INTERPOLACIÓN EN ESPACIOS CONSTANTES

ES UN MÉTODO DE INTERPOLACIÓN POLINÓMICA. AUNQUE SÓLO EXISTE UN ÚNICO POLINOMIO QUE INTERPOLA UNA SERIE DE PUNTOS, EXISTEN DIFERENTES FORMAS DE CALCULARLO. ESTE MÉTODO ES ÚTIL PARA SITUACIONES QUE REQUIERAN UN NÚMERO BAJO DE PUNTOS PARA INTERPOLAR, YA QUE A MEDIDA QUE CRECE EL NÚMERO DE PUNTOS, TAMBIÉN LO HACE EL GRADO DEL POLINOMIO.

LA ECUACIÓN GENERAL PARA LA OBTENCIÓN DE LA FUNCIÓN POR ESTE MÉTODO ES:

$$p_i(x) = p_{i-1}(x) + f_i(x_0, x_1, \ldots, x_{i-1}, x_i)\prod_{j=0}^{i-1}(x - x_j)$$

Partiendo de n puntos (x, y), podemos obtener un polinomio de grado n-1.
El MÉTODO que se utilizara es el de las diferencias divididas para obtener los coeficientes, el cual facilita la tarea de resolver un sistema de ecuaciones usando el cociente de sumas y restas.

- $p_0(x) = f_0(x_0) = x_0$. Se define así ya que este valor es el único que se ajusta a la secuencia original para el primer término.
- $p_1(x) = p_0(x) + f_1(x_0, x_1) * (x - x_0)$.[1]
- $p_2(x) = p_1(x) + f_2(x_0, x_1, x_2) * (x - x_0) * (x - x_1)$.

Partiendo de n puntos (x, y), podemos obtener un polinomio de grado n - 1.
El MÉTODO que se utilizara es el de las diferencias divididas para obtener los coeficientes, el cual facilita la tarea de resolver un sistema de ecuaciones usando el cociente de sumas y restas.

$$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i, \quad i = 0, \ldots, n-1$$

Tabla 5.1: Diferencias hacia adelante

x_i	y_i	Δy_i $y_{i+1} - y_i$	$\Delta^2 y_i$ $\Delta y_{i+1} - \Delta y_i$	$\Delta^3 y_i$ $\Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i$	$\Delta^4 y_i$ $\Delta^3 y_{i+1} - \Delta^3 y_i$
x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$
x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	$\vdots$
x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$	$\vdots$	
x_3	y_3	Δy_3	$\vdots$		
x_4	y_4	$\vdots$			
$\vdots$	$\vdots$				

El método asume valores de Xi equidistantante es decir, (xj-xi)=(j-i)h.
Usando la formula general:

$$P_n(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + c_n(x - x_0)\cdots(x - x_{n-1})$$

Utilizando la relación de diferencias hacia adelante de orden *k-esimo, se obtiene:*

$$c_0 = y_0, \quad c_1 = \frac{\Delta y_0}{h}, \quad c_2 = \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2}, \quad \ldots, \quad c_n = \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}$$

Sustituyendo:

$$P_n(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{n-1})$$

Como se puede observar, los coeficiente del polinomio se pudieron obtener directamente de la tabla de diferencias y dividiendo k!h^k.

Titulo: INTERPOLACIÓN EN ESPACIOS CONSTANTES
André Alejandro Estrada Alfaro-andre.estrada1998@gmail.com
Información obtenida de: Martínez, A.H. (2006). Métodos Numéricos. ITESM, 5.4,81-82. Recuperado de:http://www.mty.itesm.mx/dtie/deptos/cb/cb00854-1/Apuntes/HMA/MNIeI.pdf