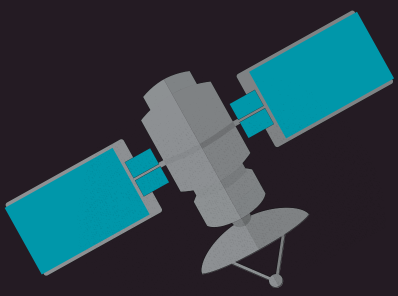
INTERPOLACION CON INCREMENTOS VARIABLES

LAGRANGE

+ El procesamiento de funciones tabulares se divide en función de su espaciamiento en la variable independiente. Cuando el paso no es constante, el polinomio de Laplace es una opción muy eficaz por la simpleza de su logaritmo; este recurso también puede utilizarse cuando la función tiene un espaciamiento constante con los mismos resultados.



SEA LA FUNCIÓN TABULAR: EN DONDE LA VARIABLE INDEPENDIENTE NO NECESARIAMENTE TIENE INCREMENTOS CONSTANTES

SE BUSCA UN POLINOMIO QUE PASE POR CADA UNO DE LOS PUNTOS DE LA FUNCIÓN TABULAR. SI LA TABLA CONTIENEN PUNTOS, EL POLINOMIO SERÁ DE GRADO N−1 O MENOR. A PARTIR DE UN TIPO DE DIFERENCIAS DENOMINADAS DIFERENCIAS DIVIDIDAS QUE, EN GENERAL, TIENEN LA SIGUIENTE FORMA

$$f[X_i - X_{i-1}] = \frac{f(X_i) - f(X_{i-1})}{X_i - X_{i-1}}$$

LA ECUACIÓN ES UN POLINOMIO DE GRADO N−1; LOS COEFICIENTES AI DEBEN DETERMINARSE DE TAL MANERA QUE EL POLINOMIO PASE POR TODOS Y CADA UNO DE LOS PUNTOS DE LA FUNCIÓN TABULAR. SE PROPONE EVALUAR LA ECUACIÓN EN EL PUNTO X = X1:

$$Y_1 = A_1(X_1 - X_2)(X_1 - X_3)(X_1 - X_4)\ldots(X_1 - X_n)$$

-DESPEJANDO LA INCÓGNITA A1,
VALUANDO A 1 AHORA EN EL PUNTO X = X2 Y
-DESPEJANDO A LA INCÓGNITA,
-REPITIENDO EL PROCESO CONSECUTIVAMENTE HASTA LLEGAR AL PUNTO X = XN,
-REPITIENDO EL PROCESO CONSECUTIVAMENTE HASTA LLEGAR AL PUNTO X = XN

$$A_n = \frac{Y_n}{(X_n - X_1)(X_n - X_2)(X_n - X_3)\ldots(X_n - X_{n-1})}$$

SUSTITUYENDO TODOS ESTOS RESULTADOS EN LA ECUACIÓN ORIGINAL

ESTA ULTIMA ECUACIÓN RECIBE EL NOMBRE DE INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE, EN ELLA LOS PARES DE PUNTOS (XI , YI) PERTENECEN A LA FUNCIÓN TABULAR, X ES EL VALOR DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE PARA LA CUAL SE DESEA EL VALOR INTERPOLADO DE Y. ->

$$\begin{aligned} Y = {} & \frac{(X-X_2)(X-X_3)(X-X_4)\ldots(X-X_n)}{(X_1-X_2)(X_1-X_3)(X_1-X_4)\ldots(X_1-X_n)}Y_1 + \\ & \frac{(X-X_1)(X-X_3)(X-X_4)\ldots(X-X_n)}{(X_2-X_1)(X_2-X_3)(X_2-X_4)\ldots(X_2-X_n)}Y_2 + \\ & \frac{(X-X_1)(X-X_2)(X-X_4)\ldots(X-X_n)}{(X_3-X_1)(X_3-X_2)(X_3-X_4)\ldots(X_3-X_n)}Y_3 + \\ & \vdots \\ & \frac{(X-X_1)(X-X_2)(X-X_3)\ldots(X-X_{n-1})}{(X_n-X_1)(X_n-X_2)(X_n-X_3)\ldots(X_n-X_{n-1})}Y_n \end{aligned}$$

SE RECUERDA QUE NO ES NECESARIO QUE LOS VALORES DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE X ESTÉN EQUIESPACIADOS. LA FÓRMULA 5 PUEDE EXPRESARSE EN FORMA DE SERIES COMO:

$$Y = \sum_{i=1}^{n} \left[\prod_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} \frac{X - X_j}{X_i - X_j} \right] Y_i$$

Titulo: Interpolacion con incrementos variables
01/01/2019
Karen Vianey Gonzalez Hernandez -vianeylapmamtop@icloud.com
Información obtenida de: Borras, H., Duran, R., y Iriarte, R. (1984). Apuntes de métodos numéricos (F. de Ingeniería UNAM, Ed.).