PROBLEMAS RESUELTOS DE MECANICA DE MATERIALES I

FACULTAD DE INGENIERIA

Caja 141

CAJA
141

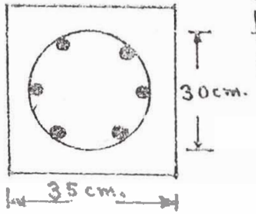
APUNTE
141
FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.
601732
G.- 601732

Problema No. 4.- Calcule para la siguiente columna zunchada lo siguiente:

a) Primero y segundo máximos

b) Investigue esfuerzos en el acero y en el concreto por el método de la sección transformada para un 75 % de la carga dada por el primer máximo.

c) Calcule el porcentaje de refuerzo helicoidal mínimo según especificaciones.



$f'_c = 250\ Kg/cm^2$

$f_y = 4000$ " $= f_y'$

$A_s = 6$ Vs. No. 8 $= 30 cm^2$

$s = 5 cm.$

$a_s = 0.71 cm^2$ (Vs. No. 3)

$C_v = 0.25$

$E_s = 2.1 \times 10^6\ Kg/cm^2$

$E_c = 10000 \sqrt{f'_c}$

Para tomar en cuenta la variabilidad de los materiales y la calidad de la mano de obra, consideraremos valores reducidos de la resistencia del concreto y del límite de fluencia del acero, de acuerdo a las recomendaciones del Reglamento del Distrito Federal 1966. (M.M.I, pag. 70, cuaderno 1).

Esfuerzos reducidos:

$$\boxed{f_c^* = 0.9\,(1 - C_v)\, f'_c} \quad (\text{Ec. } 3\text{-}13)$$

$$= 0.9\,(1 - 0.25)\, 250 = 168\ Kg/cm^2 \Rightarrow \boxed{f_c^* = 168\ Kg/cm^2}$$

$$f_y^* = 0.8 f_y = 0.8 \times 4200 = 3360\ Kg/cm^2 \Rightarrow \boxed{f_y^* = 3360\ Kg/cm^2}$$

Primer máximo: Debido a que hasta llegar al primer máximo, el comportamiento de una columna zunchada es igual al de una columna con estribos, podemos calcular este valor con la ecuación 3.9:

$$P_1 = 0.85 f_c^* A_g + A_s f_y^*$$

$$P_1 = 0.85 \times 168 \times 1225 + 30 \times 3360 = 275730\ Kg.$$

$$\boxed{P_1 = 275.73\ TON}$$

Segundo Máximo: En caso de que el efecto confinante del zuncho sea suficiente, la columna puede llegar a alcanzar un segundo máximo superior al primero, que puede calcularse con:

$$\boxed{P_2 = 0.85 f_c^* A_n + A_s f_y^* + 2 \rho f_y' A_n} \quad (\text{Ec. } 3.10)\ (\text{M.M.I, pag.}$$

Para poder aplicar la fórmula debemos calcular primeramente el porcentaje volumétrico del zuncho "ρ", utilizando la Ec. (3-11) de los apuntes de (M.M.I) pag. 68:

$$\boxed{\rho = \frac{4\, a_s}{s\, d_n}} = \frac{4 \times 0.71}{(30)(5)} = 0.0189$$

$$\boxed{\rho = 0.0189}$$

$$P_2 = 0.85(168)(706.86) + 100800 + 2(0.0189)(3360)(706.86)$$
$$= 291516\ Kg.$$

$$\therefore \boxed{P_2 = 291.6\ TON.}$$

b) Cálculo de los esfuerzos: Para calcular los esfuerzos bajo condiciones de servicio, utilizaremos el método denominado sección transformada. Para ello utilizaremos la Ec. (3.20) (M.M.I pag. 74):

$$f_c = \frac{P}{A_g\,[1 + (n-1)\rho]}$$

$$f_c = \frac{0.75 \times 275730}{1225\,[1 + (12.2)(0.0244)]} = 130\ Kg/cm^2$$

donde:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = 13.2 \;;\quad \rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{30}{1225} = 0.0245$$

$$\therefore \boxed{f_c = 130\ Kg/cm^2}$$

L. ...

La relación entre los esfuerzos del concreto y del acero puede expresarse como sigue:

$$\boxed{f_s = \frac{E_s}{E_c} f_c = n f_c}$$ (Ec. 3.16, pag.73)

$\therefore\ f_s = n f_c = 13.2 \times 130 = 1716$

$$\boxed{f_s = 1716 \text{ Kg/cm}^2}$$

c) El porcentaje de refuerzo helicoidal mínimo, está dado en el Reglamento ACI-71, en la sección 10.9.2, por la ecuación:

$$\boxed{\rho = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y}}$$

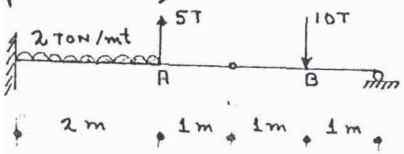
$$\rho = 0.45 \left(\frac{1225}{706.85} - 1. \right) \frac{250}{4200} = 0.019$$

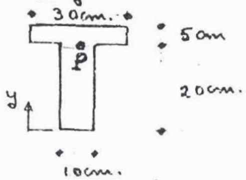
$$\boxed{\rho = 0.019}$$

De acuerdo con la Sección 10.9.1 del mismo reglamento, el refuerzo longitudinal para miembros no compuestos, deberá encontrarse entre 1 y 8 %, por lo que el valor obtenido se encuentra dentro de especificaciones.

SERIE VII.

Problema No. 1.- Para la viga que se muestra en la figura, determine el esfuerzo normal en el punto P, en las secciones A y B.

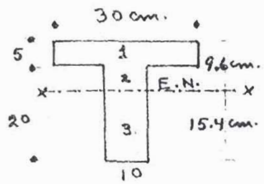




Para calcular los esfuerzos normales debemos usar la fórmula de la escuadría ó fórmula de flexión, establezcamos primeramente el valor del momento de inercia, ya que este será una cantidad constante a todo lo largo del eje. El momento de inercia utilizado en la fórmula es el centroidal, por lo que calcularemos primeramente la colocación del centroide de la sección:

$$\bar{y} = \frac{\Sigma A y}{\Sigma A} = \frac{150 \times 22.5 + 200 \times 10}{150 + 200} = \frac{3375 + 2000}{350}$$

$$\boxed{\bar{y} = 15.4 \text{ cm.}}$$



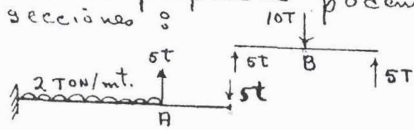
SECCION

Para el cálculo del momento de inercia al rededor del eje centroidal, dividamos la sección en tres partes (1, 2, 3), en la número uno usaremos el teorema de los ejes paralelos o teorema de Steiner, para las secciones dos y tres se utilizará la fórmula para calcular el momento de inercia de un rectángulo con respecto a la base.

$$I_x = \frac{30(5)^3}{12} + (30 \times 5)(7.1)^2 + \frac{10(4.6)^3}{3} + \frac{10(15.4)^3}{3} = 20372 \text{ cm}^4$$

$$\boxed{I_x = 20\,400 \text{ cm}^4}$$

Por el hecho de haber una articulación en la viga, podemos aprovechar que en ella no existe momento, sin embargo, si hay transmición de cortante, utilizando ésta última propiedad podemos dividirla en dos secciones:



El momento en la sección B vale:

$M_B = 5 \times 1 = 5$ TON-mt.

sustituyendo en la fórmula de flexión:

$$\sigma_B = \frac{M}{I} y = \frac{500\,000 \times (4.6)}{20400} = 112.75 \text{ Kg/cm}^2$$

$\therefore$ $\boxed{\sigma_B = 112 \text{ Kg/cm}^2}$ compresión

En la sección A el momento vale:

$M = -5 \times 1 = -5$ TON-mt.

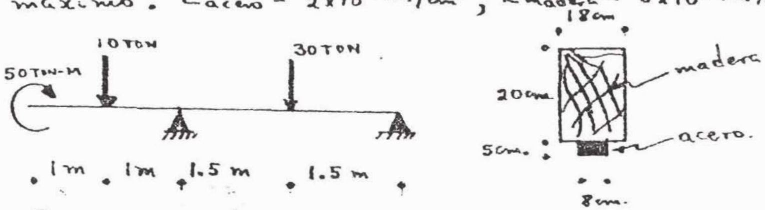
sustituyendo en la fórmula de flexión

$$\sigma_A = \frac{M}{I} y = \frac{500\,000(4.6)}{20400} = 112 \text{ Kg/cm}^2$$

$\boxed{\sigma_A = 112 \text{ Kg/cm}^2}$ Tensión

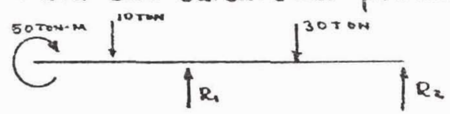
FAC. DE INGENIERIA
DOCUMENTACION

Problema No. 2.- Para la viga que se muestra en la figura, determine los valores del esfuerzo normal en madera y acero (en las fibras más esforzadas) en la sección de momento flexionante máximo. $E_{acero} = 2\times10^6$ Kg/cm², $E_{madera} = 8\times10^5$ Kg/cm²



Para calcular el esfuerzo normal en los materiales en la sección de momento flexionante máximo, habrá que calcular el diagrama de momentos flexionantes para ver en que lugar se encuentra su valor máximo.

Para ello calculemos primero las reacciones.



$\Sigma M_2 = 0$

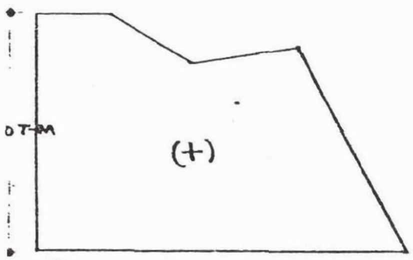
$50 - 4(10) + R_1(3) - 30(1.5) = 0$

$R_1 = 11.7$ TON

$\Sigma F_y = 0$

$-10 + R_1 + R_2 - 30 = 0$

$R_2 = 28.3$ TON.



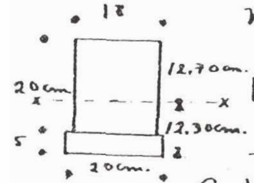
Del diagrama de momentos se nota que el valor máximo es de 50 T-mt.

La teoría de flexión no se puede aplicar directamente, ya que se basa en la hipótesis de homogeneidad del material. Por lo que se transformará la viga compuesta en una viga homogénea equivalente

Para ello utilizaremos la siguiente expresión

$$\boxed{A_m = n\,A_a}$$

donde: $n = \dfrac{E_a}{E_m}$



$$n = \frac{E_a}{E_m} = \frac{20\times10^5}{8\times10^5} = \underline{2.5}$$

$bn = 8 \times 2.5 = 20$ cm. con lo cual la sección de acero queda transformada a una equivalente en madera.

Calculemos el centroide de la sección:

$$\bar{y} = \frac{360\times15 + 100\times2.5}{360 + 100} = \underline{12.30 \text{ cm.}}$$

Aplicando el teorema de los ejes paralelos o teorema de Steiner podemos encontrar el momento de inercia de la sección con respecto al eje centroidal:

$$I_{xx} = I_o + Ad^2$$

$$I_{xx} = \frac{18\times(20)^3}{12} + (18)(20)(2.7)^2 + \frac{(20)(5)^3}{12} + (20)(5)(9.8)^2 =$$

$$\boxed{I_{xx} = 24420 \text{ cm}^4}$$

El esfuerzo en la madera para la fibras más esforzada será de compresión, ya que es la más alejada del eje neutro, y lo calcularemos con la fórmula de la escuadría, para el acero el esfuerzo mayor será de tensión, pero como estamos trabajando con sección transformada en madera, debemos obtener el esfuerzo para acero mediante la fórmula:

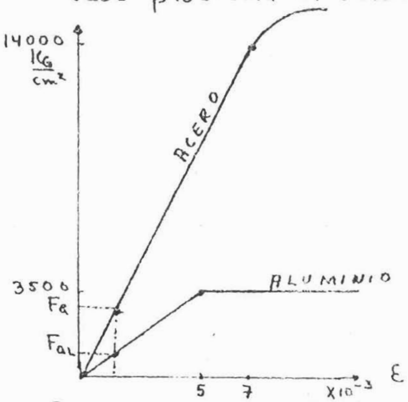
$$\boxed{\sigma_a = n\,\sigma_m}$$

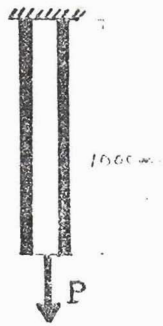
$$\sigma_{max.\,madera} = \frac{M}{I}y_m = \frac{50\times10^5}{2.44\times10^4}(12.7) = 260 \text{ Kg/cm}^2 \quad (C)$$

$$\sigma_{max.\,acero} = \frac{n\,M}{I}y_a = \frac{2.5\times50\times10^5}{2.44\times10^4}(12.3) = 630 \text{ Kg/cm}^2 \quad (T)$$

$\sigma_{max.\,madera} = 260$ Kg/cm²	(compresión)
$\sigma_{max.\,acero} = 630$ Kg/cm²	(Tensión)

Problema. 3.- Una barra de aluminio dentro de un tubo de acero, se somete a tensión la pieza compuesta. Si los materiales tienen las gráficas indicadas. Calcular los esfuerzos en ambos materiales para una carga de 20 TON. Utilizando el método de sección transformada. Vease problema 2. SERIE IV. $A_a = A_{AL} = 5\ cm^2$





Por medio de la fórmula de la ley de Hooke $\boxed{\sigma = E\varepsilon}$ podemos calcular los módulos de elasticidad, despejando $\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$

$$E_a = \frac{14000}{7 \times 10^{-3}} = 2000 \times 10^3 = 2 \times 10^6\ KG/cm^2\ \text{(acero)}$$

Para el aluminio:

$$E_{AL} = \frac{3500}{5 \times 10^{-3}} = 700 \times 10^3 = 0.7 \times 10^6\ KG/cm^2$$

La relación modular será:

$$n = \frac{E_{AL}}{E_a} = \frac{0.7 \times 10^6}{2 \times 10^6} = 0.350$$

Está constante obtenida nos muestra, o nos da la relación que existe entre las áreas del aluminio y del acero.

Para transformar la sección compuesta en una viga homogénea equivalente, utilizaremos la siguiente expresión:

$$A_a = \frac{E_{AL}}{E_a} A_{AL}$$

$$\therefore \boxed{A_a = n\, A_{AL}}$$

El área total de sección será la suma de las dos áreas, la el aluminio y la del acero:

$$\boxed{A_T = A_a + A_l}$$

utilizando la fórmula que relaciona el esfuerzo a que está sometida una pieza sujeta a una carga axial, y con un área transversal A:

$$\sigma = \frac{P}{A_T} = \frac{P}{A_a + A_{AL}} = \frac{P}{A_a + n\, A_{AL}}$$

sustituyendo:

$$\sigma_a = \frac{20000}{5 + 5 \times 0.350} = 2963\ KG/cm^2$$

$$\therefore \boxed{\sigma_a = 2963\ KG/cm^2}$$

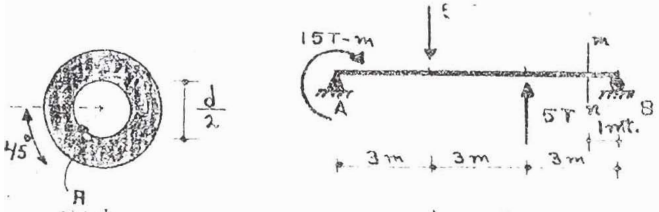
Para encontrar el ~~area~~ esfuerzo en el aluminio convertimos el área de acero en una equivalente en aluminio

$$\sigma_{AL} = \frac{P}{A_a \frac{1}{n} + A_{AL}} = \frac{20000}{5\,\frac{2}{0.7} + 5} = 1037\ KG/cm^2$$

$$\therefore \boxed{\sigma_{AL} = 1037\ KG/cm^2}$$

Se ve en las gráficas que los valores obtenido se encuentran en el rango elástico, por lo que la teoría no se ve violada. Nótese además que los resultados obtenidos concuerdan con los calculados en el problema 2, Serie IV.

PROBLEMA No. 4.- Determinar las magnitudes de los esfuerzos ($\sigma_{A\,max}$ y $\sigma_{A\,min}$) máximos del punto A, y en la sección m-n calcularlos en el mismo punto A. Considerese d= 30 cm.



Obtengamos primeramente el diagrama de momentos, para conocer el valor de este en las secciones pedidas. Para ello calculemos primero las reacciones:

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow R_B = 15 + 15 - 30 = 0 \quad \therefore \quad R_B = 0$

$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow R_A = 15 + 15 - 30 = 0 \quad \therefore \quad R_A = 0$

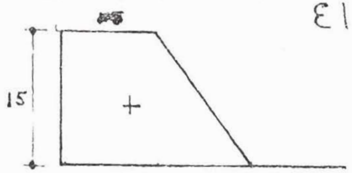


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES.

El diagrama de momentos de la sección nos queda:
De acuerdo con el diagrama no hay momentos en la sección m-n, por lo que el esfuerzo normal será nulo.

$$\therefore \boxed{\sigma_{A_{m-n}} = 0}$$

Para obtener el valor del esfuerzo donde el momento es máximo calculemos primeramente el valor del momento de inercia de un anillo circular con respecto a un eje que pasa por su centro.

$$I = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4}{64} = 37\,275 \text{ cm}^4$$

$$\therefore \boxed{I = 37\,275 \text{ cm}^4}$$

La distancia del centroide al punto A en dirección vertical es:

$$y = 7.5 \cos 45° = 7.5 \times 0.7071 = 5.3032$$

$$y = 5.3032 \text{ cm.}$$

Para el cálculo del esfuerzo normal utilizamos la ecuación:

$$\sigma = \frac{M}{I}\, y$$

sustituyendo valores:

$$\sigma_A = \frac{1\,500\,000\,(5.3032)}{37\,275} = 213.4 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\therefore \boxed{\sigma_{A_{max}} = 213.4 \text{ Kg/cm}^2}$$

G 601732

El esfuerzo será:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{1360}{0.63 \times 2.5} = 863.49$$

La deformación unitaria es:

$$\varepsilon = \frac{0.0083}{20} = 4.15 \times 10^{-4}$$

Sustituyendo estos valores:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{863.49}{4.15 \times 10^{-4}} = 2\ 080\ 698\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\boxed{E = 2.08 \times 10^6\ \text{KG/cm}^2}$$

d) El porcentaje de alargamiento correspondiente a la falla es una medida usual de la ductilidad, y lo podremos calcular con la fórmula (3.5) de los apuntes de M.M.1,

$$\delta = \frac{l_f - l_o}{l_o} \times 100 = \frac{25.6 - 20.0}{20} \times 100 = 28\ \%$$

$$\therefore \boxed{\delta = 28\ \%}$$

4. Durante un ensaye de tensión de un acero estirado en frío, de 13 mm de diámetro se obtuvieron los datos siguientes:

Carga axial Kg.	Alargamiento (cm)	Carga Axial Kg	Alargamiento cm
0	0	2750	0.0050
570	0.0010	3040	0.0055
800	0.0015	3300	0.0060
1090	0.0020	3110	0.0100
1380	0.0025	3140	0.0200
1650	0.0030	3140	0.0300
1920	0.0035	3140	0.0400
2200	0.0040	3120	0.0500
2460	0.0045	3140	0.0600

Carga axial (Kg)	Alargamiento (cm)
3160	0.1250
3500	0.2500
4230	0.5000
4460	0.7500
4560	1.0000
4560	1.2500
4460	1.5000
4300	1.7500
4020	1.8750

Al momento de ocurrir la falla la longitud de la barra como se aprecia en la tabla anterior fue de 6.875 cm. Determine el límite de proporcionalidad, el módulo de Elasticidad, el % de alargamiento y la resistencia a la falla de la barra.

a) De la gráfica se puede apreciar que la carga que corresponde a la transición de la etapa elástica a la inelástica, y que corresponde aproximadamente a la carga de fluencia es de 3300 Kg., y por lo tanto:

$$\sigma_{LP} = \frac{P}{A} = \frac{3300}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{3300 \times 4}{\pi \times 1.3 \times 1.3} = 2486.2\ \text{Kg/cm}^2$$

$$\therefore \boxed{\sigma_{LP} = 2486\ \text{Kg/cm}^2}$$

Este esfuerzo nos da el valor al cual se encuentra el límite de proporcionalidad.

b) El módulo de elasticidad será la relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria, para calcular ésta última sigamos considerando el punto dado por el límite de fluencia del inciso (a), por tener ya calculado el esfuerzo para dicho punto.

Por medio de la fórmula (3.2) de los apuntes de M.M.1, podremos calcular la deformación unitaria:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0.006}{5} = 1.2 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \boxed{\varepsilon = 1.2 \times 10^{-3}}$$

El módulo de Elasticidad estará dado por la fórmula : $\sigma = E\,\varepsilon$ (M.M.1 pag. 23)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{2486}{1.2 \times 10^{-3}} = 2\ 071\ 666 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\therefore \boxed{E = 2.07 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2}$$

c) El % de alargamiento lo podremos calcular con la fórmula (3.5) de los apuntes de M.M.1.

$$\delta = \frac{l_f - l_0}{l_0} \times 100 = \frac{6.875 - 5}{5} \times 100 = 37.5\ \%$$

$$\therefore \boxed{\delta = 37.5\ \%}$$

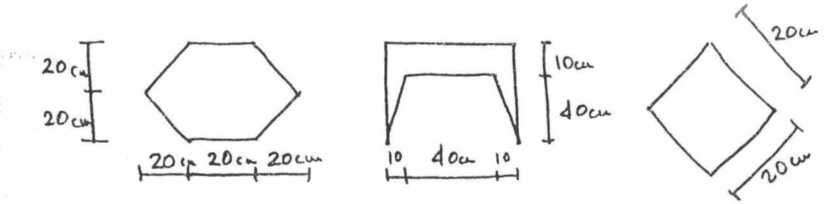
d) El valor del esfuerzo correspondiente a la falla, lo podemos calcular con la ecuación (3.1) de los apuntes de M.M.1, pag. 21, en la cual sustituimos la carga P por la de falla

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{4020 \times 4}{\pi\,(1.3)^2} = 3028.65 \text{ Kg/cm}^2$$

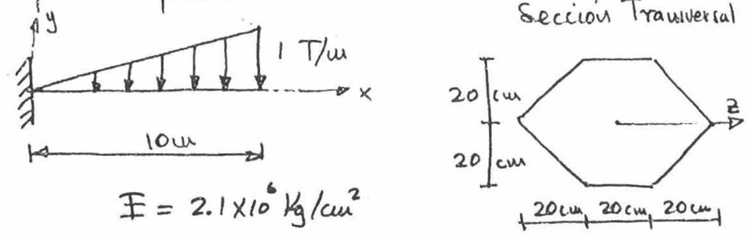
$$\therefore \boxed{\sigma = 3028.65 \text{ Kg/cm}^2}$$

Correspondiente a Serie VIII ① ②

1.- Determine los módulos de sección elásti las figuras siguientes:

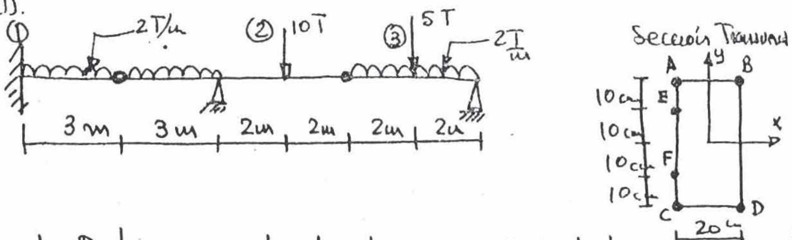


2.- Determinar la curvatura y radio de curvatura en x = 5m para la pieza mostrada

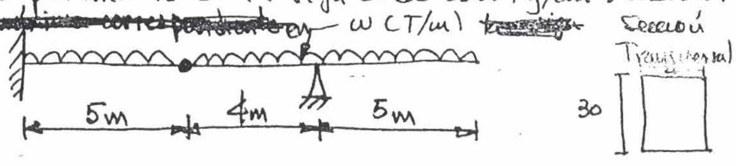


$E = 2.1 \times 10^6$ Kg/cm²

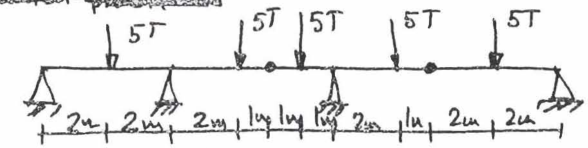
3.- Determinar en las secciones ①, ② y ③ de la viga mostrada en la figura, el estado de esfuerzos debidos a flexión en los puntos A, B, C, D y F (Material de la viga de comportamiento elástico lineal).



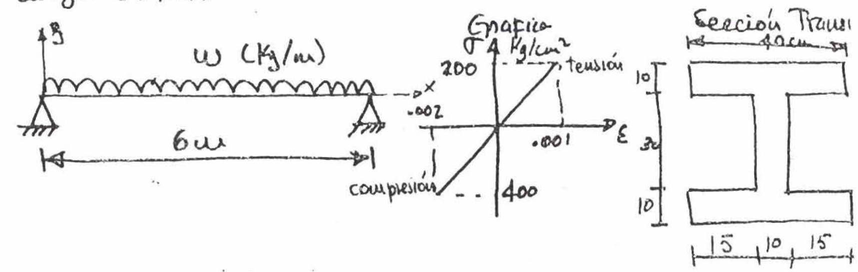
4.- Determinar el valor de ω (T/m) dado que el esfuerzo permisible de la viga es de 2000 Kg/cm². [redacted]



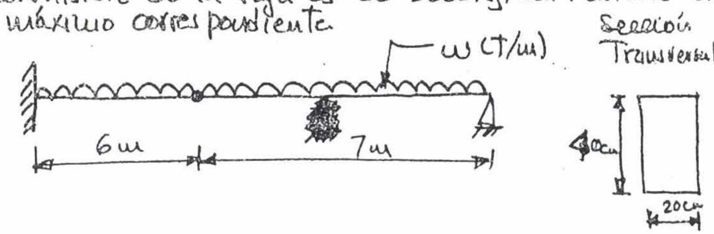
5.- Dimensione la viga I de acero sujeta a las cargas mostradas en la figura, utilizando el criterio de esfuerzos permisibles. Suponiendo que el esfuerzo de fluencia del acero es de 4000 Kg/cm². Utilice el manual Monterrey para especificación de esfuerzo permisible a flexión y elección de sección [redacted]



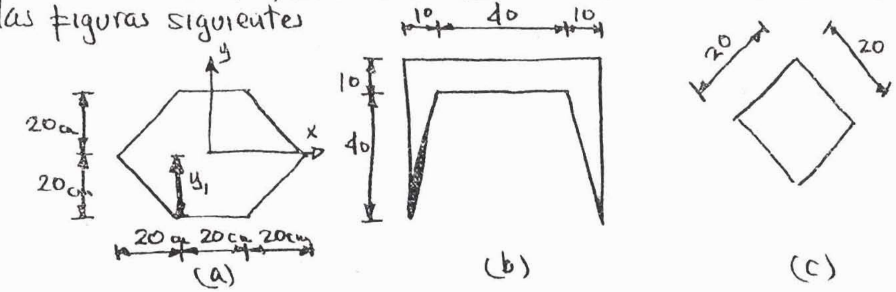
6.- Determine la curvatura y radio de curvatura en x y la carga última de la viga mostrada en la figura. Considere un factor de carga de 1.4.



7.- Determinar el valor de ω (T/m) dado que el esfuerzo permisible de la viga es de 2000 Kg/cm². Calcule el momento máximo correspondiente.



1.- Determine los módulos de sección elásticos de las figuras siguientes

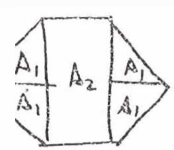


Para determinar el modulo de sección de una figura cualquiera se emplea la expresión

$$S = \frac{I}{y}$$

Donde I es el momento de inercia de la figura alrededor del eje sobre el cual se presenta la flexión y y es la distancia de este eje a la fibra mas alejada. Por lo tanto para obtener el módulo de sección elástico de una figura cualquiera deberemos calcular el momento de inercia respecto al eje neutro de la sección. Para la figura (a) el eje neutro esta localizado a $y_1 = 20$ (puesto que es una sección con doble simetría) de la base del polígono. El momento de inercia es utilizando el teorema de los ejes paralelos

(a) $\quad I = (I_1 + A_1 y_1^2)4 + I_2 + A_2 y_2^2$



o usando la expresión del momento de inercia de triangulos respecto a su base $\frac{bd^3}{12}$

(b) $\quad I = 4I_1' + I_2'$

Con la expresión (a) I_1 = Momento de inercia del triangulo respecto a su eje centroidal $= \frac{bh^3}{36}$ $\quad y_1 = \frac{h}{3}$ $\quad A = \frac{bh}{2}$

$$I = \left[\frac{20^4}{36} + \frac{20 \times 20}{2}\left(\frac{20}{3}\right)^2\right]4 + \frac{20 \times 40^3}{12} + 20 \times 40 \times 0$$

$$I = 160000 \text{ cm}^4$$

Con la expresión (b)

$$I = 4\left(\frac{20^4}{12}\right) + \frac{20 \times 40^3}{12}$$

$$I = 160000 \text{ cm}^4$$

$$S_x = \frac{I}{y} \quad \text{como } y = 20 \text{ cm}$$

$$S_x = \frac{160000}{20} = 8000 \text{ cm}^3$$

Para la figura (b) por no ser simetrica respecto al eje se debera encontrar en primer termino la posición del eje neutro para lo cual se deberá tomar momentos estaticos de areas respecto a un eje cualquiera en este caso se elige el eje que pasa por la parte superior de la pieza x'

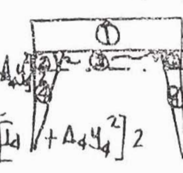
$$\bar{y} = \frac{A_1 y_1 + 2(A_2 y_2)}{A_1 + A_2}$$

$$\bar{y} = \frac{(10 \times 60)(5) + 2\left(\frac{10 \times 40}{2}\right)\left(\frac{40}{3} + 10\right)}{(10 \times 60) + 2\left(\frac{10 \times 40}{2}\right)}$$

$$\bar{y} = 12.333$$

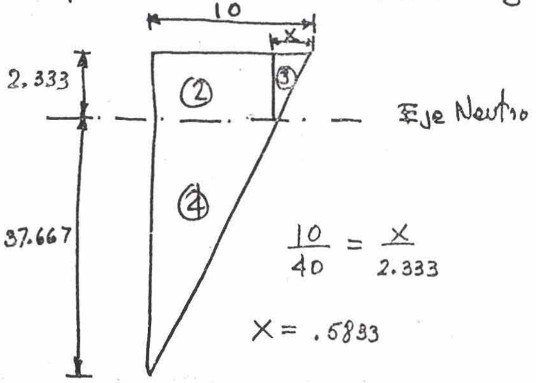
Utilizando la expresión del momento de inercia para secciones transversales compuestas. o usando el teorema de los ejes paralelos. Por teorema de ejes paralelos

$$I = I_1 + A_1 y_1^2 + [I_2 + A_2 y_2^2]2 + [I_3 + A_3 y_3^2]2 + [I_4 + A_4 y_4^2]2$$



$$I = \frac{60 \times 10^3}{12} + (60 \times 10)(7.33)^2 + [I_2 + A_2 y_2^2]2 + [I_3 + A_3 y_3^2]2 + [I_4 + A_4 y_4^2]2$$

Ampliando las secciones ②, ③ y ④ y por triangulos semejantes



$$\frac{10}{40} = \frac{x}{2.333}$$

$$X = .5833$$

$$I_2 = \frac{bh^3}{12} = \frac{(10-.5833)(2.333^3)}{12} = 9.9689 \text{ cm}^4$$

$$A_2 y_2^2 = (10-.5833)\left(\frac{2.333}{2}\right)^2 = 12.8171 \text{ cm}^4$$

$$I_2 + A_2 y_2^2 = 22.786 \text{ cm}^4$$

$$2[I_2 + A_2 y_2^2] = 45.572 \text{ cm}^4$$

$$I_3 = \frac{bh^3}{36} = \frac{.5833(2.333)^3}{36} = .2058 \text{ cm}^4$$

$$A_3 y_3^2 = .5833 \times \frac{2.333}{2} \times \left(\frac{2}{3} \times 2.333\right)^2 = 1.64668 \text{ cm}^4$$

$$2[I_3 + A_3 y_3^2] = 2(1.85248) = 3.7049 \text{ cm}^4$$

$$I_4 = \frac{9.4167 \times (37.667)^3}{36} = 13979.10381 \text{ cm}^4$$

$$A_4 y_4^2 = \frac{9.4167 \times (37.667)}{2} \times \left(\frac{37.667}{3}\right)^2 = 27958.2076$$

$$2[I_4 + A_4 y_4^2] = 2[41937.3141] = 83874.62282 \text{ cm}^4$$

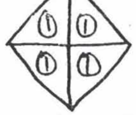
$$I = I_1 + A_1 y_1^2 + 2[I_2 + A_2 y_2^2] + 2[I_3 + A_3 y_3^2] + 2[I_4 + A_4 y_4^2] = 121161.2449$$

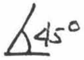
$$I = 121161.2449 \text{ cm}^4$$

$$S = \frac{121161.2449}{37.667} = 3216.64$$

Para la figura c utilizando la fórmula para determinar el momento de inercia de un triangulo respecto a su base

$$I_1 = \frac{bh^3}{12} \qquad b = 20\cos 45^\circ \quad h = b = 20\cos 45^\circ$$



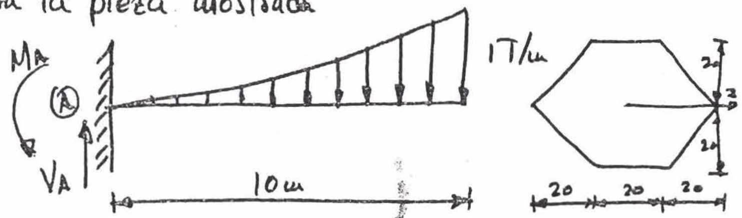


$$I = 4 I_1 = 4\,\frac{(14.1421356)^4}{12}$$

$$I = 13333.33324 \text{ cm}^4$$

$$S = \frac{1333.33324}{14.1421356} = 942.809 \text{ cm}^3$$

2.- Determinar la curvatura y radio de curvatura en $X = 5$m para la pieza mostrada



La curvatura de una viga en un punto determinado cualquiera viene dado por la expresión

$$\phi = \frac{M}{EI}$$

Para lo cual debemos calcular el valor que tiene el momento en $x = 5$m. Determinemos primero las reacciones de la viga

$$\Sigma M = 0 \qquad \frac{1000\text{ Kg}}{100}\,\frac{1000\text{ cm}}{2} \times \frac{2}{3}(1000) - M_A = 0$$

$$M_A = 333333333 \times 10^{-2} \text{ Kg-cm}$$

$\Sigma F_y = 0 \qquad \frac{1000}{100} Kg \times \frac{10\,00\,cm}{2} - V_A = 0$

$V_A = 5000,00\ Kg$

Usando I del problema anterior

$I = 160000\ cm^4$

$\phi_{x=5} = \frac{M_{x=5}}{EI}$

$M_{x=5} = M_A - V_A\,500 + \frac{500}{100} \times \frac{500}{2} \times \frac{500}{3}$

$M_{x=5} = 33333333.333 - 5000,00(500) + \frac{500}{100}(250)\left(\frac{500}{3}\right)$

$M_{x=5} = 1041666.666\ Kg\text{-}cm$

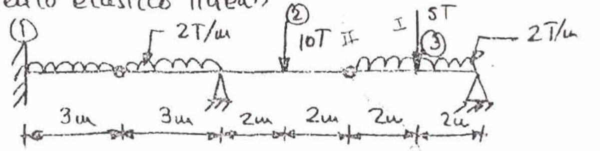
$\phi = \frac{1041666.666}{2.1 \times 10^6 \times 160000} = 3.1 \times 10^{-6}$

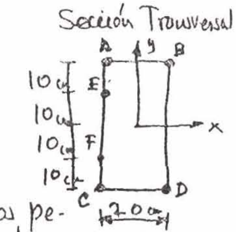
El radio de curvatura esta dado por la expresión

$\phi = \frac{1}{r} \qquad \therefore\ r = \frac{1}{\phi}$

$r = 322560.0\ cm$

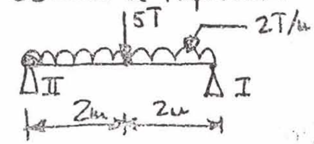
3.- Determinar en las secciones ①, ② y ③ de la viga mostrada en la figura, el estado de esfuerzos debidos a flexión en los puntos A, B, C, D, y F (Material de la viga de comportamiento elástico lineal)





Para poder determinar los esfuerzos pedidos debemos conocer el momento flexionante en las secciones ①, ② y ③ de la pieza; para poder conocer dichos momentos es necesario determinar en primer término el valor de las reacciones de la viga. Comenzando de derecha a izquierda

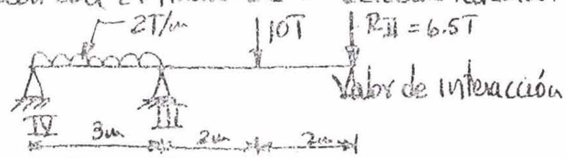
Aislando la viga



$R_I = R_{II} = \frac{5 + 2(4)}{2}$

$R_I = R_{II} = \frac{13}{2} = 6.5\ Ton \uparrow$

Aislando la parte siguiente de la viga; considerando la interacción con el tramo de la derecha tenemos:



(+↺) Por $\Sigma M_{IV} = 0 \qquad 6.5(7) + 10(5) + 3(2)(1.5) - R_{III}(3) = 0$

$R_{III} = 34.83\ T \uparrow$

Por $\Sigma F_y = 0$

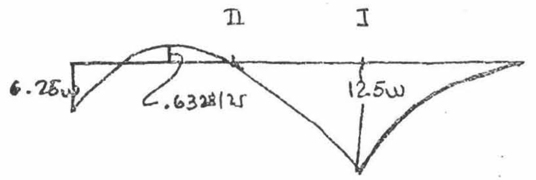
$-6.5 - 10 + 34.83 - 3(2) - R_{IV} = 0$

$R_{IV} = 12.33\,T \downarrow$

Con las reacciones R_I y R_{II} podemos trazar el diagrama de momentos flexionantes de la pieza

$(\curvearrowright + \curvearrowleft)$

D.M.F



$$M_I = 5w(2.5) = 12.5w$$

$$M_{II} = 9w(4.5) - 4(10.125)w = 40.5w - 40.5w = 0$$

M_{II} (es cero puesto que es una articulación).

$$M_{III} = -5(1.125)w + 5(2.5)w = 6.25w$$

El momento máximo positivo de la pieza se puede determinar mediante, derivación de la expresión de momentos en el tramo izquierdo de la viga

$$M_{III}(x) = 1.125w(x) - \frac{wx^2}{2} \quad (a)$$

$$\frac{d\,M_{III}(x)}{dx} = 0 = 1.125w - wx$$

$$X = 1.125$$

Sust $X = 1.125$ en (a) M_{III} (max positivo) $= 1.125w(1.125) - \dfrac{w(1.125)^2}{2}$

$$M_{III}\ (\text{max positivo}) = 1.265625w - .6328125w$$

$$M_{III}\ (\text{max positivo}) = .6328125w$$

Del diagrama de momentos flexionantes de la viga se observa que el máximo momento es: $12.5w$. Sustituyendo este valor, junto con el del momento de inercia y la distancia de la fibra mas alejada de la sección transversal al eje neutro:

$$\sigma = \frac{M}{I}y$$

Igualando σ con $\sigma_{permisible} = 2000\,kg/cm^2$ y haciendo congruentes las unidades

$$2000\,Kg/cm^2 = \frac{M}{45000\,cm^4}15\,cm$$

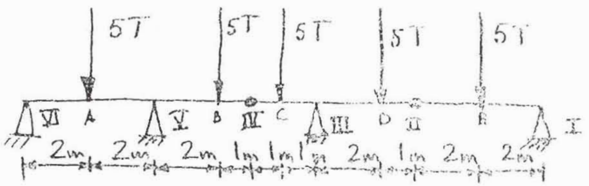
$$M = \frac{45000 \times 2000}{15\,cm - cm^2}\,Kg - cm^4 = 60 \times 10^5\,Kg - cm$$

$$M = 60 \times 10^5\,Kg\text{-}cm = 60\ T\text{-}m$$

Como $M = 12.5\,w/m^2$

$$w = \frac{60}{12.5}\,\frac{T\text{-}m}{m^2} = 4.8\,T/m$$

5.- Dimensione la viga I de acero sujeta a las cargas mostradas en la figura, utilizando el criterio de esfuerzos permisibles. Suponiendo que el esfuerzo de fluencia del acero es de 4000 kg/cm². Utilice el Manual Monterrey para especificación de esfuerzo permisible a flexión y elección de sección.



Del manual Monterrey el esfuerzo permisible a flexión viene dado por

$$\sigma_{perm} = 0.6\,\sigma_y = 0.6 \times 4000 = 2400\ kg/cm^2$$

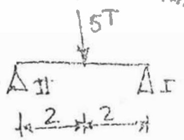
Para resolver el problema necesitamos conocer el momento máximo en la viga; para aplicar la fórmula de la escuadría y de ella despejar el área de acero necesario para resistir dicho momento flexionante máximo.

Para poder trazar o conocer el diagrama de momento flexionante de la pieza resolvemos primero la viga, es decir encontremos el valor de las reacciones.

Aislando la ~~[illegible]~~ sección izquierda de la viga

sección I – II

Suponiendo R_I ↑ y R_{II} ↑



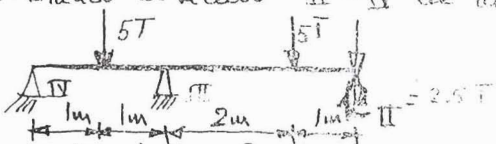
$\Sigma M_{II} = 0$ (+)

$(5)2 - R_I(4) = 0 \qquad R_I = 2.5\,T \uparrow$

Por $\Sigma F_y = 0 \qquad -5 + R_I + R_{II} = 0 \qquad -5 + 2.5 + R_{II} = 0$

$R_{II} = 5 - 2.5 = 2.5\,T \uparrow$

Aislando la sección II – IV de la viga



Suponiendo R_{III} ↑ y R_{IV} ↓

(+) $\Sigma M_{IV} = 0 \qquad 2.5(5) + 5(4) - R_{III}(2) + 5(1) = 0$

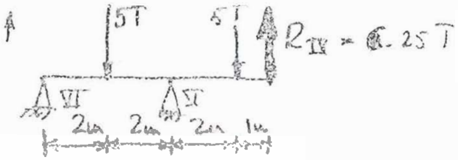
$R_{III} = \frac{37.5}{2} = 18.75\,T \uparrow$

Por $\Sigma F_y = 0 \qquad -2.5 - 5 + 18.75 - 5 - R_{IV} = 0$

$R_{IV} = 6.25\,Ton \downarrow$

Aislando la sección V – VI de la viga

Suponiendo R_V ↑ y R_{VI} ↓



Por $\Sigma M_{VI} = 0 \qquad (-6.25)7 + 5(6) - R_V(4) + 5(2)$

~~[illegible]~~ (a) $R_V = \frac{-3.75}{4}$

(a) El signo (−) indica que $R_V = .9375\,T \downarrow$ y habíamos supuesto lo opuesto la dirección de la reacción

Por $\Sigma F_y = 0$

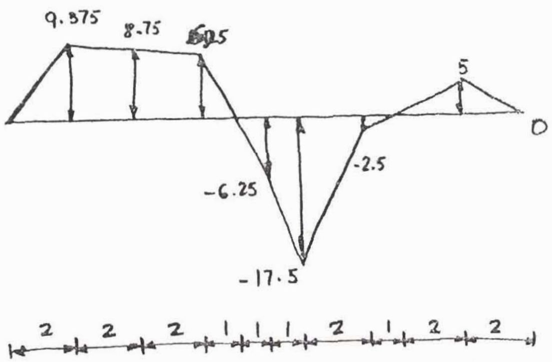
$6.25 - 5 - .9375 - 5 - R_{VI} = 0$

$R_{VI} = -4.6875\,T$

o sea $R_{VI} = 4.6875\,T \uparrow$ puesto que habíamos supuesto la dirección de R_{VI} hacia abajo y resultó negativo.

Con las reacciones R_I, R_{III}, R_V y R_{VI} conocidas, podemos ya obtener el diagrama de momento flexionante de la viga. Se puede también aprovechar que se conocen R_{II} y R_{IV} para abreviar operaciones para conocer el diagrama de momentos flexionantes de la viga.

DMF



$M_{VI} = 0.0$ T-m
$M_A = 4.6875(2) = 9.375$ T-m
$M_V = 4.6875(4) - 5(2) = 18.75 - 10 = 8.75$ T-m
$M_B = 4.6875(6) - 5(4) - 0.9375(2) = 6.25$ T-m
$M_{IV} = 4.6875(7) - 5(5) - 0.9375(3) - 5(1) = 0.0$ T-m
$M_C = 4.6875(8) - 5(6) - .9375(4) - 5(2) = -6.25$ T-m
$M_{III} = 4.6875(9) - 5(7) - .9375(5) - 5(3) - 5(1) = -17.5$ T-m
$M_D = 4.6875(11) - 5(9) - .9375(7) - 5(5) - 5(3) + 18.75(2) = -2.5$ T-m
$M_{II} = 4.6875(12) - 5(10) - .9375(8) - 5(6) - 5(4) + 18.75(3) - 5(1) = 0.0$ T-m
$M_E = 2.5(2) = 5$ T-m
$M_I = 0.0$ T-m

El momento máximo $M_{max} = 17.5$ T-m
De la fórmula de la escuadría

$$\sigma_{perm} = \frac{M}{S}$$

Donde S es el módulo de sección resistente del perfil que va a formar la viga

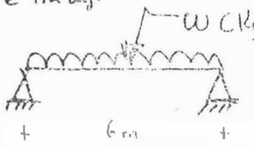
$$2400\ Kg/cm^2 = \frac{1750000\ Kg\text{-}cm}{S}$$

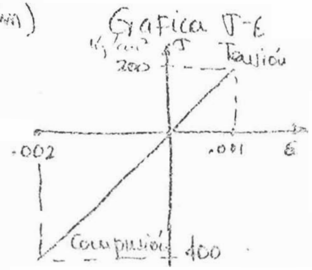
$$S = \frac{1750000}{2400} = 729.1666\ cm^3$$

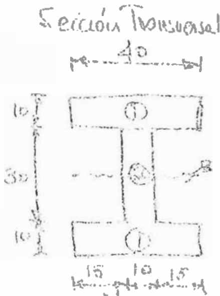
Del manual Monterey un perfil que I que tenga un modulo de sección $S \geq 729.1666$ se elige.

Se elige por ejemplo la seccion I de 304.8 mm de peralte y 60.72 Kg/m de peso.

$x=3$ 6.- Determine la curvatura y radio de curvatura en la carga última de la viga mostrada en la figura. Considere un factor de carga de 1.4. Además obtenga el valor w de la carga de trabajo.







Para obtener el radio de curvatura se necesita conocer el momento flexionante actuante en $x=3$ aplicando la expresión

$$\phi = \frac{M}{EI} \qquad r = \frac{1}{\phi} \quad \text{(radio de curvatura)}$$

Como desconocemos el valor de w; necesitamos primero determinar dicho valor puesto que $M = \frac{wl^2}{8}$

De la gráfica esfuerzo deformación se [illegible] el esfuerzo máximo a tensión que resiste el material [illegible] aplicando la formula de la escuadría (se puede [illegible] la relación σ-ε es lineal elástica).

$$200\,Kg/cm^2 = \frac{M}{I}\,y_{max}$$

$$y_{max} = 25\,cm$$

El momento de inercia de la sección transversal se puede determinar aplicando el teorema de los ejes paralelos

$$I = \frac{b_1 h_1^3}{12} + A_1 y_1^2 + \frac{b_2 h_2^3}{12} + A_2 y_2^2 + \frac{b_1 h_1^3}{12} + A_1 y_1^2$$

Factorizando

$$I = 2\left[\frac{b_1 h_1^3}{12} + A_1 y_1^2\right] + \frac{b_2 h_2^3}{12} + A_2 y_2^2$$

$$b_1 = 40 \quad h_1 = 10 \quad b_2 = 10 \quad h_2 = 30$$

$$y_1 = 20 \quad y_2 = 0$$

Siendo y_1 la distancia del centroide del area A_1 al eje y y_2 la distancia del centroide de A_2 al eje z

$$I = 2\left[\frac{40(10)^3}{12} + 40 \times 10 \times 20^2\right] + \frac{10(30)^3}{12}$$

$$I = 349166.666\ cm^4$$

Aplicando la formula de la escuadría

$$200\ Kg/cm^2 = \frac{M}{349166.666}(25)$$

$$M = 2793333.332\ Kg\text{-}cm$$

$$M = 27.933\ T\text{-}m$$

No se consideró el valor máximo de compresión de $400\,Kg/cm^2$ puesto que la sección transversal es doblemente simétrica [illegible] el valor del esfuerzo de tensión en la fibra más [illegible] compresión en la fibra más alejada son iguales y [illegible] el esfuerzo de tensión primero (200 < 400) pues [illegible]

El momento último resistente es M la carga última [illegible] es:

$$M = \frac{wl^2}{8} \qquad w_u = \frac{8M}{l^2} = \frac{8(27.933)}{(6)^2}$$

$$w_u = 6.207\ T/m = w \times \text{Fact. carga}$$

$$w = \frac{6.207}{1.4} = [illegible]433\ T/m$$

60

Mactuante en $X = 3m$

$$M = -w(3)\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{w(6)}{2}$$

Factorizando

$$M = w(3-1.5) = 4.433(1.5) = 6.6495 \text{ T-m}$$

La curvatura es en $x = 3$.

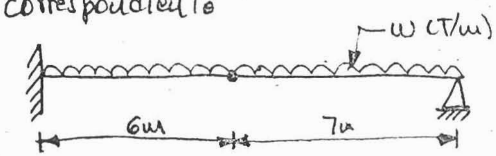
$$\phi = \frac{6.6495 \times 10^5 \text{ Kg-cm}}{E(349166.666)}$$

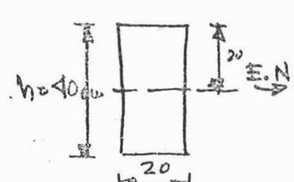
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \qquad E = \frac{200}{.001} = 2 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi = \frac{6.6495 \times 10^5}{2 \times 10^5 (349166.666)} = 9.52 \times 10^{-6} \text{ /cm}$$

$$\phi = \frac{1}{r} \qquad r = 105020.42 \text{ cm}$$

7.- Determinar el valor de w (T/m) dado que el esfuerzo permisible de la viga es de 2000 Kg/cm². Calcule el momento máximo correspondiente.





Se deberá resolver la viga de la figura, para poder encontrar el momento máximo en la viga en función de la carga w; aplicando para dicho momento la fórmula de la escuadría $\sigma = \frac{M}{S}$ en la que es conocido el esfuerzo permisible y el módulo de sección de la viga. Por lo tanto deberá calcularse en primer lugar para resolver el problema el momento de inercia de la sección y la posición del eje

61

neutro. El eje neutro se localiza como se ve en la sección transversal a 20cm de la tapa porque es una sección doblemente simétrica, con carga que produce flexión alrededor de un solo eje; dicho eje neutro se encuentra a $\frac{h}{2}$ de la sección

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{20(40)^3}{12} = 106666.666 \text{ cm}^4$$

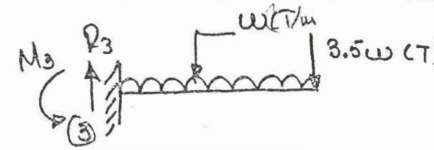
El módulo de sección es $\frac{I}{y}$ siendo $y = \frac{h}{2} = 20$

$$S = \frac{I}{y} = \frac{106666.666 \text{ cm}^4}{20} = 5333.33 \text{ cm}^3$$

Resolviendo la sección derecha de la viga

Por ser carga simétrica $R_1 = R_2 = \frac{wl}{2} = 3.5w \uparrow (T)$

Resolviendo la sección izquierda de la viga



Por ΣM_3 $\quad M_3 = 3.5w(6)\text{ (T-m)} + 7w(3.5)\text{ (T-m)}$

$M_3 = 21w \text{ T-m} + 24.5w \text{ T-m} = 45.5w \text{ T-m}$

Por $\Sigma F_y = 0 \quad -3.5w - 7w + R_3 = 0$

$R_3 = +10.5w\ (T) \uparrow$

El diagrama de momentos flexionantes de la viga es: