Análisis Numérico: Derivación Numérica

Cuando se tiene una función tabular, los polinomios interpolantes permiten obtener la derivada de cualquier orden en un punto dado. El error cometido depende del número de puntos disponibles.

Se debe considerar:
El número de puntos disponibles en la función tabular.
El punto elegido para la pendiente de la tangente (pivote)
Orden de interpolación: Diferencia en que se trunca la serie.

$$k = \frac{x_k - x_0}{h} \qquad h = cte$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{h}\left[\Delta y_0 + \frac{k(k-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{k(k-1)(k-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \ldots\right]$$

Primer orden de interpolación

Segundo orden de interpolación

Tercer orden de interpolación

Diferencias finitas divididas

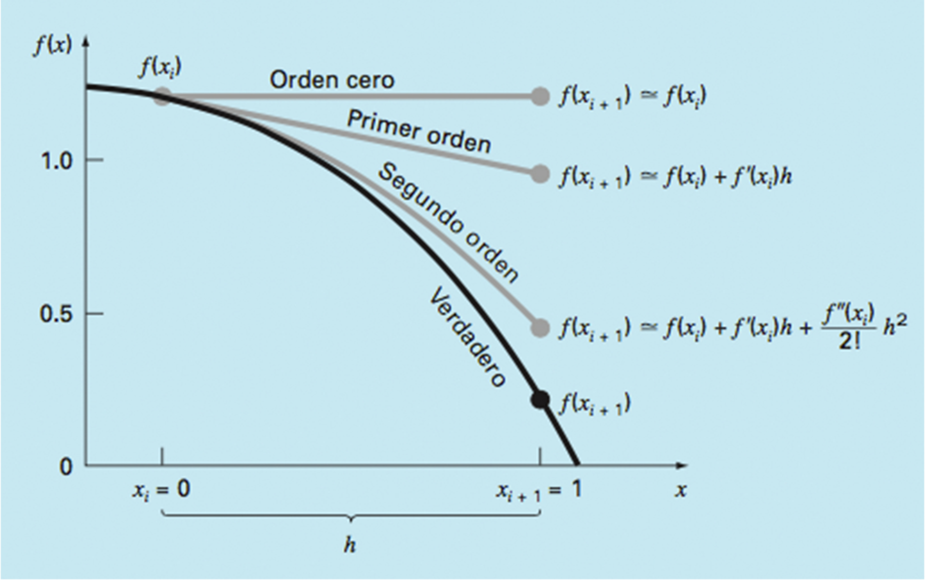
$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} + O(x_{i+1} - x_i) \qquad f'(x_i) = \frac{\Delta f_i}{h} + O(h)$$

La serie de Taylor se expande hacia atrás para calcular un valor anterior sobre la base del valor actual

$$f(x_{i-1}) = f(x_i) - f'(x_i)h + \frac{f''(x_i)}{2!}h^2 - \cdots \qquad f'(x_i) \cong \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{h} = \frac{\nabla f_1}{h}$$

Una tercera forma de aproximar la primera derivada consiste en restar la ecuación de la expansión de la serie de Taylor hacia adelante:

$$f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2h} - \frac{f^{(3)}(x_i)}{6}h^2 - \cdots \qquad f'(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2h} - O(h^2)$$



Imágenes y gráficos obtenidas de
Chapra, S. y Canale, R. (2015)
Métodos numéricos para ingenieros (7ª ed.).
México: McGraw-Hill Interamericana.

Fecha de elaboración
29 de Marzo de 2019

Unai Miquelajáuregui Graf e-mail: unaimiquel@gmail.com