. *Mecánica de Fluidos*. 2ª ed. México: Prentice Hall.
- SÁNCHEZ HUERTA, A. 1987. *Análisis teórico experimental de las presiones causadas por separación de columna líquida*. Tesis de maestría. Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- SOTELO ÁVILA, G. 1999. *Hidráulica general*. México: Limusa.
- STEPANOFF, A. J. 1957. *Centrifugal and Axial Flow Pumps*. 2nd. ed., New York: John Wiley & Sons, Inc.
- SULZER PUMPS. 1998. *Centrifugal Pump Handbook*. 3rd. ed., Oxford: Elsevier.
- THORLEY, A. R. D. 1991. *Fluid Transients in Pipeline Systems*. Hardley Wood, Barnet, D. & W. George LTD.
- TULLIS, J.P. 1989. *Hydraulics of Pipelines*. New York: John Wiley & Sons.

El propósito fundamental de este libro es integrar la parte teórica con la práctica en el área de sistemas de bombeo, y de esta forma contribuir a la formación de los estudiantes de ingeniería al proporcionar un complemento de aquellas asignaturas que estudian el problema de bombeo, así como ser una herramienta útil al ingeniero que ejerce su profesión ligada a este tema. Los autores, académicos adscritos a la Facultad de Ingeniería y al Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, aportaron su experiencia en la práctica docente y en la elaboración de material didáctico, así como en el diseño y análisis de la operación de sistemas de bombeo para grandes acueductos, en la elaboración de este texto.

Temas que comprende:

1. Aspectos básicos
2. Teoría general de las turbomáquinas
3. Desempeño de la bomba
4. Instalaciones de bombeo y operación del sistema
5. Conceptos básicos de los transitorios hidráulicos en sistemas de bombeo

