62

Aplicando la fórmula de la escuadría para $M = 45.5w$

$$2000\ Kg/cm^2 = 20000\ T/m^2$$

$$T/m^2\ 20000 = \frac{45.5w\ (T\text{-}m)}{.533333 \times 10^{-2}\ m^3}$$

$$w = 2.344\ T/m$$

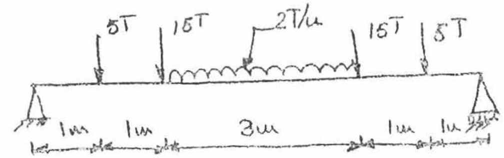
El momento máximo es:

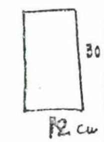
$$M = 45.5\,(2.344) = 106.652\ T\text{-}m$$

63

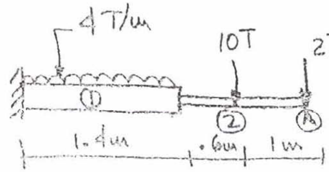
1.- Encuentre el valor de la flecha máxima y la rotación en los extremos de la viga que se muestra en la figura

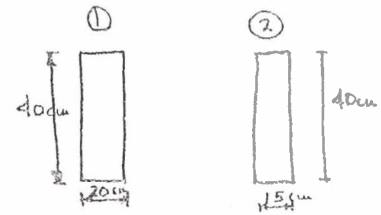
$E = 10^6\ Kg/cm^2$





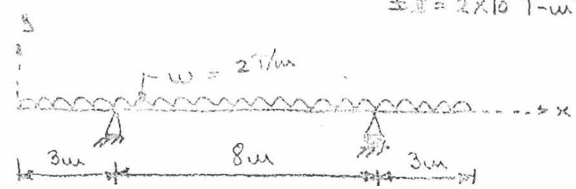
2.- Encuentre (utilizando viga conjugada) la flecha en el extremo A de la viga que se muestra en la figura, considerando que $E = 1.2 \times 10^5\ Kg/cm^2$



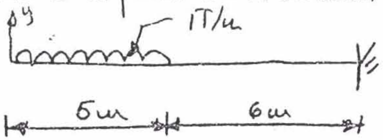


3.- Determine la flecha de la viga en los puntos $x=2$, $x=10$ y $x=12$ m. Utilice el método de integración a partir de la ecuación de la elástica

$EI = 2 \times 10^4\ T\text{-}m^2$

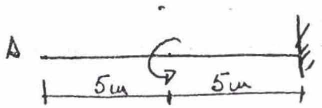


4.- Determinar la flecha en $x=1$ y $x=7$ utilizando el método de integración a partir de la ecuación de la elástica

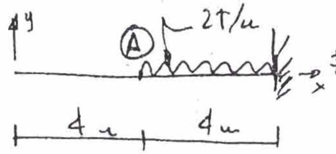


$EI = 2\times10^4\ T\text{-}m^2$

5.- Determine la flecha y la pendiente en el extremo Ⓐ de la viga utilizando viga conjugada.

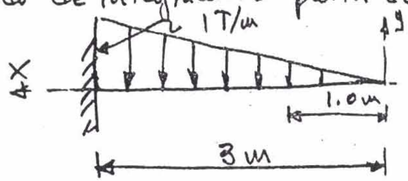


6.- Determine la flecha máxima y la flecha en el punto Ⓐ de la viga, así como las pendientes en esos mismos puntos, utilizando viga conjugada [redacted]



$EI = 2\times10^4\ T\text{-}m$

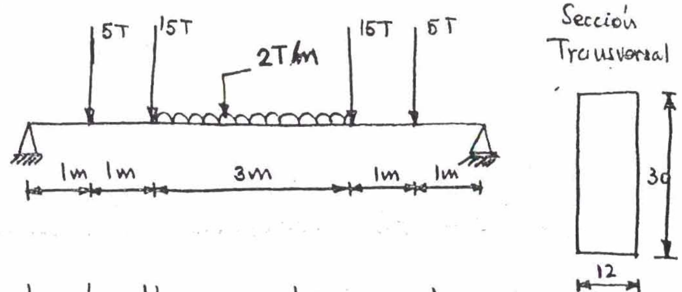
7.- Para la viga mostrada en la figura determine la pendiente y flecha ~~máxima~~ en $x = 1.0$ m usando el método de integración a partir de la ~~elástica~~ ecuación de la elástica



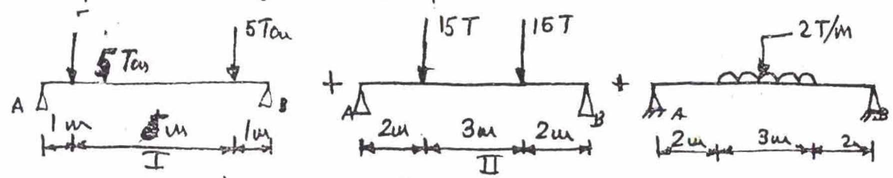
$E = 1400000\ T/m^2$
$I = 0.00186\ m^4$

1.- Encuentre el valor de la flecha máxima y la rotación en los extremos de la viga que se muestra en la figura (utilice los teoremas de Mohr)

$E = 10^6\ kg/cm^2$



Descomponiendo el problema por el principio de superposición en los tres problemas siguientes y aplicando los teoremas de Mohr.



Para la viga I las reacciones son (por ser carga simétrica) $R_{A_I} = 5$ Ton ↑ $\quad R_{B_I} = 5$ Ton ↑

ó por $\Sigma M_A = 0 \quad 5(6) + 5(1) - 7R_B \quad \therefore R_B = \frac{35}{7} = 5$ Ton ↑

y por $\Sigma F_y = 0 \quad -5 - 5 + 6 + R_A = 0 \quad \therefore R_A = 5$ Ton ↑

Para la viga II las reacciones son (por ser carga simétrica) $R_{A_{II}} = 15$ Ton ↑ $\quad R_{B_{II}} = 15$ Ton ↑ ó Por $\Sigma M_{A_{II}} = 0$

$15(2) + 15(5) - 7R_{B_{II}} = 0 \quad R_{B_{II}} = 15$ Ton y por $\Sigma F_y = 0 \quad -15 - 15 + 15 + R_A = 0$

$\therefore R_{A_{II}} = 15$ Ton ↑ Para la viga III las reacciones son (por ser carga simétrica) $R_{A_{III}} = \frac{3(2)}{2} = 3$ Ton ↑ y $R_{B_{III}} = 3$ Ton ↑

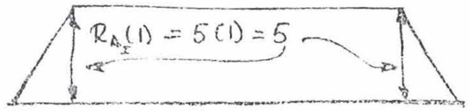
ó por $\Sigma M_{A_{III}} = 0 \quad 3(2)(2 + \frac{3}{2}) - R_{B_{III}}(7) = 0$

$\therefore R_{B_{III}} = \frac{6(3.5)}{7} = 3$ Ton ↑ y por $\Sigma F_y = 0 \quad 3(2) - 3 - R_{A_{III}} = 0$

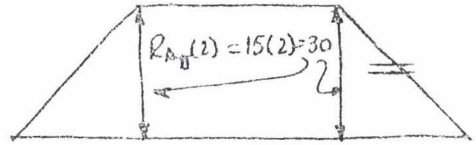
$\therefore R_{A_{III}} = 3$ Ton ↑

Los diagramas de momentos de las vigas I, II y III son:

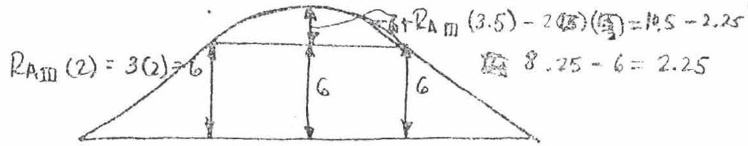
DMF$_I$



DMF$_{II}$



DMF$_{III}$



Dividiendo el diagrama de momentos flexionantes de cada viga entre EI se obtiene el diagrama de curvatura de la viga. Aplicando para los diagramas de curvatura los teoremas de Mohr. Para encontrar el giro en el extremo de la viga (A, o B) se debe tener que

Por simetría $\theta_{A_{I+II+III}} = -\theta_{B_{I+II+III}} = \sum_{A}^{L/2}$ Areas del diagrama de curvatura $_{I+II+III}$

Del DMF$_I$/EI

$$\theta_{A_I} = \frac{1}{EI}\left[\frac{5(1)}{2} + 5(2.5)\right] = \frac{2.5}{EI} + \frac{12.5}{EI} = \frac{15}{EI}$$

Del DMF$_{II}$/EI

$$\theta_{A_{II}} = \frac{1}{EI}\left[\frac{30(2)}{2} + 30(1.5)\right] = \frac{30}{EI} + \frac{45}{EI} = \frac{75}{EI}$$

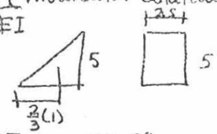
Del DMF/EI

$$\theta_{A_{III}} = \frac{1}{EI}\left[\frac{6(2)}{2} + 6(1.5) + \frac{2}{3}(1.5)\,2.25\right] = \frac{6}{EI} + \frac{9}{EI} + \frac{2.25}{EI} = \frac{17.25}{EI}$$

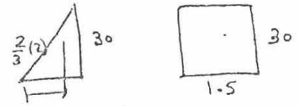
$$\theta_{A_{I+II+III}} = \frac{15}{EI} + \frac{75}{EI} + \frac{17.25}{EI} = \frac{107.25}{EI}$$

La flecha máxima se presenta al centro del claro. Esto puede ser afirmado, en virtud de la simetría de la viga y la de las cargas actuantes. Aplicando los teoremas de Mohr tenemos

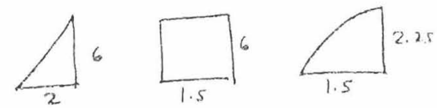
$$y_{I+II+III} = \sum_{A}^{L/2}(A\bar{x}_A) = \frac{\Sigma(\text{momentos estáticos de areas del DMF})}{EI}$$



$$y_I = \left[\frac{5}{2}(1)\left(\frac{2}{3}(1)\right) + 5(2.5)\left(1 + \frac{2.5}{2}\right)\right]\frac{1}{EI} = \frac{29.79}{EI}$$



$$y_{II} = \left[30\left(\frac{2}{2}\right)\left(\frac{2}{3}(2)\right) + 30(1.5)\left(2 + \frac{1.5}{2}\right)\right]\frac{1}{EI} = \frac{163.75}{EI}$$



$$y_{III} = \left[6\left(\frac{2}{2}\right)\left(\frac{2}{3}(2)\right) + 6(1.5)\left(2 + \frac{1.5}{2}\right) + 2.25\left(\tfrac{2}{3}(1.5)\ldots\right)\right]\frac{1}{EI} = \frac{39.33}{EI}$$

De donde por superposición:

$$y = y_I + y_{II} + y_{III} = \frac{1}{EI}(293)$$

Para determinar y es por lo tanto necesario estimar E y I

Para la sección transversal del problema

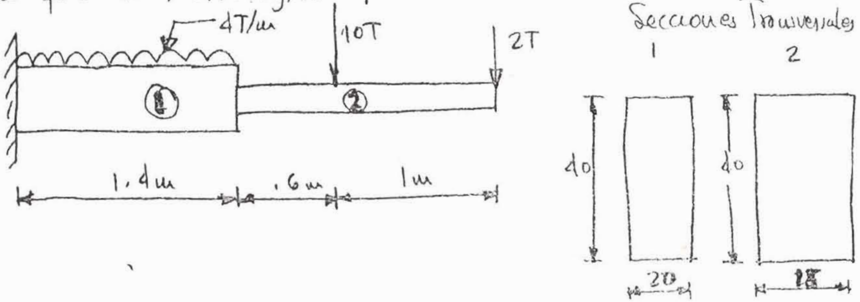
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{.12(.3)^3}{12} = .00027 m^4$$

$$E = 10^6 Kg/cm^2 = 10^7 T/m^2$$

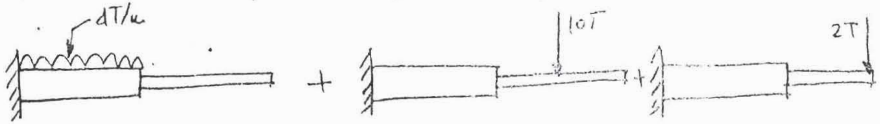
$$\theta_A = \frac{107.25}{EI} = .3972\times10^{-3} \text{ rad.}$$

$$y_{I+II+III} = \frac{233}{.00027\times10^7} = 8.63\times10^{-3} m = .00863 m = .863 cm$$

2.- Encuentre, utilizando los teoremas de Mohr la flecha en el extremo A de la viga que se muestra en la figura considerando que $E = 1.2\times10^5 Kg/cm^2$



Descomponiendo el problema anterior por el principio de superposición en los tres problemas siguientes y aplicando los teoremas de Mohr

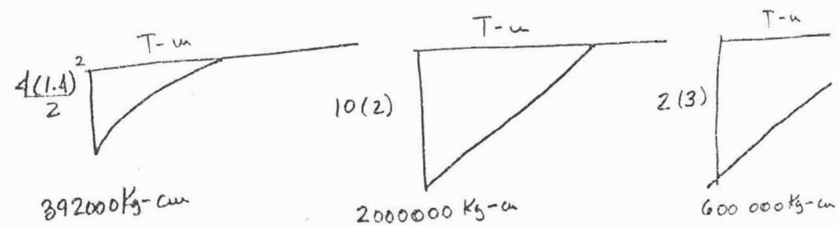


Se pueden trazar los diagramas de momentos flexionantes de estas vigas, sin necesidad de conocer el valor de las reacciones en el extremo empotrado simplemente tomando momentos de derecha a izquierda de la viga. Para poder encontrar el diagrama de curvatura de las vigas ($\frac{M}{EI}$) es necesario conocer para cada tramo 1 y 2 el valor del momento de inercia en virtud de que se tienen dos secciones transversales diferentes.

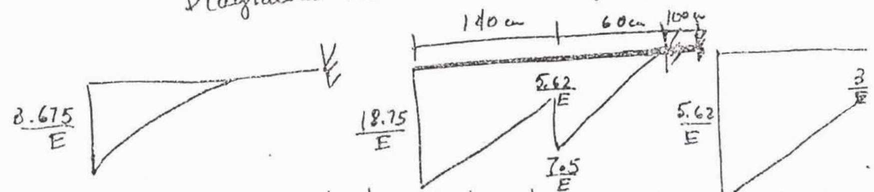
$$I_1 = \frac{20(40)^3}{12} = 106.666\times10^3 cm^4$$

$$I_2 = \frac{15(40)^3}{12} = 80000 cm^4$$

Diagramas de momentos flexionantes de las vigas



Diagramas de curvaturas y viga conj.



La flecha en el extremo A de cada viga es el momento flexionante en ese punto:

$$y_I = \left[3.675\left(\tfrac{1}{3}\right)(140)\left(\tfrac{3}{4}(140)+160\right)\right]\frac{1}{E} = \frac{45447.5}{E}$$

$$y_{II} = \left[.5\left(\tfrac{60}{2}\right)\left(\tfrac{2}{3}(60)+100\right) + 5.62(140)\left(\tfrac{140}{2}+160\right) + 13.13\left(\tfrac{140}{2}\right)\left(\tfrac{2}{3}(1\right.\right.$$

$$y_{II} = \frac{429566.7}{E}$$

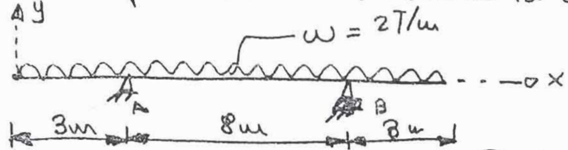
$$y_{III} = \left[4\left(\frac{160}{2}\right)\left(\frac{2}{3}(160)\right) + 3(140)(70+160) + 2.62\left(\frac{140}{2}\right)\left(\frac{2}{3}(140)+160\right)\right]\frac{1}{E}$$

$$y_{III} = \frac{177194.6}{E}$$

$$y_I + y_{II} + y_{III} = \frac{658208}{E}$$

$$y = \frac{658208}{1.2\times10^5} = 5.48\text{ cm}$$

3.- Determine la flecha de la viga en los puntos $x=2m$, $x=10m$ y $x=12m$. Utilice el método de integración a partir de la ecuación de la elástica



$EI = 2\times10^4\ T\cdot m^2$

Convención de momentos (+) de izq. a derecha

Eligiendo como origen de coordenadas el extremo izquierdo de la viga. Tenemos que obtener como primer paso las reacciones en los apoyos de la viga; por simetría de cargas y de la viga en sí; $R_A = R_B = \frac{\omega l}{2} = \frac{14\times2}{2} = 14$ Ton

Para el intervalo de la viga $0 \le x \le a$ el momento flexionante queda dado por la expresión

$$(1)\ldots \quad M = -\frac{\omega x^2}{2}$$

Pero como el momento flexionante dividido entre EI es la curvatura; $\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dx^2}$

$$(2) \quad M = \frac{d^2y}{dx^2}EI$$

Sustituyendo (2) en (1)

$$(3) \quad EI\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{\omega x^2}{2}$$

Integrando la expresión (3) como EI es constante a lo largo de la viga se tiene que:

$$EI\int\frac{d^2y}{dx^2} = -\int\frac{\omega x^2}{2}dx$$

$$EI\,\frac{dy}{dx} = -\frac{wx^3}{6} + C_1 \quad ; \quad \frac{dy}{dx} \text{ es la pendiente de la viga.}$$

Integrando nuevamente obtenemos:

$$EI\,y = -\frac{wx^4}{24} + C_1x + C_2 \quad ; \quad y \text{ es la flecha.}$$

Para el tramo de viga comprendido entre. $a \leq x \leq a+b)$ el momento flexionante queda dado por la expresión:

$$M = -\frac{wx^2}{2} + \frac{wl}{2}(x-a) \qquad \text{Donde } \frac{wl}{2} = R_A$$

Procediendo de igual manera que para el intervalo anterior

$$EI\,\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{wx^2}{2} + \frac{wl}{2}(x-a)$$

Integrando esta expresión una vez se obtiene

$$EI\,\frac{dy}{dx} = -\frac{wx^3}{6} + \frac{wl}{4}(x-a)^2 + C_3$$

Integrando nuevamente esta expresión se tiene

$$EI\,y = -\frac{wx^4}{24} + \frac{wl}{12}(x-a)^3 + C_3x + C_4$$

No es necesario obtener las expresiones para la flecha y la pendiente y la curvatura para el tramo $(a+b) < x < l$ porque por la simetría de la viga y de las cargas, las flechas en la mitad izquierda de la viga son iguales a las de la mitad derecha.

Para poder valorar las flechas de la viga de las ecuaciones obtenidas, es necesario encontrar el valor de las constantes C_1, C_2, C_3, C_4; las cuales se obtienen sustituyendo en las ecuaciones, los valores de la flecha en lugares donde ésta se conozca, por ejemplo:

Para el intervalo $0 \leq x \leq a$ en $x=a$

$$EI\,y(0) = 0 = -\frac{wa^4}{24} + C_1a + C_2 \quad \ldots (3)$$

Para el intervalo $a \leq x \leq (a+b)$ en $x=a$

$$EI\,y(0) = 0 = -\frac{wa^4}{24} + C_3a + C_4 \quad \ldots (4)$$

Cuando $x=a$ la pendiente de la viga a la derecha debe ser por continuidad igual a la pendiente a la izquierda de la viga. Y por lo tanto las ecuaciones para el intervalo $0 \leq x \leq a$ y $a \leq x \leq (a+b)$ de las pendientes se igualan

$$0 \leq x \leq a \quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a} = \frac{-wa^3}{6EI} + \frac{C_1}{EI} \quad ; \quad a \leq x \leq a+b \quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a} = \frac{-wa^3}{6EI} + \frac{C_3}{EI}$$

$$-\frac{wa^3}{6EI} + \frac{C_1}{EI} = -\frac{wa^3}{6EI} + \frac{C_3}{EI}$$

$$\therefore \quad C_1 = C_3$$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

De las ecuaciones (3) y (4) considerando que $C_1 = C_3$ se obtiene que:

$$-\frac{wa^4}{24} + C_1 a + C_2 = -\frac{wa^4}{24} + C_3 a + C_4$$

$$-\frac{wa^4}{24} + C_1 a + C_2 + \frac{wa^4}{24} - C_1 a = C_4$$

$$\therefore \quad C_2 = C_4$$

Por la simetría de la viga y la simetría de las carga se sabe que la pendiente en $x = \frac{l}{2}$ es nula

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{l}{2}} = 0$$ y por lo tanto empleando la expresión para $a \le x \le a+b$

$$EI \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{l}{2}} = 0 = -\frac{w}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 + \frac{wl}{4}\left(\frac{l}{2}-a\right)^2 + C_3$$

$$C_3 = \frac{w}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 - \frac{wl}{4}\left(\frac{l}{2}-a\right)^2$$

Sustituyendo este valor de C_3 en la ecuación llamada (4)

$$EI\,(y(0)) = 0 = -\frac{wa^4}{24} + \frac{w}{6}\left(\frac{l}{2}\right)^3 a - \frac{wl}{4}\left(\frac{l}{2}-a\right)^2 + C_4$$

$$C_4 = \frac{wa^4}{24} - \frac{wl^3 a}{48} + \frac{wla}{4}\left(\frac{l}{2}-a\right)^2$$

Conociendose ahora todos los valores de las constantes ya que $C_3 = C_1$ y $C_4 = C_2$ podemos obtener las expresiones generales de la flecha para cualquier punto en el intervalo $0 \le x \le a$

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

y para el intervalo $a \le x \le a+b$

Para $0 \le x \le a$

$$y = -\frac{wx^4}{24EI} + \frac{wl^3 x}{48EI} - \frac{wlx}{4EI}\left(\frac{l}{2}-a\right)^2 + \frac{wa^4}{24EI} - \frac{wl^3 a}{48EI} + \frac{wla}{4EI}\left(\frac{l}{2}-a\right)^2$$

Para $a \le x \le a+b$

$$y = -\frac{wx^4}{24EI} + \frac{wl(x-a)^3}{12EI} + \frac{wl^3 x}{48EI} - \frac{wlx}{4EI}\left(\frac{l}{2}-a\right) + \frac{wa^4}{24EI} - \frac{wl^3 a}{48EI} + \frac{wla}{4EI}$$

~~4.- Determinar la flecha en~~

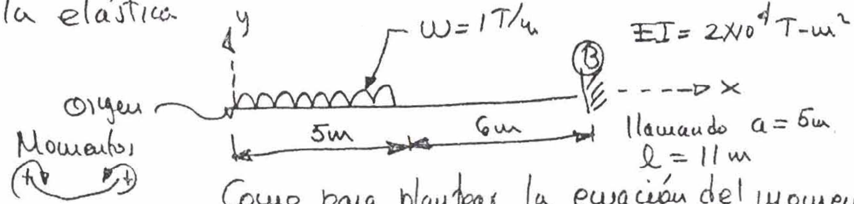
Para la flecha en $x=2$ por simetría es igual a la flecha en $x=12$. Se emplea la expresión para $0 \le x \le a$ sustituyendo $x=2$

$$y = 1.54 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

Para $x=10$ se emplea $a \le x \le a+b$

$$y = 4.99 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

4.- Determinar la flecha en $x=1$ y $x=7$ Utilizando el método de integración a partir de la ecuación de la elástica.



Como para plantear la ecuación del momento no intervienen las reacciones en (B) no es necesario determinarlas.

Para $0 \le x \le a$ el momento está dado por $M = -\frac{wx^2}{2}$ y como $EI\frac{d^2y}{dx^2} = M$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{wx^2}{2},$$

Integrando una vez tenemos:

$$EI\frac{dy}{dx} = -\frac{wx^3}{6} + C_1 \qquad (1)$$

Integrando otra vez tenemos:

$$EI\,y = -\frac{wx^4}{24} + C_1x + C_2 \qquad (2)$$

Para $a \le x \le l$; $M = -wa(x-\frac{a}{2})$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -wa(x-\frac{a}{2})$$

Integrando una vez:

$$EI\frac{dy}{dx} = -\frac{wa}{2}(x-\frac{a}{2})^2 + C_3 \qquad (3)$$

Integrando otra vez:

$$EI\,y = -\frac{wa}{6}(x-\frac{a}{2})^3 + C_3x + C_4 \qquad (4)$$

Sustituyendo valores conocidos de y y $\frac{dy}{dx}$ en algunos x se encuentra el valor de las constantes C_1, C_2, C_3, C_4.

Por ejemplo: en $x = l$ $y = 0$ y $\frac{dy}{dx} = 0$ por ser empotramiento y de la expresión (3)

$$EI\frac{dy}{dx}\Big|_{x=l} = 0 = -\frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2 + C_3$$

Universidad Nacional Autónoma de México

$$\therefore\ C_3 = \frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$

De la expresión (4), sustituyendo C_3

$$EI\,y(l) = 0 = -\frac{wa}{6}(l-\frac{a}{2})^3 + \frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2 + C_4$$

$$\therefore\ C_4 = \frac{wa}{6}(l-\frac{a}{2})^3 - \frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$

Como en el punto $x=a$ por continuidad la pendiente a la izquierda es igual a la pendiente a la derecha las ecuaciones (1) y (3) deben cumplirse simultáneamente. y como se conoce el valor de C_3 tenemos:

$$-\frac{wa^3}{6} + C_1 = -\frac{wa}{2}(\frac{a}{2})^2 + C_3$$

$$-\frac{wa^3}{6} + C_1 = -\frac{wa^3}{8} + \frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$

$$C_1 = \frac{2wa^3}{48} + \frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2 = \frac{wa^3}{24} + \frac{wa}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$

Igualando las expresiones para la flecha en $x=a$ de las ecuaciones (2) y (4) tenemos que conocido C_1

$$-\frac{wa^4}{24} + \frac{wa^4}{24} + \frac{wa^2}{2}(l-\frac{a}{2})^2 + C_2 = -\frac{wa}{6}(\frac{a}{2})^3 + \frac{wa^2}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$
$$+ \frac{wa}{6}(l-\frac{a}{2})^3 - \frac{wal}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$

Despejando C_2

$$C_2 = -\frac{wa^4}{48} + \frac{wa}{6}(l-\frac{a}{2})^3 - \frac{wal}{2}(l-\frac{a}{2})^2$$

Por lo tanto las expresiones para la flecha en los intervalos $0 \le x \le a$ y $a \le x \le l$ son:

Universidad Nacional Autónoma de México

Para $0 < x \leq a$

$$y = \frac{-wx^4}{24EI} + \frac{wa^3 x}{24EI} + \frac{wax}{2EI}\left(l-\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{wa^4}{48EI} + \frac{wa}{6EI}\left(l-\frac{a}{2}\right)^3 - \frac{wal}{2EI}\left(l-\frac{a}{2}\right)^2$$

La flecha para $a \leq x \leq l$

$$y = -\frac{wa}{6EI}\left(x-\frac{a}{2}\right)^3 + \frac{wax}{2EI}\left(l-\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{wa}{6EI}\left(l-\frac{a}{2}\right)^3 - \frac{wal}{2EI}\left(l-\frac{a}{2}\right)^2$$

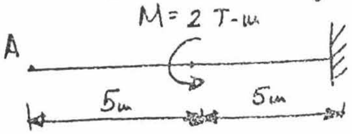
Empleando la expresión adecuada ($0 < x \leq a$) para obtener la flecha en $x=1$ tenemos

$$y(1) = -6.51 \times 10^{-2}\ m$$

Empleando la expresión para $a \leq x \leq l$ para $x=7$

$$y(7) = -1.433 \times 10^{-2}\ m$$

5.- Determine la flecha y la pendiente en el extremo (A) de la viga utilice viga conjugada.



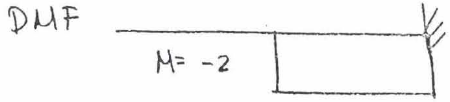
$EI = 2 \times 10^4\ T\text{-}m$

Se conoce que la viga conjugada de la anterior es el extremo libre se empotra y el empotrado se deja libre y por lo tanto las condiciones de apoyo de la viga conjugada son llamando $\frac{l}{2} = 5$

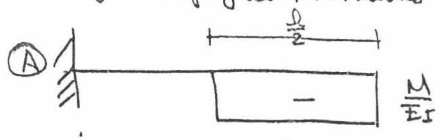
Esta viga deberá cargarse con el diagrama de momentos flexionantes de la viga original, dividido entre EI.

Universidad Nacional Autónoma de México

El diagrama de momentos flexionantes de la viga ~~anterior es~~ original es:



La viga conjugada resultante es por lo tanto



En el extremo (A) θ_A es el cortante en la viga conjugada en (A)

En viga conj: $V_{xc} = \theta_A = -\frac{Ml}{2EI}$

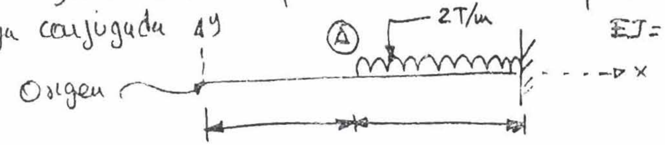
La flecha en (A) de la viga original es igual a momento en el punto (A)

$$M_{A\,\text{viga conj}} = y_A = -\frac{Ml}{2EI}\left(\frac{3}{4}l\right) = \frac{-3Ml^2}{8EI}$$

Sustituyendo valores

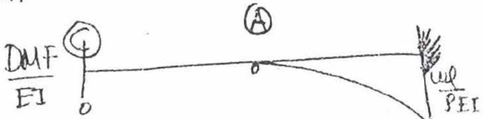
$\theta_A = -.0005\ rad$ $y_A = -3.75 \times 10^{-3}\ m$

6.- Determine la flecha máxima y la flecha en el punto (A) de la viga mostrada en la figura obtenga también las pendientes en dichos puntos. Utilizando viga conjugada

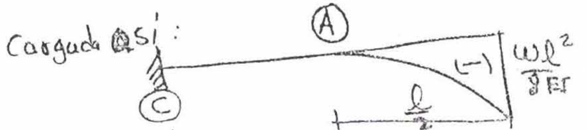


$EI = 2 \times 10^4\ T\text{-}m$

Como en el problema anterior las condiciones de apoyo se cambian del empotramiento se convierte en un extremo libre y el extremo libre se empotra. El diagrama de momentos flexionantes dividido entre EI con que se debe cargar la viga conjugada es de la viga original:



La viga conjugada es por lo tanto



Donde el cortante en cualquier punto es igual a la pendiente y el momento flexionante es igual a la flecha.

$$\theta_A = -\frac{wl}{8EI}\left(\frac{1}{3}\,\frac{l}{2}\right) = -\frac{wl^3}{48EI}$$

$$\theta_C = -\frac{wl}{8EI}\left(\frac{1}{3}\,\frac{l}{2}\right) = -\frac{wl^3}{48EI}$$

El momento flexionante de la viga conjugada o sea la flecha de la viga original es:

$$y_A = -\frac{wl^2}{8EI}\left(\frac{1}{3}\,\frac{l}{2}\right)\left(\frac{3}{4}\,\frac{l}{2}\right) = -\frac{wl^4}{128EI}$$

$$y_C = y_{max} = -\frac{wl^2}{8EI}\left(\frac{1}{3}\,\frac{l}{2}\right)\left(\frac{7}{4}\,\frac{l}{2}\right) = -\frac{7wl^4}{384EI}$$

y_C es la máxima porque el diagrama de momentos de la viga conjugada es: y_c

Sustituyendo valores tenemos:

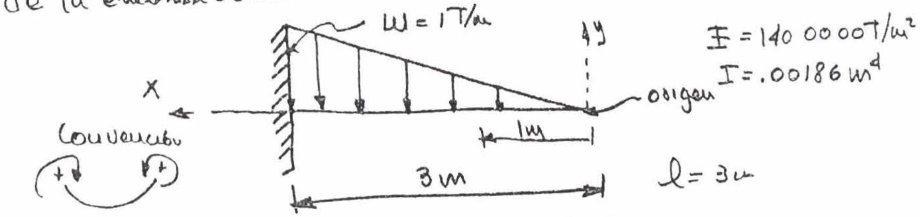
$$\theta_C = -1.066\times10^{-3}\ rad$$

$$\theta_A = -1.066\times10^{-3}\ rad$$

$$y_A = -3.2\times10^{-3}\ m$$

$$y_C = -7.461\times10^{-3}\ m$$

7.- Para la viga mostrada en la figura determine la pendiente y la flecha en $x=1.0\,m$ Usando el método de integración a partir de la ~~elástica~~ ecuación de la elástica



El momento en cualquier sección $0 < x \le l$ queda expresado por: $\frac{w}{l} = \frac{w_x}{x}$

$$w_x = \frac{wx}{l}$$

$$M = \frac{wx}{l}\,\frac{x}{2}\left(\frac{1}{3}x\right) = -\frac{wx^3}{6l}$$

Como $M = EI\frac{d^2y}{dx^2}$

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{wx^3}{6l}$$

Integrando una vez

$$EI\frac{dy}{dx} = -\frac{wx^4}{24l} + C_1$$

82

Integrando otra vez:

$$EI\,y = -\frac{w x^5}{120\,l} + C_1 x + C_2 \qquad (a)$$

Conociendo que para $x = l$ $\quad y = 0$

$$EI\,y(l) = 0 = -\frac{w l^5}{120\,l} + C_1 l + C_2 \qquad (1)$$

Y además para $x = l$ $\quad \frac{dy}{dx} = 0$

$$EI \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=l} = 0 = -\frac{w l^4}{24\,l} + C_1$$

$$C_1 = \frac{w l^3}{24}$$

Sustituyendo este valor en (1) se tiene que:

$$\frac{w l^5}{120\,l} - \frac{w l^4}{24} = C_2$$

$$C_2 = \frac{w l^4}{120} - \frac{w l^4}{24}$$

Por lo tanto la expresión para determinar la flecha en cualquier punto entre $0 < x \leq l$ es de (a)

$$y = -\frac{w x^5}{120\,l\,EI} + \frac{w l^3 x}{24 EI} + \frac{w l^4}{120 EI} - \frac{w l^4}{24 EI}$$

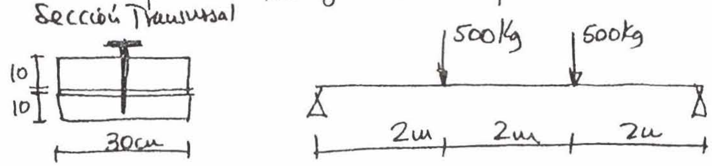
$$y = -\frac{w x^5}{120\,l\,EI} + \frac{w l^3 x}{24 EI} - \frac{4 w l^4}{120 EI}$$

Sustituyendo valores

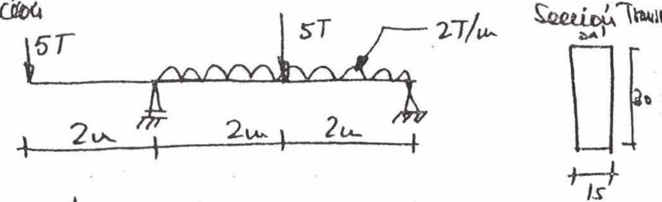
$y(1) =$

83

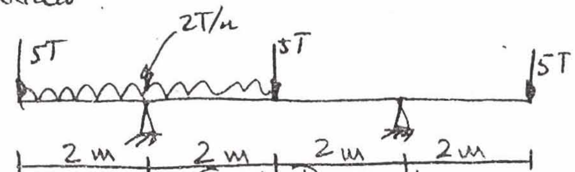
1.- Encuentre la separación a la que deberán colocarse los clavos para lograr que la sección compuesta por dos tablones, mostrada en la figura, trabaje como unidad. Considere que los clavos usados pueden trabajar a una fuerza cortante de 70 Kg.



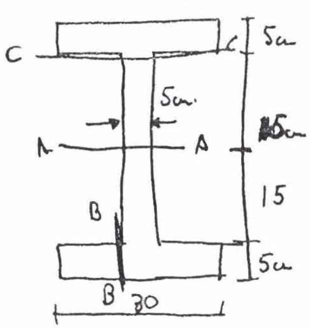
2.- Obtenga el valor máximo que alcanza el esfuerzo cortante en la viga, así como la distribución de esfuerzos cortantes en esa misma sección.



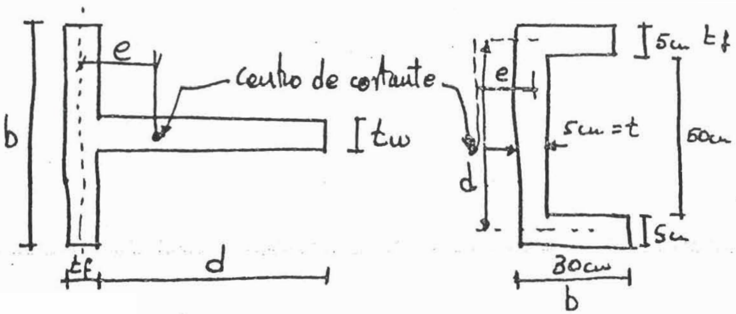
3.- Determinar los esfuerzos cortantes en las secciones A-A, B-B y C-C en la sección de la viga en que el cortante sea máximo.



Sección Transversal

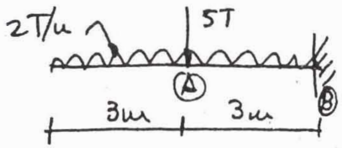


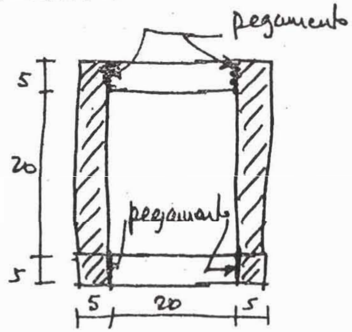
4.- Determinar el centro de cortante de la figuras siguiente:



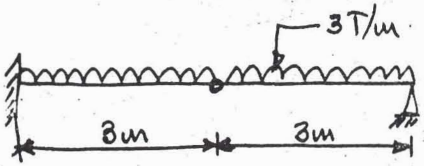
(a)

5.- Determine en las secciones A y B de la viga el esfuerzo cortante a que se encuentra sometido el pegamento que une las cuatro piezas que forman la sección transversal

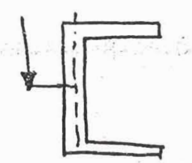




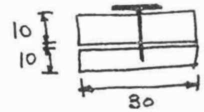
6.- Determine el valor máximo que alcanza el esfuerzo cortante en la viga, así como la distribución de esfuerzos cortantes en esa misma sección

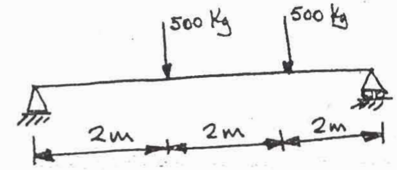


Sección Transversal



1.- Encuentre la separación a la que deberán colocarse los clavos para lograr que la sección compuesta por dos tablones trabaje como una unidad. Considere que los clavos usados pueden trabajar a una fuerza cortante de 70 Kg





Para determinar la separación de clavos para que el juego de tablones actúe como unidad, deberá calcularse el flujo de cortante existente entre los tablones

$$q = \frac{VQ}{I}$$

Donde I es el momento de inercia de la sección completa

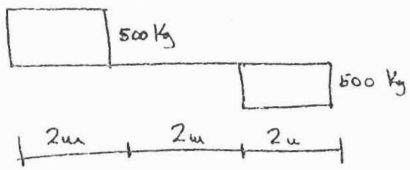
$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{30(20)^3}{12} = 20000 \text{ cm}^4$$

Q es el momento estático del área de uno de los tablones con respecto a su eje que pasa entre los dos tablones

$$Q = b h_1 \frac{h_1}{2} = 30(10)\frac{(10)}{2} = 1500 \text{ cm}^3$$

V es el cortante actuante en la viga. Se deberá trazar el diagrama de cortante de la viga para localizar las secciones en donde el cortante toma valores distintos y por lo tanto donde el flujo de cortante toma diversos valores

Diagrama de Fuerza Cortante



El diagrama de Fuerza cortante es de esa forma por ser

$$R_A = R_B = 500 \text{ Kg}$$

Como el cortante toma dos valores distintos para la longitud de la viga (500 Kg y 0 Kg)

~~La distancia~~ El flujo de cortante en donde V=500Kg es:

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{500 \times 1500}{20000} = 37.5 \text{ Kg/cm}$$

Para el tramo de viga central

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{0 \times 1500}{20000} = 0 \text{ Kg/cm}$$

Para determinar la distancia a la que deben colocarse los clavos se emplea la expresión:

$$s = \frac{V_R}{q}$$

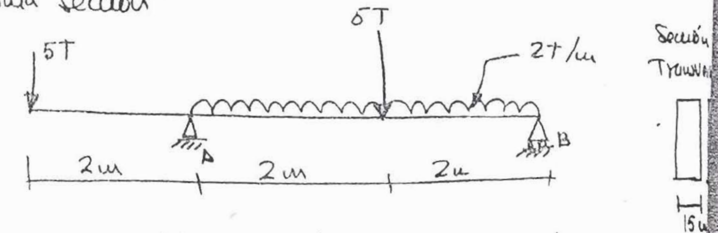
Donde V_R es el cortante resistente del clavo

Para V= 500 $\qquad s = \frac{70}{37.5} = 1.86 \text{ cm}$

Para el tramo central $V = 0 \quad q = 0$ y no se necesitan clavos en la parte central

$$s = \frac{70}{0} \rightarrow \infty$$

2.- Obtenga el valor máximo que alcanza el esfuerzo cortante en la viga, así como la distribución de esfuerzos cortantes en esa misma sección



Se deben encontrar primeramente los reacciones R_A y R_B de la viga para poder trazar el diagrama de fuerza cortante de la viga y localizar en este el lugar de máximo cortante, para valuar en este lugar el esfuerzo cortante máximo en la sección transversal y la distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la sección transversal.

Por ΣM_A (+)

$$-5(2) + 2(4)(2) + 5(2) - 4R_B = 0$$

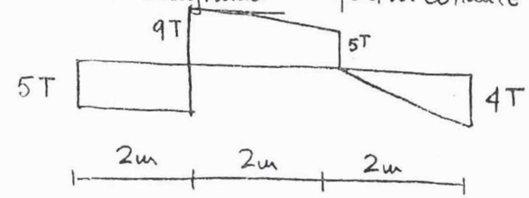
$$R_B = \frac{-10+16+10}{4} = 4 \text{ Ton} \uparrow$$

Por $\Sigma F_y = 0$

$$-5 + R_A - 4(2) - 5 + 4 = 0$$

$$R_A = 18 - 4 = 14 \text{ Ton} \uparrow$$

El diagrama de fuerza cortante de la viga

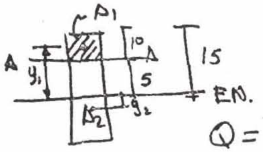


El cortante máximo en la viga es $V = 9T$

El esfuerzo cortante en cualquier sección de la sección transversal de la viga donde el cortante V es 9T queda expresado por

$$\tau = \frac{9\,000\,\text{Kg}\ Q}{I\,b}$$

Q es variable según la sección que se seleccione para estimar el esfuerzo cortante en la sección transversal. Es el momento estático de el area, de arriba o del area de abajo de la seccion A-A del ejemplo siguiente



Se desea conocer el esfuerzo cortante en la seccion A-A

$$Q = A_1 y_1 = A_2 y_2$$

Donde y_1 y y_2 son las distancias del centroide del area elegida al eje neutro

I es el momento de inercia de la sección transversal completa

b es el ancho de la sección transversal.

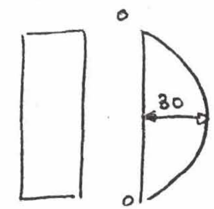
El valor máximo de τ se localiza exactamente en el eje neutro, por ser el lugar donde Q es máxima para la sección transversal. $Q = AY = (15 \times 15)(7.5)$

$$\tau = \frac{9000\,(15 \times 15)(7.5)}{I\ b}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{15(15)^3}{12} \qquad b = 15$$

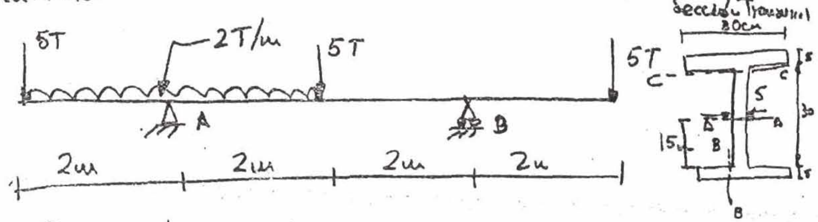
$$\tau = \frac{9000(15 \times 15)7.5}{33750(15)} = 30\,\text{Kg/cm}^2$$

La variación del esfuerzo cortante en esta sección es:



Variación parabólica porque: Q varia en esa forma.

3.- Determinar los esfuerzos cortantes en las secciones A-A, B-B, C-C en la sección de la viga en la que el cortante sea máximo.



Para determinar los esfuerzos pedidos en la sección de cortante máximo, es necesario determinar los valores de las reacciones R_A y R_B de la viga para trazar el diagrama de fuerza cortante de la viga y determinar el valor del cortante máximo en la misma.

Por $\Sigma M_A = 0$ (+)

$$-5(2) - 2(2)(1) + 2(2)(1) + 5(2) - 4R_B + 5(6) = 0$$

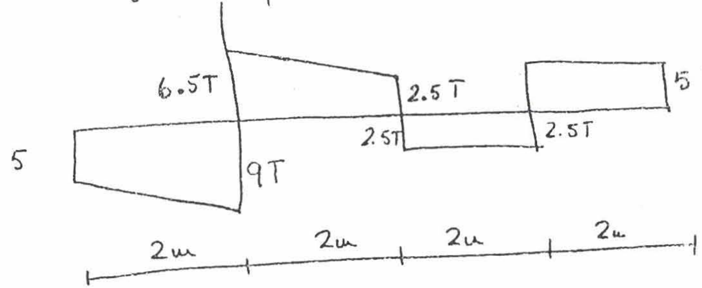
$$R_B = 30 = 7.5\ \text{Ton} \uparrow$$

Por $\Sigma F_y = 0$

$$-5 - 4(2) - 5 - 5 + 7.5 + R_A = 0$$

$$R_A = 23 - 7.5 = 15.5 \text{ Ton} \uparrow$$

El diagrama de fuerza cortante de la viga es:

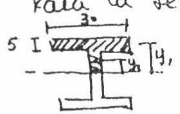


El cortante máximo de la viga es $V_{max} = 9T = 9000 kg$

El momento de inercia de la sección transversal es por medio del teorema de los ejes paralelo

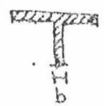
$$I = \frac{5(30)^3}{12} + 2\left[\frac{30(5)^3}{12} + (30\times5)(17.5)^2\right] = 103750 \text{ cm}^4$$

Para la sección A-A



$Q = 30(5)y_1 + 5(15)y_2$

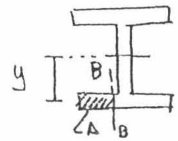
$y_1 = 15 + \frac{5}{2} = 17.5 \qquad y_2 = \frac{15}{2} = 7.5$



$$Q = 30(5)(17.5) + 5(15)(7.5) = 3187.5 \text{ cm}^3$$

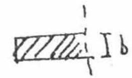
$$\tau_{A-A} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{9000(3187.5)}{103750(5)} = 55.3 \text{ Kg/cm}^2$$

Para la sección B-B



$Q = A\bar{y} = 12.5(5)\,\bar{y}$

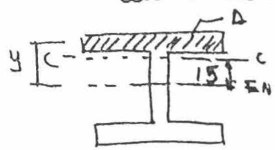
$\bar{y} = 15 + \frac{5}{2} = 17.5$



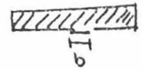
$Q = 12.5(5)(17.5) = 1093.75 \text{ cm}^3$

$$\tau_{B-B} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{9000(1093.75)}{(103750)(5)} = 18.98 \text{ Kg/cm}^2$$

Para la sección C-C



$Q = A\bar{y} = 30(5)\,\bar{y}$

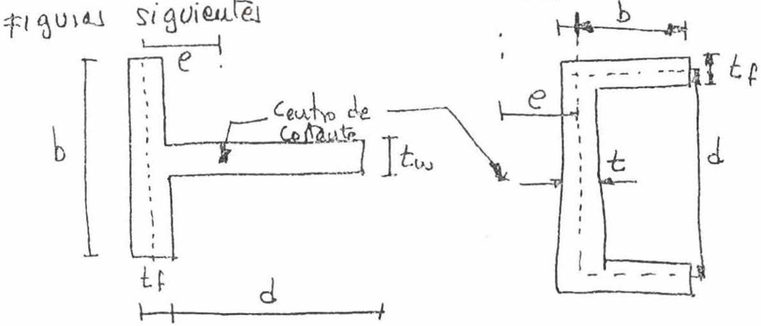


$\bar{y} = 15 + 2.5 = 17.5$

$Q = 30(5)(17.5) = 2625 \text{ cm}^3$

$$\tau_{C-C} = \frac{VQ}{Ib} = \frac{9000(2625)}{(103750)(5)} = 45.54 \text{ Kg/cm}^2$$

4.- Determine el centro de cortante de las figuras siguientes



(a) (b)

Para la figura (a) empleando la expresión

$$e = \frac{\Sigma I_x\, x}{\Sigma I_x}$$

x = distacia de un eje vertical al eje vertical centroidal de la sección.

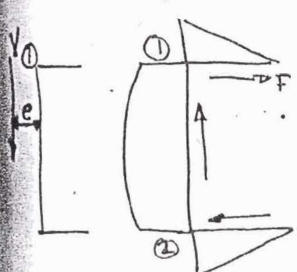
que se emplea para determinar la posición del centro de cortante cuando la pieza tiene un eje de simetría

$$\Sigma I_x X = \frac{t_f b^3}{12}(0) + \frac{d t_w^3}{12}\left(\frac{t_f}{2}+\frac{d}{2}\right)$$

$$\Sigma I_x X = \frac{d t_w^3 (t_f+d)}{12(2)} = \frac{d t_w^3 (t_f+d)}{24}$$

$$e = \frac{d t_w^3 (t_f+d)}{24 I_x}$$

Para la sección en canal usando el procedimiento convencional



En ① el valor de q es:

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{V(b t_f)(d/2)}{I_x}$$

$$F = \frac{1}{2} q b = \text{Area del triangulo}$$

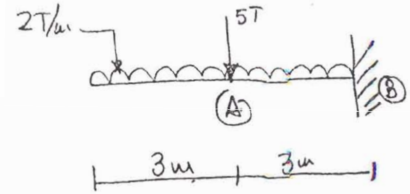
$$F = \frac{V b^2 d t_f}{4 I_x}$$

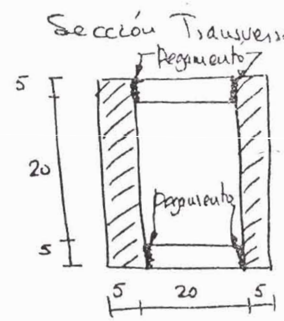
Por Σ de Momentos en 2 = 0

$$Fd - Ve = 0$$

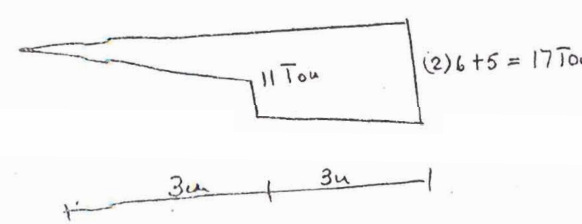
$$e = \frac{Fd}{V} = \frac{V b^2 d^2 t_f}{4 V I_x} = \frac{b^2 d^2 t_f}{4 I_x}$$

5.- Determine en las secciones A y B de viga el esfuerzo cortante a que se encuentra sometido el gamento que une las cuatro piezas que forman la sección transversal.





De la viga se determina el diagrama de fuerza corte en la misma



Por teorema de los ejes paralelos

$$I = 2\left(\frac{5(30)^3}{12}\right) + 2\left[\frac{20(5)^3}{12} + 20(5)(12.5)^2\right] = 54166.7\,cm^4$$

Para la sección en el pegamento

$$Q = A\,y = 20(5)\,y = 20(5)12.5 = 1250\,cm^3$$

En la sección A $V = 11\ Ton = 11000\ Kg$

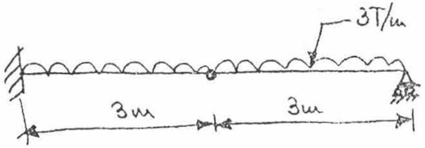
y el esfuerzo en el pegamento es:

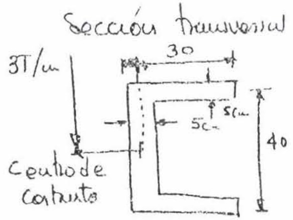
$$\tau = \frac{VQ}{Ib} = \frac{11000\,(1250)}{54166.7\,(5)} = 25.4\ Kg/cm^2$$

En la sección B $V = 17000\ Kg$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} = \frac{17000\,(1250)}{54166.7\,(5)} = 34.2\ Kg/cm^2$$

6.- Determine el valor máximo que alcanza el esfuerzo cortante en la viga, así como la distribución de esfuerzos cortantes en esa misma sección

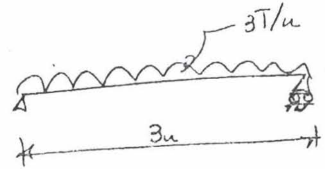




Por estar aplicada la carga en el centro de cortante, no se presenta torsión en la pieza, solo se presenta cortante puro y flexión.

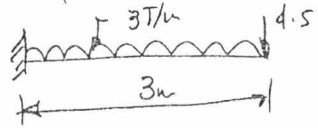
Resolviendo la viga para determinar el diagrama de fuerza cortante y el punto en el que dicho diagrama tiene un valor máximo.

Aislando la parte derecha de la viga tenemos:



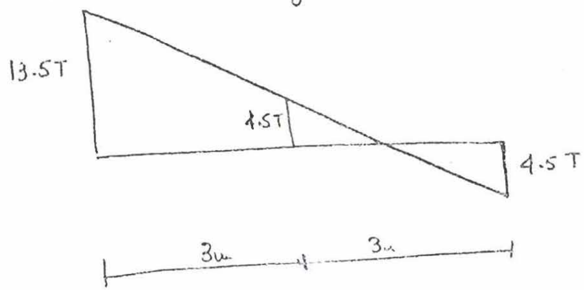
Por simetría de la viga $R_A = R_B = \frac{3(3)}{2} = 4.5\ Ton \uparrow$

Aislando la parte izquierda de la viga



$R_A = 4.5 + 3(3) = 13.5\ Ton \uparrow$

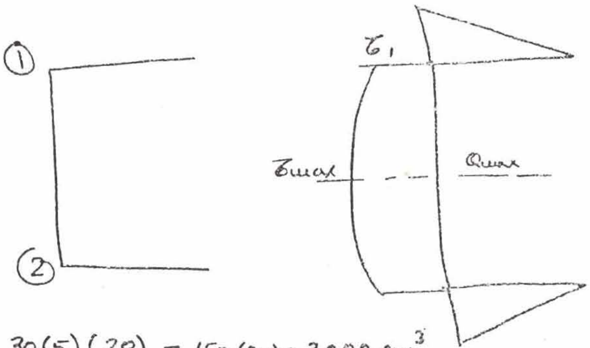
Con estos valores se puede trazar el diagrama de fuerza cortante de la viga



El cortante máximo $V = 13.5\ Ton = 13500\ Kg$

$Q_{max} = Ay$ ~~[illegible]~~

$Q_{max} \doteq 30(5)(20) + 20(5)(10) = 4000\ cm^3$



$Q_1 = Q_2 = 30(5)(20) = 150(20) = 3000\ cm^3$

$I = \frac{5(45)^3}{12} + 2\left[\frac{27.5(5)^3}{12} + 27.5(5)(20)^2\right] = 148541.7$

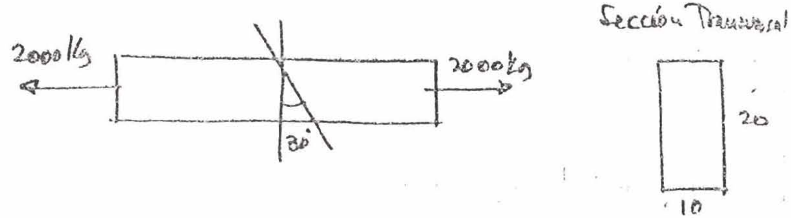
$\tau_{max} = \frac{13500(4000)}{148541.7(5)} = 72.7\ Kg/cm^2$

Para la sección 1

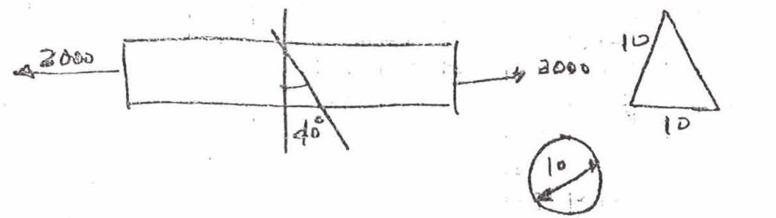
$\tau_1 = \frac{13500(3000)}{148541.7(5)} = 54.53\ Kg/cm^2$

97

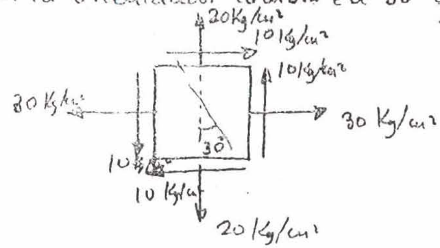
Determine los esfuerzos normales y tangenciales al plano que forma 30° con la vertical, según se muestra en la figura encontrando también el cortante máximo en cualquier plano de la pieza



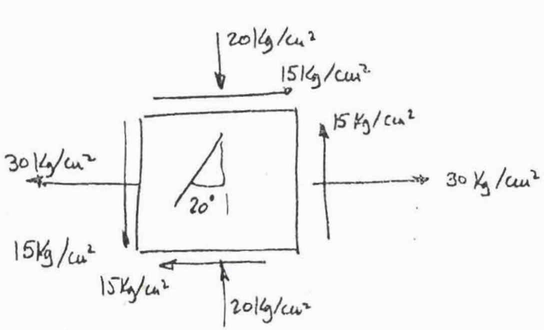
Determinar los esfuerzos normales y tangenciales actuando en un plano formando 40° con la vertical, como se muestra en la figura, para la sección triangular y para la sección circular. Determine también para ambas secciones, el valor máximo del esfuerzo cortante.



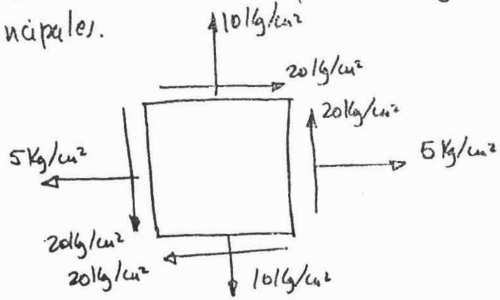
Determine el estado de esfuerzos del elemento mostrado en la figura si la orientación cambia en 30° como se muestra en la figura.



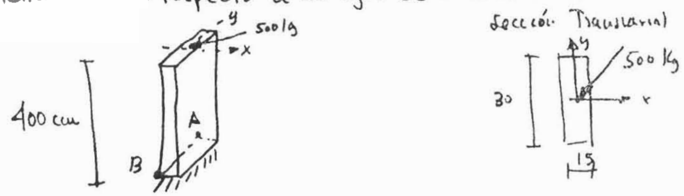
Determine el estado de esfuerzos del elemento mostrado en la figura siguiente, si la orientación cambia 20°



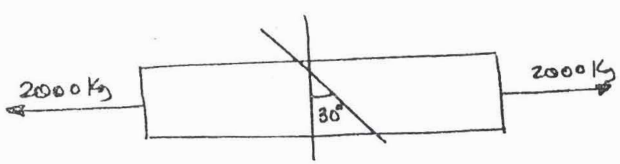
Obtenga para el estado de esfuerzos en el elemento mostrado en la figura, los esfuerzos principales y la orientación de los planos principales.

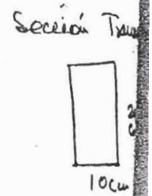


Determine los esfuerzos en los puntos A y B de la viga los cuales se localizan en la sección empotrada. Observe que la carga P está inclinada con respecto a los ejes de la sección transversal de la viga



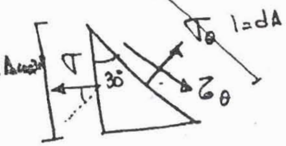
1.- Determine los esfuerzos normales y tangenciales al plano que forma 30° con la vertical, según se muestra en la figura encontrando también el cortante máximo en cualquier plano de la pieza.





Al aislar un elemento como

$1 \cos 30° = dA$



$\sigma = \frac{2000}{A} = \frac{2000}{20 \times 10}$ $\quad F_{\sigma\theta} = \sigma_\theta (1) \quad F_{\tau\theta} = \tau_\theta (1)$

$F = \frac{2000}{20 \times 10} \cos 30°$

Por $\Sigma F_{\sigma\theta} = 0$

$-\frac{2000}{20 \times 10} \cos 30° (\cos 30°) + \sigma_\theta (1) = 0$

$\sigma_\theta = \frac{2000}{20 \times 10} (\cos^2 30°) = 7.5 \text{ Kg/cm}^2$

Por $\Sigma F_{\tau\theta} = 0$

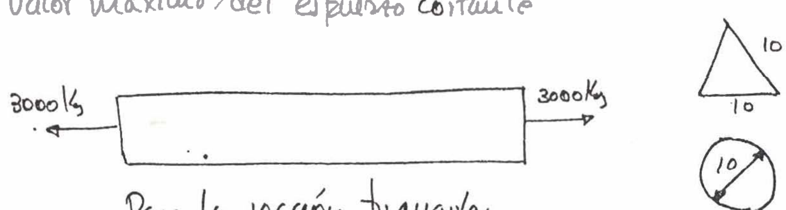
$+\frac{2000}{20 \times 10} \cos 30° (\operatorname{sen} 30°) + \tau_\theta (1) = 0$

$$\tau_\theta = \frac{2000}{20 \times 10} \cos 30^\circ \operatorname{sen} 30^\circ = 4.33 \text{ Kg/cm}^2$$

El cortante máximo se presenta cuando el producto sen α cos α es máximo; y esto se produce cuando $\alpha = 45^\circ$

$$\therefore \tau_{max_{45^\circ}} = \frac{2000}{20 \times 10} \cos 45^\circ \operatorname{sen} 45^\circ = 5 \text{ Kg/cm}^2$$

2.- Determinar los esfuerzos tangenciales y normales actuando en un plano formando 40° con la vertical como se muestra en la figura para la sección triangular y para la sección circular. Determine también para ambas secciones el valor máximo del esfuerzo cortante



Para la sección triangular.

$$A = \frac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

Aplicando la expresión obtenida para el problema anterior

$$\sigma_{\theta_{40^\circ}} = \frac{3000}{50} \cos^2 40^\circ = 35.21 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\tau_{\theta_{40^\circ}} = \frac{3000}{50} \cos 40^\circ \operatorname{sen} 40^\circ = 29.54 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\tau_{max_{45^\circ}} = \frac{3000}{50} \cos 45^\circ \operatorname{sen} 45^\circ = 30 \text{ Kg/cm}^2$$

Para el círculo

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = 78.54 \text{ cm}^2$$

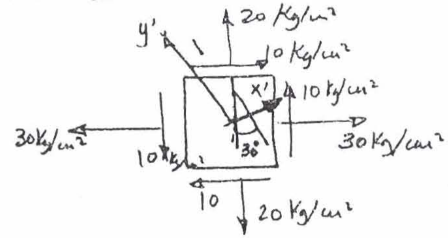
Aplicando las expresiones deducidas en el problema anterior

$$\sigma_{\theta_{40^\circ}} = \frac{3000}{78.54} \cos^2 40^\circ = 22.41 \text{ Kg/cm}^2$$

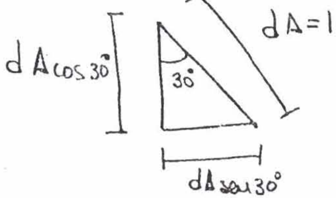
$$\tau_{\theta_{40^\circ}} = \frac{3000}{78.54} \cos 40^\circ \operatorname{sen} 40^\circ = 18.81 \text{ Kg/cm}^2$$

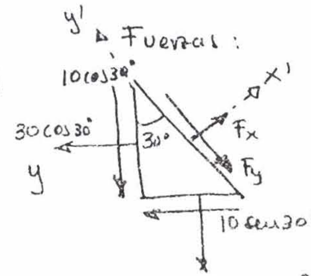
$$\tau_{max_{45^\circ}} = \frac{3000}{78.54} \cos 45^\circ \operatorname{sen} 45^\circ = 19.1 \text{ Kg/cm}^2$$

Problema 3.- Determinar el estado de esfuerzos del elemento mostrado en la figura, si la orientación cambia en 30° como se muestra en la figura.



Considerando





$20\, dA \operatorname{sen} 30° = 20 \operatorname{sen} 30°$

Haciendo equilibrio en la dirección x' y y'

$\sum F_{x'} = 0$

$$-20 \operatorname{sen}^2 30° - F_x - 30 \cos^2 30° - 10 \cos 30° \operatorname{sen} 30° - 10 \operatorname{sen}^2 30° \cos 30 = 0$$

$F_x = 36.16$ Kg

Pero como $dA = 1$ y $\sigma = \frac{F}{A}$

$F_x = \sigma_{x'} = 36.16\ Kg/cm^2$

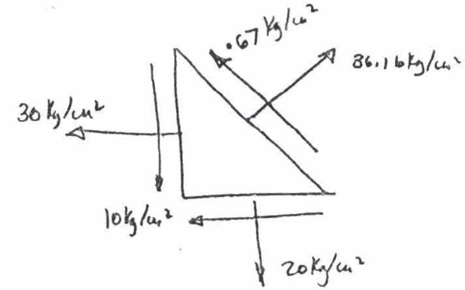
Por $\sum F_{y'} = 0$

$$-10 \cos^2 30° + 30 \cos 30° \operatorname{sen} 30° + 10 \operatorname{sen}^2 30° - 20 \operatorname{sen} 30° \cos 30° - F_y = 0$$

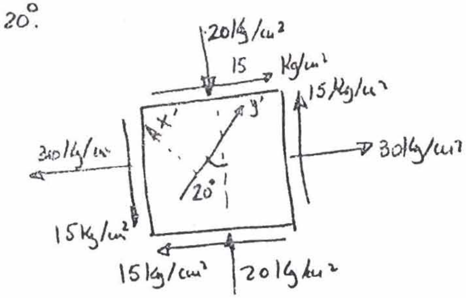
$F_y = -.67$ Kg Se cambia la dirección del esfuerzo

Como $\sigma = \frac{F_y}{A}$ y $dA = 1$

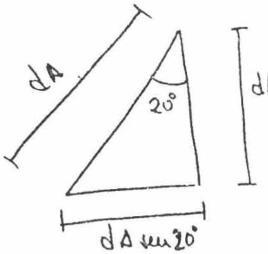
$F_y = \sigma_{y'} = .67\ Kg/cm^2$



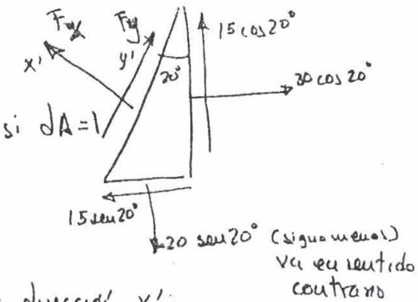
Problema 4.- Determine el estado de esfuerzos del elemento mostrado en la figura siguiente, si la orientación cambia 20°.



De manera análoga al problema anterior



y si dA=1



Haciendo equilibrio en la dirección x'

$$F_x + 20\,\text{sen}^2 20^\circ + 15\cos 20^\circ\,\text{sen}\,20^\circ - 30\cos^2 20^\circ + 15\cos 20^\circ\,\text{sen}\,20^\circ = 0$$

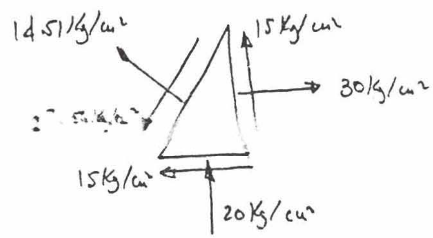
$$\sigma_{x'} = \frac{F_x}{dA} = \frac{14.51}{1}\ \text{Kg/cm}^2$$

Por $\Sigma F_{y'} = 0$

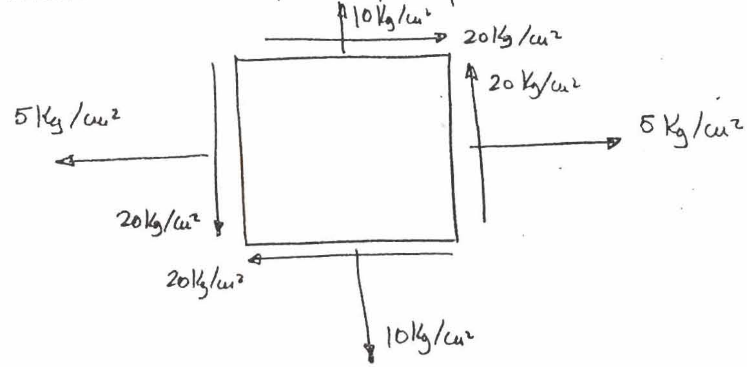
$$F_y + 15\cos^2 20^\circ + 30\cos 20^\circ\,\text{sen}\,20^\circ + 20\,\text{sen}\,20^\circ\cos 20^\circ + 15\,\text{sen}^2 20^\circ = 0$$

$F_y = -27.56$ (va en sentido contrario al supuesto)

$$\tau_{y'} = \frac{F_y}{dA} = -27.56$$

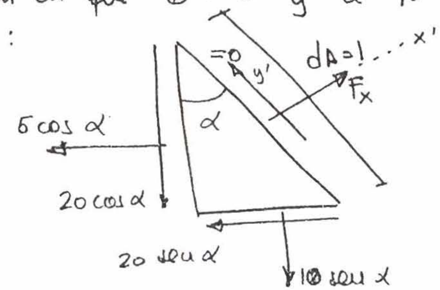


Problema 5.- Obtenga para el estado de esfuerzos en el elemento mostrado en la figura, los esfuerzos principales y la orientación de los planos principales.



Por definición los planos principales se localizan en la inclinación en que $\tau = 0$ y a 90° entre sí

Tomando:



Por $\Sigma F_{x'} = 0$

$$F_x - 5\cos^2\alpha - 20\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - 20\cos\alpha\,\text{sen}\,\alpha - 10\,\text{sen}^2\alpha = 0 \quad (a)$$

Por $\Sigma F_{y'} = 0$

$$-20\cos^2\alpha - 10\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha + 20\,\text{sen}^2\alpha + 5\cos\alpha\,\text{sen}\,\alpha = 0$$

Dividiendo entre sen α cos α

$$-\frac{20\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} - 10 + \frac{20\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} + 5 = 0$$

$$\frac{-20\cos^2\alpha + 20\operatorname{sen}^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha} = 5$$

$$\frac{-20(\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha)}{\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha} = 5$$

Como $\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = \cos 2\alpha$

y como $\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}(\operatorname{sen}(\alpha-\alpha) + \operatorname{sen}(\alpha+\alpha)) = \frac{1\operatorname{sen}2\alpha}{2}$

$$\frac{-20\cos 2\alpha}{\frac{\operatorname{sen}2\alpha}{2}} = 5$$

$$\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{sen}2\alpha} = -\frac{5}{40} \qquad \frac{\operatorname{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{40}{5} = -8$$

$\tan 2\alpha = -8 \qquad \therefore \text{ang}\tan(-8) = -82.87$

$\therefore$ Ángulo $\alpha_1 = -\frac{82.57}{2} = -41.43°$

Sumando 90° obtenemos

$\alpha_2 = -41.48° + 90 = 48.75°$

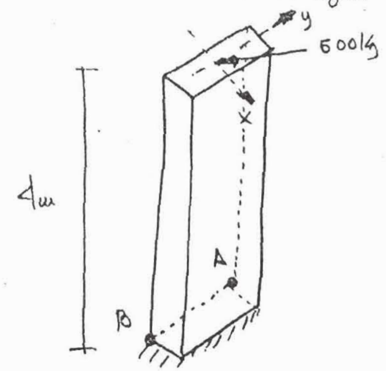
Sustituyendo α_1 en la expresión (a) obtenemos

$\sigma_x = \frac{F_x}{T} = -12.65\ \text{Kg/cm}^2$ (Esf. principal menor)

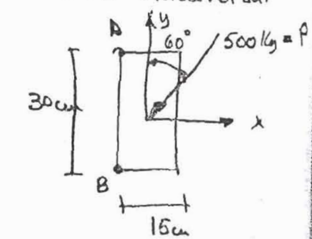
Sustituyendo $\alpha_2 = 41.57°$ en la expresión (a)

obtenemos $\sigma_x = 27.66\ \text{Kg/cm}^2$ (Esf. principal mayor.

Problema 6 Determinar los esfuerzos en los puntos A y B de la viga, los cuales se localizan en la sección empotrada. Observe que la carga P está inclinada con respecto a los ejes de sección transversal de la viga.



Sección Transversal



Descomponiendo la fuerza P en dos P_x y P_y

$P_y = 500\cos 60° = 250\ \text{kg}$

$P_x = 500\operatorname{sen}60° = 433\ \text{kg}$

La flexión alrededor del eje x la produce $P_y = 250$ kg

el momento de inercia alrededor de x es $I_x = \frac{15 \times 30^3}{12} = 33750$

$\sigma = \frac{M}{I}y$ (Tensión) $\sigma_A' = \frac{250(400)}{33750}(15) = 44.44\ \text{kg/cm}^2$

Compresión $\sigma_B' = \frac{M}{I}y = \frac{250(400)(15)}{33750} = 44.44\ \text{Kg/cm}^2$

La flexión alrededor del eje y la produce $P_x = 433$

el momento de inercia alrededor de y es

$$I_y = \frac{30(15)^3}{12} = 8437.5\ \text{cm}^4$$

108

Por formula de la escuadría

(compresión) $\sigma_A'' = \dfrac{433(400)(7.5)}{8437.5} = 153.9\ Kg/cm^2$

(compresión) $\sigma_B'' = \dfrac{433(400)(7.5)}{8437.5} = 153.9\ Kg/cm^2$

Aplicando el principio de superposición considerando + tensiones y − compresiones

$\sigma_A = \sigma_A' + \sigma_A'' = (\text{Tensión}) + (\text{compresión}) = 44.44 - 153.9 = -109.46$

$\sigma_A = -109.46\ Kg/cm^2$

$\sigma_B = \sigma_B' + \sigma_B'' = (\text{compresión}) + (\text{compresión}) = -44.44 - 153.9$

$\sigma_B = -198.34\ Kg/cm^2$