



# ANÁLISIS NUMÉRICO

## Ecuaciones diferenciales parciales parabólicas

4 de abril del 2019



### ¿Qué es una ecuación diferencial parcial?

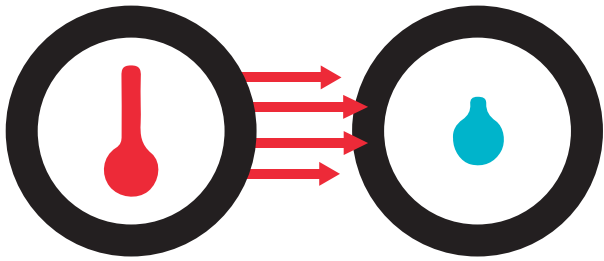
Una ecuación en derivadas parciales (EDP) es una relación de la forma

$$a \frac{d^2}{dx^2} + b \frac{a^2 u}{dx dy} + c \frac{d^2 u}{dy^2} = f$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

### ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES PARABÓLICAS

Las ecuaciones en derivadas parciales parabólicas se presentan en problemas de ingeniería que se relacionan con la transferencia de calor en una sola dirección y en función del tiempo. La relación que deben cumplir los coeficientes a,b,c es:



Para el análisis de este tipo de ecuaciones, se utiliza el problema clásico de transmisión de calor en una sola dirección. Cuando el flujo de calor es en la dirección x, siendo t el tiempo y k una constante que depende de la conductividad térmica, densidad y calor específico del material.

$$\frac{d}{dt} u(t, x) = k \frac{d^2}{dx^2} u(t, x)$$

### EJEMPLO:

Considérese una barra delgada la cual está aislada en tres de sus lados y cuenta con una fuente de calor de 100 °C por el lado restante, según se muestra en la figura.

Si en el instante  $t = t_0$  se suprime el aislamiento del extremo inferior de la barra entonces ese punto queda en contacto con el medio ambiente, consideremos esta temperatura como 20 °C. Dividiendo la barra en nueve tramos de la misma longitud se obtiene:

La  $\frac{du}{dx}$  es igual a cero en el extremo superior de la barra debido a que en ese punto la temperatura permanece constante por la fuente de calor de 100°C.

Sustituyendo:

$$u(t_{i+1}, x_j) = 0.5[u(t_i, x_{j-1}) + u(t_i, x_{j+1})]$$

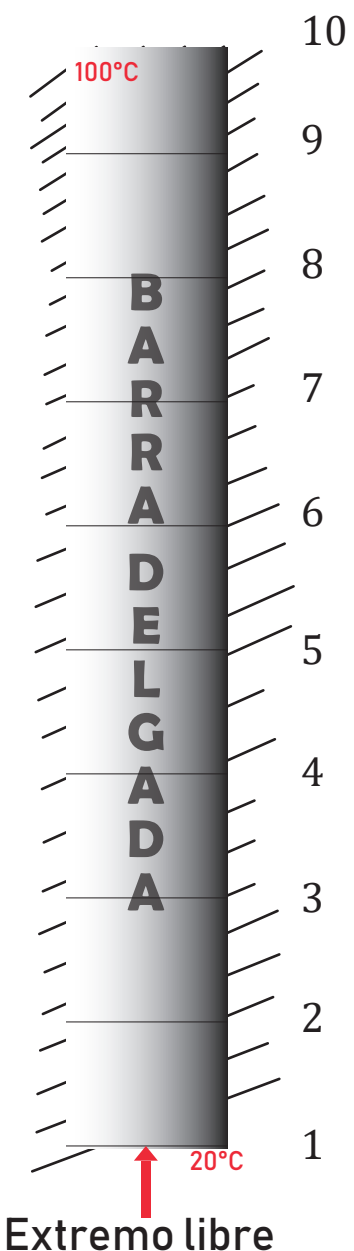
Esta expresión indica que la temperatura en la posición j de la barra en el tiempo i+1, es función de las temperaturas en el tiempo i en las posiciones j - 1 y j + 1.

#### Datos:

k=1

dt=0.5

$$\frac{kdt}{dx^2} = \frac{(1)(0.5)}{(1)^2} = 0.5$$



t	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	x <sub>7</sub>	x <sub>8</sub>	x <sub>9</sub>	x <sub>10</sub>
0	120	100	100	100	100	100	100	100	100	100
0.5	20	160	100	100	100	100	100	100	100	100
1	20	60	80	100	100	100	100	100	100	100
1.5	20	50	80	90	100	100	100	100	100	100
2	20	50	70	90	95	100	100	100	100	100
2.5	20	45	70	83	95	98	100	100	100	100
3	20	45	64	83	91	98	99	100	100	100
3.5	20	42	64	78	91	95	99	100	100	100
4	20	42	60	78	87	95	98	100	100	100
4.5	20	40	60	74	87	93	98	99	100	100
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
19	20	32	44	55	65	74	82	89	95	100